ОГЛАВЛЕНИЕ

ББК 32.965
Б83
УДК 681.514

Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г.

Б83 Автоматизированный электропривод с упругими связями.— 2-е изд., перераб. и доп.— СПб.: Энергоатомиздат. Санкт-Петербург. отд-ние, 1992.— 288 с.: ил.
ISBN 5-283-04544-7

Рассматривается влияние упругих элементов на работу автоматизированных электроприводов. Даны оценки, позволяющие определить условия пренебрежения упругостью. Описываются структуры и способы настройки систем подчиненного регулирования при влиянии упругих звеньев. Показаны возможности цифровой реализации, адаптации и идентификации электроприводов с упругими звеньями. Приводятся примеры комплексных исследований ЭП в промышленных условиях. Рассмотрены адаптивные электроприводы и следящие системы. Первое издание вышло в 1979 г.

Книга предназначена для инженеров и научных работников, занимающихся проектированием, исследованием и эксплуатацией современных автоматизированных электроприводов.

$Б \frac{2402010000—138}{051(01)—92}$ 60—92 (переобъявл. КБ-29-99-91) ББК 32.965

Производственное издание

Борцов Юрий Анатольевич, Соколовский Георгий Георгиевич

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ЭЛЕКТРОПРИВОД С УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ

Редактор *С. П. Левкович*
Художник переплета *Л. Ш. Воробьева*
Художественный редактор *В. М. Мартынов*
Технический редактор *Ю. А. Богданова*
Корректор *М. С. Мордашева*

ИБ № 2858

Сдано в набор 19.04.91. Подписано в печать 30.10.91. Формат 60×88¹/₁₆. Бумага офсетная № 2. Гарнитура литературная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 17,64. Усл. кр.-отт. 17,89. Уч.-изд. л. 21,98. Тираж 3000 экз. Заказ 398. Цена 2 р.
Энергоатомиздат, Санкт-Петербургское отделение. 191065, Санкт-Петербург, Д-65, Марсово поле, 1.

Ленинградская типография № 4 Государственного комитета СССР по печати. 191126, Санкт-Петербург, Социалистическая ул., 14.

ISBN 5-283-04544-7

ПРЕДИСЛОВИЕ

В течение многих лет существует устойчивый интерес специалистов к электроприводам с упругими связями, что подтверждает важность и актуальность разработки и исследования систем этого класса.

Обычно ограниченная жесткость связей между двигателем и исполнительным органом механизма, а иногда и между отдельными элементами механизма обусловлена конструктивными особенностями и требованиями уменьшения его массы и габаритов. Поэтому пожелания увеличить жесткость конструкции далеко не всегда могут быть выполнены.

Если к быстродействию автоматизированного электропривода не предъявляется высоких требований, а частота собственных упругих колебаний механизма достаточно велика, то влияние упругости связей на работу электропривода и характер движения исполнительного органа незначителен. При повышении требований к электроприводу, что почти всегда связано с необходимостью увеличения его быстродействия, упругость начинает влиять на работу установки. В системе возникают колебания, что приводит к повышенному износу, а иногда и поломке деталей, влияет на качество продукции и производительность механизма.

Наиболее распространенным принципом построения систем управления электроприводом является принцип подчиненного управления, использующий стандартные настройки контуров регулирования. Однако влияние упругости часто делает невозможной реализацию присущего таким системам высокого быстродействия.

В связи с этим возникла необходимость разработки по возможности общих способов настройки регуляторов унифицированных систем электропривода с упругими связями, а также синтеза электротехнических средств коррекции, обеспечивающих плавное движение исполнительного органа при приемлемом быстродействии.

За время, прошедшее с момента выпуска первого издания книги, вышедшей в 1979 г. под названием «Тиристорные системы электропривода с упругими связями», получили существенное развитие цифровое управление электроприводами, адаптивное управление, а также системы, построенные по принципам модального управле-

ния с использованием наблюдающих устройств. Наряду с традиционными формами описания и способами исследования систем, стали широко применяться методы, основанные на понятиях пространства состояния, векторно-матричные модели. Авторы стремились отразить эти вопросы в новом издании, что вызвало необходимость существенной переработки материала.

В книге отражены результаты работ по разработке и исследованию электроприводов крупного радиотелескопа, испытательных стендов механических трансмиссий, некоторых адаптивных электроприводов и следящих систем, проводившихся при участии авторов.

Главы 1 (кроме § 1.1), 6 и 7 написаны Ю. А. Борцовым, главы 2, 4 (кроме § 4.3), 5 и § 1.1 — Г. Г. Соколовским. По просьбе авторов главу 3 и § 4.3 написал канд. техн. наук Ю. В. Постников, а главу 8 — канд. техн. наук В. Б. Второв.

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДАМИ И МЕТОДЫ ИХ ИССЛЕДОВАНИЯ

1.1. *Принципы построения автоматизированных систем* управления электроприводами (АСУ ЭП) с подчиненными контурами и их оптимизация

Стандартные настройки контуров и принципы построения систем подчииенного регулироваиия. В практике построения замкнутых автоматических систем управления электроприводами широко применяются стандартные настройки контуров регулирования. Рассмотрим контур (рис. 1.1), включающий в себя объект регулирования с передаточной функцией $W_0(p)$, звено с передаточным коэффициентом k_μ и малой постоянной времени $k_\mu/(T_\mu p+1)$ и регулятор $W_\text{р}(p)$. Возмущающее воздействие Δz действует на вход объекта регулирования через звено с передаточным коэффициентом k_z.

Имея в виду, что коррекция контура будет осуществляться в результате придания определенных динамических свойств регулятору, отнесем к неизменяемой части системы объект и звено с малой постоянной времени T_μ. Тогда передаточная функция скорректированной разомкнутой системы

$$W(p)=W_\text{р}(p)\,W_\text{н}(p),$$

где передаточная функция неизменяемой части системы

$$W_\text{н}(p)=\frac{k_\mu}{T_\mu p+1}W_0(p).$$

Пусть

$$W_0(p)=k_0/(T_0p+1).$$

Применяя пропорционально-интегральный (ПИ) регулятор с теоретически бесконечно большим коэффициентом усиления в статическом режиме $W_\text{р}(p)=\beta_\text{р}(\tau_\text{р}p+1)/(\tau_\text{р}p)$, можно записать

$$W(p)=\beta_\text{р}\frac{\tau_\text{р}p+1}{\tau_\text{р}p}\;\frac{k_\mu}{T_\mu p+1}\;\frac{k_0}{T_0p+1},$$

где $\beta_\text{р}$ — динамический коэффициент усиления регулятора в области частот, больших $1/\tau_\text{р}$; $\tau_\text{р}$ — постоянная времени регулятора, называемая иногда [10] временем изодрома; T_0 — постоянная времени объекта; k_0 — передаточный коэффициент объекта.

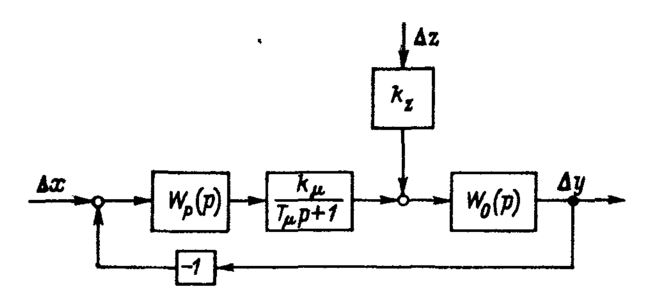


Рис. 1.1. Структура оптимизируемого контура

Если выбрать

$$\beta_р = T_0/(2T_\mu k_0 k_\mu);\ \ \tau_р = T_0, \tag{1.1}$$

то

$$W(p) = \frac{1}{2T_\mu p\,(T_\mu p + 1)}. \tag{1.2}$$

Передаточная функция замкнутого контура по управляющему воздействию в соответствии с выражением $W_з(p) = W(p)\,[1 + W(p)]^{-1}$ будет

$$W_з(p) = \frac{1}{T^2p^2 + 2\xi T p + 1}, \tag{1.3}$$

где $T = \sqrt{2}\,T_\mu$; $\xi = 1/\sqrt{2} \approx 0{,}707$.

Логарифмические частотные характеристики (ЛЧХ), соответствующие передаточной функции $W(p)$, изображены сплошными линиями на рис. 1.2. При ступенчатом управляющем воздействии выходная величина в первый раз достигает установившегося значения через время $4{,}7\,T_\mu$; перерегулирование составляет 4,3 % (рис. 1.3, *а*). Длительность переходного процесса не зависит от постоянной времени объекта T_0 и определяется только малой постоянной времени T_μ. Такой способ настройки называется настройкой на оптимум по модулю (ОМ). Наиболее простое объяснение этого термина состоит в том, что при настройке на ОМ стремятся в широкой полосе частот сделать модуль частотной характеристики замкнутого контура близким к единице [98].

Реализация настройки на ОМ возможна и при других передаточных функциях объекта.

Если $W_0(p) = k_0/(T_0 p)$, то должен быть использован пропорциональный регулятор с передаточным коэффициентом

$$k_р = T_0/(2T_\mu k_0 k_\mu).$$

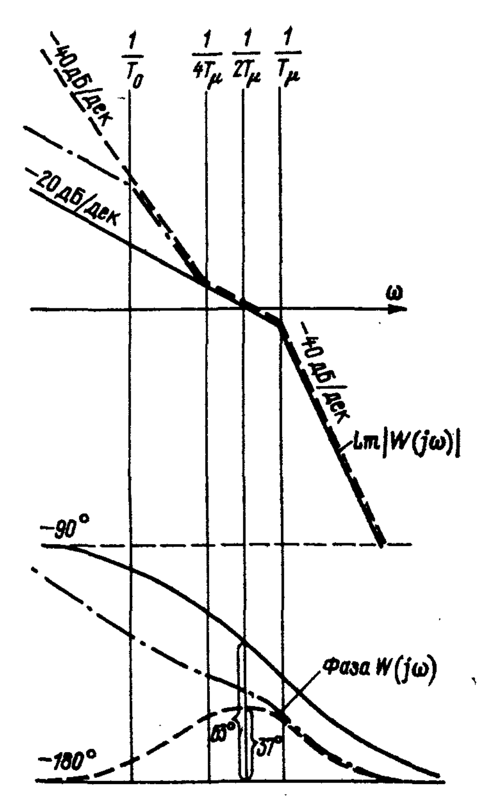


Рис. 1.2. Логарифмические частотные характеристики разомкнутого контура при стандартных настройках: на ОМ (сплошные кривые); на СО (штриховые); при $W(p) = k_0/(T_0p + 1)$ и ПИ-регуляторе (штрихпунктирные)

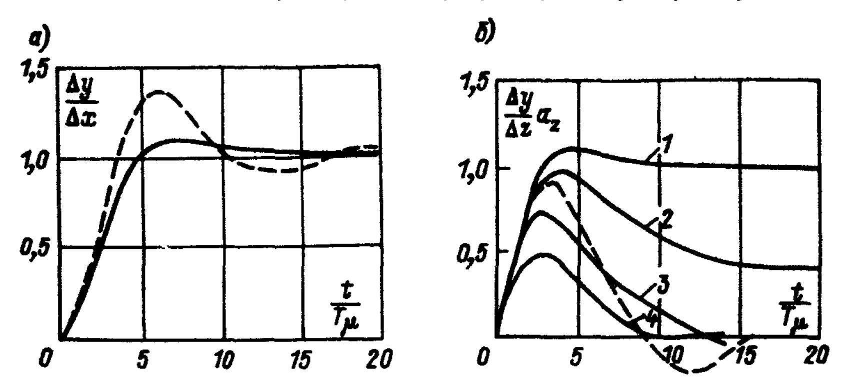


Рис. 1.3. Переходные процессы в контуре при стандартных настройках и скачке: *а* — управляющего воздействия; *б* — возмущающего воздействия. Настройка: на СО — штриховые кривые; на ОМ — сплошные кривые при T_0/T_μ, равном ∞ (кривая *1*); 20 (кривая *2*); 4 (кривая *3*); 2 (кривая *4*)

При отсутствии в контуре большой постоянной времени T_0 и $W_0(p) = k_\mu$, регулятор должен быть интегрирующим:

$$W_р(p) = \beta_р/p \tag{1.4}$$

при $\beta_р = 1/(2T_\mu k_0 k_\mu)$.

Если объект содержит две значительные постоянные времени T_0 и T_{01}, т. е.

$$W_0(p) = \frac{k_0}{(T_0 p + 1)(T_{01} p + 1)}, \tag{1.5}$$

то аналогичный результат может быть получен, если применить пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД) регулятор с передаточной функцией

$$W_р(p) = \beta_р \frac{(\tau_{р1} p + 1)(\tau_{р2} p + 1)}{\tau_{р1} p},$$

выбрав $\beta_р$ в соответствии с формулой (1.1) и приняв $\tau_{р1} = T_0$, $\tau_{р2} = T_{01}$.

Для объекта в виде апериодического звена запишем передаточную функцию замкнутого контура по возмущению:

$$\frac{\Delta y(p)}{\Delta z(p)} = \frac{k_z k_0}{T_0 p + 1} \frac{1}{1 + W(p)},$$

где $\Delta y(p)$ — выходная переменная.

Подставив сюда $W(p)$ из выражения (1.2) для передаточной функции контура, настроенного на ОМ, и умножив обе части равенства на $a_z = T_0/(2T_\mu k_z k_0)$, получим

$$\frac{\Delta y(p)}{\Delta z(p)} a_z = \frac{T_0 p}{Tp_0 + 1} \frac{T_\mu p + 1}{2T_\mu p(T_\mu p + 1) + 1}.$$

При такой записи становится очевидным, что длительность и вид переходного процесса по возмущению определяются соотношением постоянных времени T_0 и T_μ (рис. 1.3, *б*). При $T_0 \to \infty$ переходный процесс приближается к процессу в настроенной на ОМ системе с объектом в виде интегрирующего звена и пропорциональным регулятором. Тогда выходная величина с незначительным перерегулированием стремится к статической ошибке

$$\left(\frac{\Delta y}{\Delta z}\right)_{уст} = \frac{1}{a_z} = \frac{2T_\mu k_z k_0}{T_0}. \tag{1.6}$$

Умеиьшение статической ошибки (а при бесконечно большом коэффицненте усиления регулятора в статическом режиме сведение ее к нулю) в контуре с объектом в виде интегрирующего звена может быть достигнуто путем использования ПИ-регулятора. Если выбрать $\beta_р$ в соответствии с формулой (1.1), но принять $\tau_р = 4T_\mu$,

то можно получить передаточную функцию разомкнутого контура, настроенного на симметричный оптимум (СО) [97]:

$$W(p) = \beta_р \frac{\tau_р p + 1}{\tau_р p} \frac{k_\mu}{T_\mu p + 1} \frac{k_0}{T_0 p} = \frac{4T_\mu p + 1}{8T_\mu^2 p^2 (T_\mu p + 1)}.$$

Вид соответствующих частотных характеристик показан на рис. 1.2.

Передаточная функция замкнутого контура по управлению

$$W_з(p) = \frac{4T_\mu p + 1}{\left(2T_\mu p + 1\right)\left(4T_\mu^2 p^2 + 2T_\mu p + 1\right)}. \quad (1.7)$$

При ступенчатом управляющем воздействии время первого достижения выходной величиной установившегося значения в контуре, настроенном на СО, составляет 3,1 T_μ, а максимальное перерегулирование достигает 43 % (рис. 1.3, *а*). Зато длительность переходного процесса по возмущению, определяемого выражением

$$\frac{\Delta y(p)}{\Delta z(p)} a_z = \frac{4T_\mu p\,(T_\mu p + 1)}{8T_\mu^2 p^2 \left(T_\mu p + 1\right) + 4T_\mu p + 1},$$

зависит только от значения малой постоянной времени контура T_μ и не зависит от параметров объекта (рис. 1.3, *б*).

Настройка регулятора на $\tau_р = 4T_\mu$ может быть произведена и в том случае, когда объект представляет собой апериодическое звено. В отличие от характеристики, соответствующей настройке на СО, логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ) разомкнутого контура в этом случае имеет излом при частоте $\omega = 1/T_0$ (штрихпунктир на рис. 1.2). Если T_0 в 10—20 раз больше $4T_\mu$, то в зоне существенных частот характеристики контура почти совпадают с характеристиками при СО и сказанное выше о соответствующих переходных процессах справедливо. Чем меньше T_0 по сравнению с T_μ, тем больше запас по фазе и тем меньше перерегулирование при скачке управляющего воздействия. Максимальное отклонение кривой $(\Delta y/\Delta z)\, a_z = f\,(t/T_\mu)$ тоже уменьшается. При $T_0 = 4T_\mu$ переходные процессы соответствуют процессам при настройке на ОМ. Если $T_0 < 4T_\mu$, настройка регулятора на $\tau_р = 4T_\mu$ теряет смысл. Следует иметь в виду, что уменьшение максимального отклонения кривой $(\Delta y/\Delta z)\, a_z = f\,(t/T_\mu)$ в контуре с меньшим значением T_0 по сравнению с контуром с большим T_0 при прочих равных условиях не означает уменьшения максимального значения $\Delta y/\Delta z$, так как для перехода к действительной величине отклонения ординаты нормированной кривой надо умножать на коэффициент $2T_\mu\, k_z k_0/T_0$, который тем больше, чем меньше T_0.

Если $W_0(p)$ определяется выражением (1.5), то, применяя ПИД-регулятор и предполагая, что $T_0 > T_{01}$ и $T_0 > 4T_\mu$, нужно выбрать:

при $T_{01} > 4T_\mu$

$$\tau_{p1} = T_{01}; \quad \tau_{p2} = 4T_\mu; \quad \beta_p = \frac{T_0}{2T_\mu k_0 k_\mu} \frac{T_{01}}{4T_\mu};$$

при $T_{01} < 4T_\mu$

$$\tau_{p1} = 4T_\mu; \quad \tau_{p2} = T_{01}; \quad \beta_p = \frac{T_0}{2T_\mu k_0 k_\mu}.$$

Изложенные принципы коррекции применяются и для контуров, имеющих большее число инерционных звеньев, чем рассмотренные. В этом случае из числа постоянных времеии выбирают одну (или две, если применяется ПИД-регулятор) — наибольшую, влияние которой на переходный процесс стремятся исключить. Для определения параметров регулятора остальные постоянные $T_{\mu 1}$, $T_{\mu 2}$, $T_{\mu 3}$ . . . складывают и в приведенные выше формулы подставляют $T_\mu = T_{\mu 1} + T_{\mu 2} + T_{\mu 3} + \ldots$.

Поскольку соответствующий выбор параметров регулятора обеспечивает частоту среза разомкнутого контура, равную $(2T_\mu)^{-1}$, погрешность от упрощения вида ЛЧХ в области частот, расположенной более чем на октаву правее частоты среза, оказывается небольшой.

Звенья с малыми постоянными времени могут располагаться не только в прямом канале, но и в канале обратной связи. Выведены формулы настроек, обеспечивающих в этом случае наибольшее приближение переходного процесса на выходе контура к стандартному [36]. Однако, как правило, запаздывание в цепи обратной связи определяется лишь фильтрами на выходе датчиков регулируемой величины и невелико. В этом случае разница между характером изменения самой регулируемой величины и выходного напряжения датчика незначительна.

Особенно широко распространены стандартные настройки в системах с подчиненными контурами регулирования. Система при этом структурно разбивается на несколько контуров, каждый из которых содержит свой объект регулирования. Настройка внутреннего контура производится на ОМ или СО. Внешний по отношению к нему контур включает в себя собственный объект, звенья с малыми постоянными времени и замкнутый внутренний контур. При расчете параметров регулятора внешнего контура внутренний контур учитывается как звено с некоторой эквивалентной малой постоянной времени. В свою очередь, рассматриваемый контур может быть внутренним по отношению к последующему. Такой принцип построения системы упрощает ее настройку, обеспечивает высокое быстродействие системы и простое ограничение выходных величин внутренних контуров в результате ограничения выходных напряжений регуляторов внешних контуров.

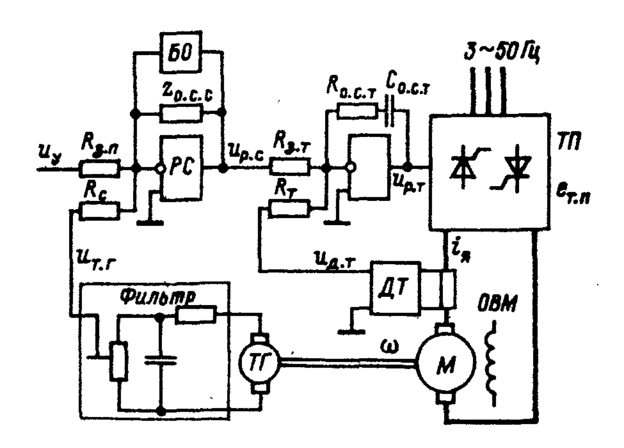


Рис. 1.4. Унифицированная система регулирования скорости с подчиненным токовым контуром

Вместе с тем отметим, что рассмотренные способы настройки систем не распространяются непосредственно на объекты, содержащие слабодемпфированные колебательные звенья.

Оптимизация унифицированной системы управления электроприводом при жесткой связи двигателя и механизма. В тех случаях, когда систему электропривода можно рассматривать как жесткую, влияние механизма на работу электропривода сказывается лишь в увеличении суммарного момента инерции, который складывается из момента инерции J_1 электродвигателя M с редуктором P (рис. 1.4) и приведенного к двигателю момента инерции J_2 исполнительного механизма *ИМ*: $J = J_1 + J_2$.

Приложение момента нагрузки к механизму после приведения его значения к валу двигателя совершенно идентично приложению момента нагрузки непосредственно к валу двигателя.

С учетом этих условий рассмотрим принцип оптимизации жестких унифицированных автоматических систем управления электроприводами на примере системы регулирования скорости с подчиненным токовым контуром. Современные системы строятся на интегральных усилителях с высоким собственным коэффициентом усиления. Это позволяет использовать передаточные функции регуляторов, записанные для усилителя с бесконечно большим коэффициентом усиления, как это было сделано выше.

Работа системы (рис. 1.4) становится ясной из рассмотрения режима пуска. Если не предусматривается использование устройства задания интенсивности, пуск осуществляется путем подачи на вход задания скорости $R_{з.с}$ регулятора скорости РС напряжения управления $u_у$. Под действием большого входного сигнала на выходе РС устанавливается напряжение ограничения, значение которого определяется настройкой блока ограничения *БО*, и ко-

эффициент усиления *РС* становится равным нулю, т. е. контур регулирования скорости размыкается. Следующий этап пуска происходит при постоянном напряжении ограничения на выходе *РС* $u_{р.с} = U_{огр} = \text{const}$. Выходное напряжение *РС* является эталонным напряжением для контура регулирования тока (токовый контур «подчинен» контуру скорости). Поэтому регулятор тока *РТ* поддерживает постоянство тока якоря $i_я = I_{я\max}$, воздействуя на систему управления тиристорного преобразования *ТП*. При постоянстве момента нагрузки это соответствует разгону двигателя с постоянным ускорением. В этот период пуска для входных цепей регулятора тока можно записать

$$\frac{U_{огр}}{R_{з.т}} - \frac{U_{д.т\max}}{R_т} \approx 0,$$

где $U_{д.т\max} = k_{д.т} I_{я\max}$; $I_{я\max}$ — максимальный допустимый ток при пуске (и в переходных режимах); $k_{д.т}$ — передаточный коэффициент датчика тока, В/А; $R_{з.т}$ и $R_т$ — входные сопротивления РТ соответственно по каналу задания и по каналу обратной связи по току.

По мере разгона двигателя напряжение тахогенератора *ТГ* растет и, когда оно достигнет значения, близкого к определяемому равенством

$$\frac{U_у}{R_{з.с}} - \frac{U_{тг}}{R_с} \approx 0,$$

регулятор скорости выйдет из ограничения; напряжение на его выходе начнет уменьшаться, давая сигнал на уменьшение тока якоря. Установившееся положение, к которому придет система, будет характеризоваться тем, что при данной нагрузке двигателя результирующий входной сигнал *РС* обеспечит на его выходе такое напряжение $u_{р.с}$, которое соответствует данному току нагрузки.

Система во всех режимах будет ограничивать якорный ток значением $I_{я\max}$, которое может быть превышено только в первый момент ограннчения *РС* в результате переходного процесса в токовом контуре. Таким образом, первая задача токового контура состоит в ограничении значения якорного тока, что особенно важно при применении тиристорного преобразователя.

Вторая задача токового контура сводится к быстрой отработке возмущающего воздействия в виде изменения напряжения сети. Если напряжение сети изменится скачком, то также скачком изменится в первый момент и напряжение на выходе тиристорного преобразователя *ТП*. Это приведет к изменению якорного тока. Регулятор тока будет восстанавливать его в результате изменения угла регулирования тиристоров. Если быстродействие токового контура велико, а электромеханическая постоянная времени привода значительна, то отклонение скорости в переходном процессе будет малым [7, 47].

Рассматривая принципы оптимизации автоматической системы управления, будем считать, что входные воздействия на систему достаточно малы, благодаря чему выходное напряжение регулятора скорости, а следовательно, и ток якоря не ограничиваются.

Для системы преобразователь — двигатель, управляемый напряжением (ТП—Д), могут быть записаны уравнения в приращениях:

$$\Delta e_{т.п} = \Delta i_я R_{я.ц} (T_{я.ц} p + 1) + c_д \Delta\omega;$$
$$c_д \Delta i_я - \Delta M_с = J p \Delta\omega,$$

где $R_{я.ц}$, $T_{я.ц}$ — сопротивление и электромагнитная постоянная времени якорной цепи преобразователь — двигатель; $c_д$ — коэффициент в системе СИ, связывающий при постоянном потоке возбуждения ЭДС двигателя с угловой скоростью или электромагнитный момент с якорным током; $\Delta M_с$ — приращение момента нагрузки.

При отсутствии возмущающего воздействия в виде изменения напряжения сети, считая, что на вход *ТП* действует выходное напряжение регулятора тока $u_{р.т}$, запишем

$$\Delta e_{т.п} = W_{т.п}(p)\, \Delta u_{р.т},$$

обозначая через $W_{т.п}(p)$ передаточную функцию линеаризованного преобразователя при управляющем воздействии.

На основании этих уравнений построена структурная схема объекта (рис. 1.5, *а*). Передаточные функции регуляторов тока и скорости обозначены соответственно $W_{р.т}(p)$ и $W_{р.с}(p)$, а датчика тока и тахогенератора — $W_{д.т}(p)$ и $W_{т.г}(p)$. Коэффициенты $R_т/R_{з.т}$ и $R_с/R_{з.с}$ учитывают различие передаточных коэффициентов регуляторов по прямому каналу и каналу обратной связи. Структурная схема токового контура может быть преобразована после вынесения возмущающего воздействия $\Delta M_с$ на его вход (рис. 1.5, *б*). Передаточная функция внутреннего контура, образовавшегося в результате переноса обратной связи по ЭДС двигателя с передаточным коэффициентом $c_д$ на выход контура тока, записывается в виде

$$\frac{1}{R_{я.ц}(T_{я.ц} p + 1)\left(1 + \dfrac{c_д^2}{J R_{я.ц}} \dfrac{1}{T_{я.ц} p + 1}\right)} = \frac{1}{R_{я.ц}(T_{я.ц} p + 1)} A(p),$$

где

$$A(p) = \frac{T_{эм} p (T_{я.ц} p + 1)}{T_{эм} p (T_{я.ц} p + 1) + 1};$$

$T_{эм} = J R_{я.ц} / c_д^2$ — электромеханическая постоянная времени привода. Тогда передаточная функция разомкнутого токового контура

$$W_I(p) = W_{р.т}(p)\, W_{т.п}(p)\, W_{д.т}(p) \frac{1}{R_{я.ц}(T_{я.ц} p + 1)} A(p).$$

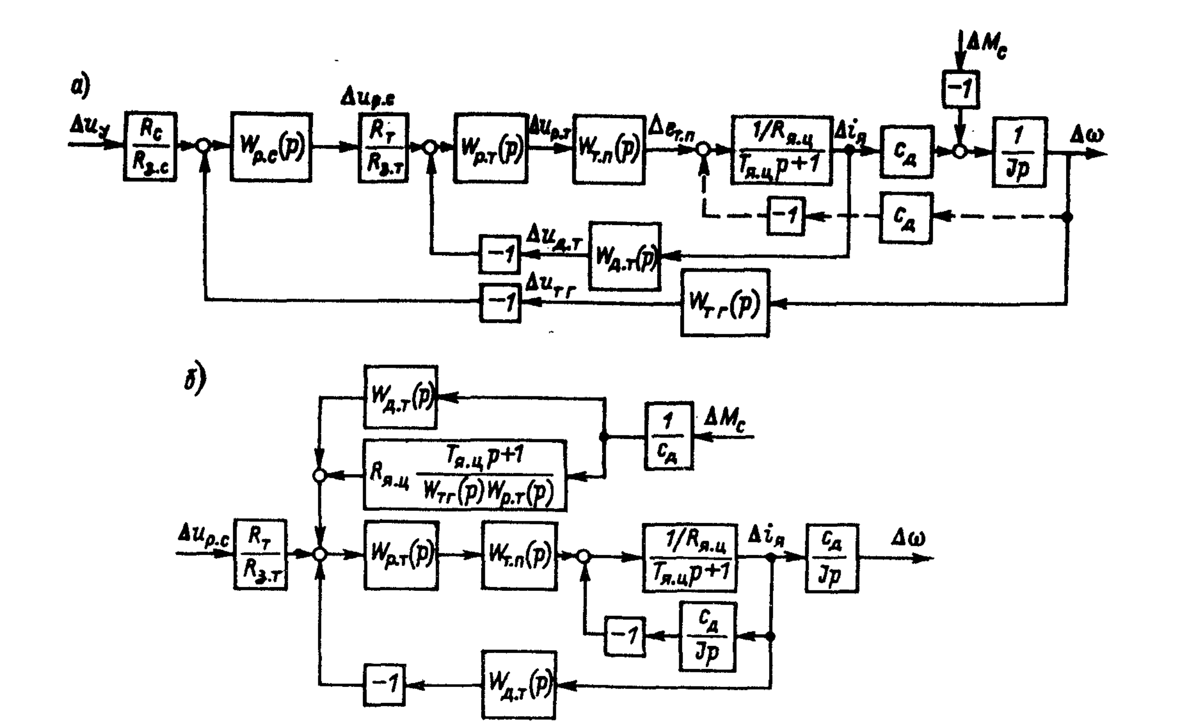


Рис. 1.5. Структурная схема унифицированной системы регулирования скорости (*а*) и преобразованный токовый контур (*б*)

Тиристорный преобразователь представляет собой сложную нелинейную систему, которая не может быть сколько-нибудь точно описана линейными уравнениями. Однако если считать, что зона существенных частот токового контура располагается левее граничной частоты $\omega_{гр} = m\omega_0/2$, где m — число периодов пульсаций выпрямленного напряжения за период напряжения сети; $\omega_0 = 2\pi f$ — круговая частота напряжения сети, а максимальная скорость изменения угла управления ТП $d\alpha(t)/dt \leqslant \omega_0$, то в соответствии с данными работы [90] можно считать собственно преобразователь безынерционным звеном. Полагая, что в общем случае система управления тиристорным преобразователем может обладать некоторой постоянной времени $T_{т.п}$, будем считать, что

$$W_{т.\,п}(p) = k_{т.\,п}/(T_{т.\,п}p + 1).$$

Будем считать также, что датчик тока может быть описан передаточной функцией

$$W_{д.\,т}(p) = k_{д.\,т}/(T_{д.\,т}p + 1).$$

Если использовать в качестве регулятора тока ПИ-регулятор $W_{р.\,т}(p) = \beta_{р.\,т}^{опт} \dfrac{\tau_{р.\,т}p + 1}{\tau_{р.\,т}p}$, выбрав

$$\tau_{р.\,т} = T_{я.\,ц}; \quad \beta_{р.\,т}^{опт} = \frac{T_{я.\,ц}R_{я.\,ц}}{2T_{\mu I}\,k_{д.т}k_{т.\,п}} \tag{1.8}$$

при малой постоянной времени токового контура

$$T_{\mu I} = T_{т.\,п} + T_{д.\,т},$$

то передаточная функция разомкнутого контура

$$W_I(p) = W_I^{опт}(p)\,A(p), \tag{1.9}$$

где

$$W_I^{опт}(p) = \frac{1}{2T_{\mu I}p\,(T_{д.\,т}p + 1)\,(T_{т.\,п}p + 1)}$$

— передаточная функция токового контура, настроенного на ОМ при наличии двух малых постоянных времени $T_{д.\,т}$ и $T_{т.\,п}$. Наличие сомножителя $A(p)$ обусловлено влиянием обратной связи по ЭДС двигателя. Его конкретный вид зависит от соотношения между $T_{эм}$ и $T_{я.\,ц}$. Однако если $T_{эм} > 10\,(2T_{\mu I})$, то наличие сомножителя $A(p)$ почти не влияет на вид частотных характеристик замкнутого контура в зоне частот, близких к $(2T_{\mu I})^{-1}$, независимо от соотношения $T_{эм}$ и $T_{я.\,ц}$. Это является основанием для того, чтобы вместо полной структурной схемы (рис. 1.5, *а*) рассматривать схему без обратной связи по ЭДС двигателя.

Если на выходе тахогенератора имеется фильтр в виде апериодического звена с постоянной времени $T_{тг}$ (см. рис. 1.4), благодаря чему его передаточная функция

$$W_{тг}(p) = k_{тг}/(T_{тг}p + 1),$$

то передаточная функция неизменяемой части контура скорости

$$W_{н\omega}(p) = \frac{R_т}{R_{з.т}} W_{I з}(p) \frac{k_{тг}}{T_{тг}p + 1} \frac{c_д}{Jp},$$

где $W_{I з}(p) = \frac{W_I(p)}{1 + W_I(p)} \frac{T_{д.т}p + 1}{k_{д.т}}$ — передаточная функция замкнутого контура тока. Замкнутый токовый контур относится к числу звеньев с малыми постоянными времени. Если он настроен на оптимум по модулю, то его эквивалентная малая постоянная времени при расчете суммарной малой постоянной времени контура скорости оценивается как $T_{I э} = 2T_{\mu I}$.

Пренебрегая обратной связью по ЭДС двигателя, получаем объект регулирования в контуре скорости, представляющий собой интегрирующее звено с передаточной функцией

$$W_{0\omega}(p) = c_д/(Jp),$$

для настройки на оптимум по модулю должен быть использован пропорциональный регулятор с передаточным коэффициентом

$$k_{р.с}^{опт} = \frac{1}{2T_{\mu\omega}} \frac{Jk_{д.т}}{c_д (R_т/R_{з.т}) k_{тг}}, \qquad (1.10)$$

где $T_{\mu\omega} = T_{Iэ} + T_{тг}$ — суммарная малая постоянная времени контура скорости.

Вид переходного процесса при ступенчатом управляющем воздействии $\Delta U_у$ будет близок к показанному на рис. 1.3, а при $T_\mu = T_{\mu\omega}$; $\Delta x = (R_c/R_{з.с}) \Delta U_у$; $\Delta y = \Delta\omega$. При ступенчатом изменении момента нагрузки $\Delta z = \Delta M_c$ переходный процесс будет иметь вид кривой *1* на рис. 1.3, *б*. Если параметры системы таковы, что рассчитанная в соответствии с формулой (1.6) статическая ошибка при настройке на ОМ

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\Delta M_c}\right)_{уст} = -\frac{2T_{\mu\omega}}{J}$$

недопустимо велика, контур может быть настроен на СО путем применения ПИ-регулятора с $\beta_{р.с}^{опт} = k_{р.с}^{опт}$ и $\tau_{р.с} = 4T_{\mu\omega}$. Характер переходных процессов может быть оценен на основании рис. 1.3.

1.2. Структурно-топологические модели и правила их преобразования

Уравнения, детализированные структурные схемы и сигнальные графы. Исходное математическое описание любой автоматической системы представляет собой совокупность дифференциальных и алгебраических уравнений, описывающих физические процессы в отдельных функциональных элементах системы. При таком поэлементном описании всегда могут быть выделены такие динамические звенья, которые описываются дифференциальными уравнениями не выше первого порядка. Общий вид исходного дифференциального уравнения некоторого i-го звена нелинейной системы n-го порядка следующий [15]:

$$a_i \frac{dx_i}{dt} f(x_1, x_2, \; . \; . \; . \; . \; , x_i, \; . \; . \; . \; . \; , x_n; \quad u_1, \; . \; . \; . \; . \; , u_r; \; t), \tag{1.11}$$

где $x_1, \ldots, x_n$ — переменные системы n-го порядка, т. е. выходные координаты динамических звеньев, в том числе в общем случае и i-го звена; $u_1, \ldots, u_r$ — внешние, или входные, воздействия, оказывающие влияние на поведение выходной координаты i-го звена x_i; a_i — коэффициент при производной, являющийся функцией различных конструктивных параметров (сопротивления, индуктивности, моменты инерции и т. д.).

Если в уравнениях всех звеньев правая часть от времени не зависит, то система и ее математическая модель называются стационарными.

Уравнение (1.11) легко может быть изображено графически в виде структурной схемы. Для этого обозначим

$$z = f(x_1, \; . \; . \; . \; . \; , x_n; \quad u_1, \; . \; . \; . \; . \; , u_r; \quad t); \quad p = d/dt. \tag{1.12}$$

Тогда $a_i p x_i = z$, откуда

$$x_i = \frac{1}{a_i p} z. \tag{1.13}$$

В соответствии с выражениями (1.12) и (1.13) структурная схема i-го звена нелинейной автоматической системы имеет вид, показанный на рис. 1.6, *а*.

В качестве примера рассмотрим уравнение вращательного движения

$$J d\omega/dt = M - M_c,$$

где ω — частота вращения; J — момент инерции; $M = f_1(\omega, u)$ — вращающий момент двигателя, зависящий от угловой скорости ω и напряжения u); $M_c = f_2(\omega)$ — момент сопротивления. Этому уравнению соответствует динамическое звено с входными переменными u и M_c и выходной переменной (обозначение которой стоит

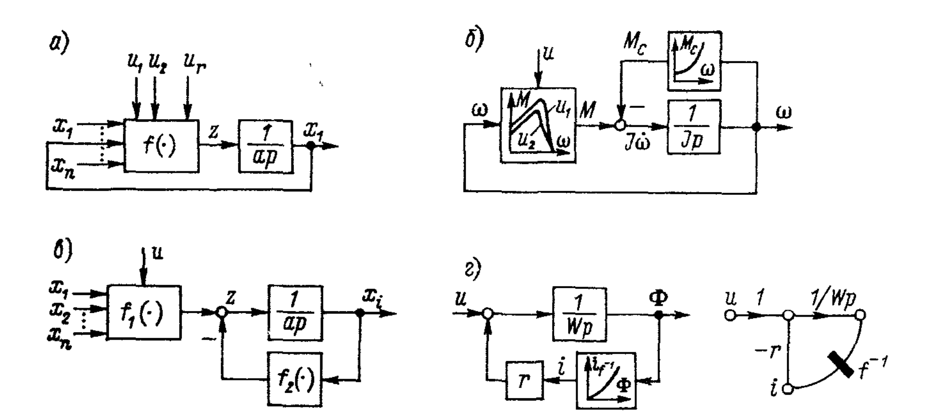


Рис. 1.6. Структурные схемы звеньев автоматических систем: *а* — общая схема i-го звена; *б* — структурная схема для уравнений вращательного движения; *в* — частный случай схемы i-го звена; *г* — структурная схема и граф нелинейной электромагнитной цепи

под знаком производной) ω. Полагая $z = f_1(\omega, u) - f_2(\omega)$, откуда $\omega = (1/J_p)\, z$, приходим к структурной схеме, изображенной на рис. 1.6, *б*.

Во многих случаях выходная координата звена, будучи преобразована через «свою» нелинейную зависимость $f_2(x_i)$, входит в правую часть в явном виде:

$$a_i \frac{dx_i}{dt} = f_1(x_1, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_n;\ u_1, \ldots, u_r;\ t) - f_2(x_i).$$

Этому соответствует структурная схема, изображенная на рис. 1.6, *в*. Примером такой записи может служить уравнение нелинейной электромагнитной цепи

$$u = ir + W\frac{d\Phi}{dt},$$

где $\Phi = f(i)$ — магнитный поток; W и r — число витков и активное сопротивление цепи; u и i — напряжение и ток. Перепишем это уравнение в виде

$$W d\Phi/dt = u - ri$$

и введем в рассмотрение обращенную кривую намагничивания, записав нелинейную зависимость, связывающую Φ и i, следующим образом: $i = f^{-1}(\Phi)$. Отсюда

$$z = u - rf^{-1}(\Phi); \quad \Phi = (1/Wp)\, z,$$

в результате чего приходим к структурной схеме, показанной на рис. 1.6, *г*.

Особенностью приведенных выше структурных схем, соответствующих уравнению (1.11), является то, что они состоят только из простейших, элементарных звеньев — интегрирующих и безынерционных (к последним относятся как линейные — суммирующие и масштабирующие, так и нелинейные звенья, характеризующие функциональные зависимости). Такие структурные схемы — отдельных звеньев и системы в целом — получили название детализированных [15, 23]. Говоря более строго, детализированная структурная схема (ДСС) — это алгебраизированная математическая модель, состоящая только из элементарных звеньев (интегрирующих, дифференцирующих и безынерционных, в том числе нелинейных) с полностью вскрытыми связями между ними. Если в ДСС есть дифференцирующие звенья, то она с помощью структурно-топологических преобразований всегда может быть приведена к эквивалентной ДСС, состоящей только из интегрирующих и безынерционных звеньев.

Структурные схемы, в частности ДСС, представляют собой наиболее распространенный вид структурно-топологических моделей [22, 88]. Другим видом математических моделей этого класса являются сигнальные графы. Они представляют собой направленные взвешенные графы, т. е. их ветви характеризуются как определенным направлением, так и приписываемым им весом, или передачей. Этим они похожи на структурные схемы. Как графическое изображение сигнальный граф является более компактной моделью. Это хорошо видно из сравнения ДСС и сигнального графа электромагнитной цепи, изображенных на рис. 1.6, *г*. Вместе с тем структурную схему отличает более четкое различие таких элементов, как сумматор и отвод, переменная и передача. В табл. 1.1 иллюстрируются различия в графическом изображении элементов структурной схемы и сигнального графа.

Кроме основных правил структурных преобразований, которые могут быть использованы как для нахождения общей передаточной функции системы, так и для приведения ДСС (графа) к виду, удобному для исследования на ЭВМ и других целей, теория графов наряду с известными в теории управления преобразованиями линейных структурных схем [10, 63, 69] содержит дополнительные правила, такие как направленное нормирование детализированной структуры, теорема о некасающихся контурах (правило Мейсона), правило инверсии. Все они рассматриваются ниже.

Применение относительных единиц и направленное нормирование. В теории автоматического управления широко распространены математические модели в относительных единицах. Переход к системе относительных единиц (нормирование) дает преимущества. Прежде всего, при этом существенно сокращается число коэффициентов в математическом описании системы, а сами параметры нормированной модели приобретают однотипность: для линейных звеньев — это базовые постоянные времени и безразмерные ко-

Таблица 1.1

Элемент	Структурная схема	Сигнальный граф
Переменная	x	x
Передача: линейный оператор нелинейный оператор	x, $W(p)$, y; x, $f(\cdot)$, y	x, $W(p)$, y; x, $f(\cdot)$, y
Сумматор	x_1, y, x_2	x_1, 1, y, x_2, 1
Отвод	x, x, x, x	1, x, 1, x, x, 1, x

эффициенты усиления, для нелинейных — базовые постоянные времени и безразмерные статические характеристики (или их семейства). Как будет показано в дальнейшем, эти обобщенные параметры имеют вполне определенный физический смысл и могут быть определены экспериментально, что имеет большое значение для построения адекватной математической модели. Важно также и то, что в нормированном виде оказывается возможным сравнивать системы, элементы которых отличаются по номинальным данным, поскольку рассматриваются не абсолютные, а относительные изменения переменных. Заметим также, что описание автоматической системы в виде нормированной структурной схемы наглядно, имеет универсальный характер и облегчает комплексное исследование системы как графическими и частотными методами, так и путем моделирования на аналоговых вычислительных машинах [7, 22—26].

Как известно, относительным значением некоторой переменной называется отношение ее абсолютного значения к некоторому постоянному числу — так называемому базовому значению этой переменной, т. е.

$$\bar{x} = x/x_б. \qquad (1.14)$$

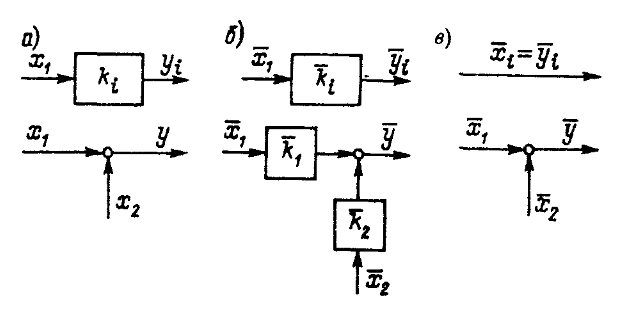


Рис. 1.7. Нормирование передачи и сумматора: *а* — исходные элементы (в абсолютных единицах); *б* — нормирование в общем случае; *в* — нормирование с единичными коэффициентами

В соответствии с выражением (1.14) переход к системе относительных единиц основан на замене всех переменных системы произведениями их относительных значений на соответствующие базовые значения, что для звена, описываемого уравнением $y_i = k_i x_i$ (рис. 1.7, *а*), означает

$$\bar{y}_i y_{i\,б} = k_i \bar{x}_i x_{i\,б},$$

где $\bar{y}_i$, $\bar{x}_i$ — выходная и входная переменные в относительных единицах. Разделив последнее уравнение на уравнение того же звена в относительных единицах (рис. 1.7, *б*), т. е. на $\bar{y}_i = \bar{k}_i \bar{x}_i$, получим

$$\bar{k}_i = k_i x_{i\,б} y_{i\,б}^{-1}, \tag{1.15}$$

где $\bar{k}_i$ — безразмерный коэффициент передачи звена.

Формула (1.15) представляет собой, по существу, уравнение связи между коэффициентами передачи и базовыми величинами при переходе к безразмерной форме.

Для сумматора (рис. 1.7, *а*) можем записать

$$\bar{y} y_б = \bar{x}_1 x_{1б} + \bar{x}_2 x_{2б},$$

откуда

$$\bar{y} = \bar{k}_1 \bar{x}_1 + \bar{k}_2 \bar{x}_2,$$

где безразмерные коэффициенты согласования базовых значений определяются выражениями [см. (1.15)]

$$\bar{k}_1 = x_{1б}/y_б; \quad \bar{k}_2 = x_{2б}/y_б.$$

Структурные схемы, соответствующие звену с передачей и сумматору после нормирования, изображены на рис. 1.7, *б*. Приведенные нормированные схемы получаются максимально простыми, если обеспечить приведение коэффициентов передачи к единице и устранить коэффициенты согласования при переходе к нормированной схеме, т. е. обеспечить выполнение условий (рис. 1.7, *в*)

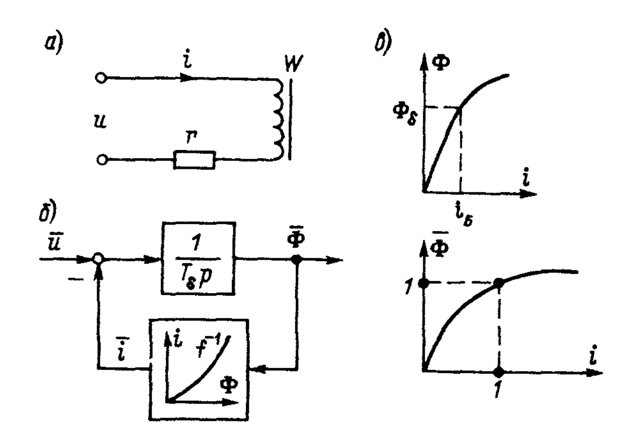


Рис. 1.8. Нелинейная электромагнитная цепь: *а* — электрическая схема; *б* — структурная схема в относительных единицах; *в* — нормирование нелинейной статической характеристики

$\overline{k}_i = 1$ и $\overline{k}_1 = \overline{k}_2 = 1$. Это можно сделать, выбрав базовые значения переменных следующим образом:

$$y_{i\,б} = k_i x_{i\,б}; \quad x_{1б} = x_{2б} = y_б.$$

Для пояснения сказанного рассмотрим пример нормирования системы уравнений (см. выше), описывающих динамический режим нелинейной электромагнитной цепи (рис. 1.8, *а*).

Запишем уравнения в размерной форме:

$$u = ir + W d\Phi/dt; \quad i = f^{-1}(\Phi).$$

В качестве базовых значений переменных целесообразно выбрать их значения в установившемся режиме:

$$\Phi_б = \Phi_{уст}; \quad i_б = f^{-1}(\Phi_б); \quad u_б = i_б r.$$

Представив первое уравнение в виде

$$\overline{u} u_б = \overline{i} i_б r + W \Phi_б d\overline{\Phi}/dt$$

и разделив обе его части на $u_б$, получим

$$\overline{u} = \overline{i} + T_б d\overline{\Phi}/dt.$$

Постоянный коэффициент $T_б = W\Phi_б/u_б$, имеющий размерность времени, будем называть базовой постоянной времени [7, 15, 23, 24]. Как видим, благодаря принятому соотношению между $u_б$ и $i_б$, переменная $\overline{i}$ входит в правую часть уравнения с единичным коэффициентом. Другой особенностью нормированного уравнения является то, что вместо двух параметров W и r в него входит один

обобщенный параметр $T_б$. Что касается нелинейности $i = f^{-1}(\Phi)$, то для нее можно записать

$$\bar{i} i_б = f^{-1}(\bar{\Phi}\Phi_б),$$

откуда

$$\bar{i} = \frac{1}{i_б} f^{-1}(\bar{\Phi}\Phi_б) = \bar{f}^{-1}(\bar{\Phi}).$$

Таким образом, характер нелинейности при нормировании сохраняется, изменяется только масштаб (рис. 1.8, *в*). Нормированная структурная схема нелинейной электромагнитной цепи приведена на рис. 1.8, *б*.

Рассмотренные выше примеры были довольно простыми. Если имеем сложную многоконтурную систему, то переход в уравнениях к относительным единицам становится неудобным.

Это связано с тем, что в такой системе многие переменные являются общими одновременно для нескольких звеньев и поэтому не совсем ясно, какие из коэффициентов нормированной схемы можно привести к единице или другому требуемому значению, а какие — нет. Вследствие этого определение правильной последовательности задания базовых значений переменных может оказаться затруднительным. Наиболее удобно нормирование математического описания системы осуществлять по структурной схеме. Это позволяет применить методику так называемого направленного нормирования структурных схем, разработанную Ю. А. Борцовым в конце 60-х годов, как такой переход к нормированной структуре (непосредственно по структурной схеме в абсолютных единицах), при котором заранее планируется приведение максимально возможного числа коэффициентов при линейных и нелинейных операторах к предписанным (желаемым) значениям, в частности, к единице.

Сущность методики направленного нормирования состоит в следующем. Нормирование структурной схемы начинают с задания базового значения какой-либо переменной, обычно выходной. Хотя в качестве базового значения в принципе можно взять любое число, удобнее всего принять в качестве него номинальное значение переменной или ее значение в наиболее характерном установившемся режиме. Дальнейший выбор базовых значений переменных осуществляется непосредственно по структурной схеме и состоит в последовательном определении базовых значений входных и выходных переменных всех звеньев с учетом сформулированных исследователем требований к значениям их коэффициентов передачи в нормированной структурной схеме. В связи с этим все звенья структурной схемы могут быть условно разделены на две категории: свободно нормируемые и зависимо нормируемые. Свободно нормируемые звенья — это те звенья системы, коэффициенты передачи которых в относительных единицах назначаются путем соответствующего выбора базовых значений входных и выходных перемен-

ных этих звеньев. Для i-го звена с коэффициентом передачи k_i назначение требуемого безразмерного коэффициента передачи $\bar{k}_i$ выполняется путем определения базового значения входной переменной $x_{i\,б}$ по базовому значению выходной $y_{i\,б}$ или, наоборот, определения $y_{i\,б}$ по $x_{iб}$ в соответствии с выражениями, получаемыми из формулы (1.15):

$$x_{i\,б} = \bar{k}_i k_i^{-1} y_{i\,б} \quad \text{или} \quad y_{i\,б} = \bar{k}_i^{-1} k_i x_{i\,б}. \qquad (1.16)$$

Эти выражения имеют общий характер и отвечают всем случаям нормирования структурных схем. В частном случае, если необходимо сохранить нормированный коэффициент по значению равным исходному коэффициенту, т. е. $\bar{k}_i = k_i$, необходимо выбрать $x_{i\,б} = y_{i\,б}$. Если же нормирование звена необходимо выполнить с приведением его коэффициента передачи к единице, т. е. $\bar{k}_i = 1$, выбирают $x_{i\,б} = k_i^{-1} y_{i\,б}$. Для нелинейных статических характеристик вида $y = f(x)$ «единичное» нормирование ($\bar{f}(1) = 1$) обеспечивается выбором $x_б = f^{-1}(y_б)$ или $y_б = f(x_б)$. Аналогично для блока умножения $z = xy$ при выборе $z_б = x_б y_б$ получаем $\bar{z} = \bar{x}\bar{y}$. Как указывалось ранее, нормирование сумматоров во избежание появления на безразмерной структурной схеме дополнительных согласующих коэффициентов целесообразно осуществлять таким образом, чтобы базовые значения всех переменных, относящихся к сумматору (задающих сигналов обратных связей, выходных), были равны друг другу:

$$x_{1б} = x_{2б} = \ldots = x_{1о.\,с.\,б} = x_{2о.\,с.\,б} = \ldots = x_{\Sigma б}. \qquad (1.17)$$

В результате применения описанной процедуры свободного нормирования для некоторых звеньев структурной схемы базовые значения как входной, так и выходной переменной окажутся уже ранее выбранными и, следовательно, заданными принудительно. Такие звенья будем называть зависимо нормированными. Для них переход к относительным единицам производится путем определения значения зависимого коэффициента передачи согласно (1.15) по формуле

$$\bar{k}_i = k_i \frac{x_{i\,б}}{y_{i\,б}}.$$

Число таких зависимо нормируемых коэффициентов структурной схемы, т. е. коэффициентов, значения которых не могут быть выбраны произвольно, определяется выражением

$$n_з = l - m + z,$$

где l — общее число параллельных ветвей во всех согласно-параллельных соединениях структурной схемы; m — число независимых параллельных соединений; z — число замкнутых контуров структурной схемы. Если n — полное число коэффициентов схемы,

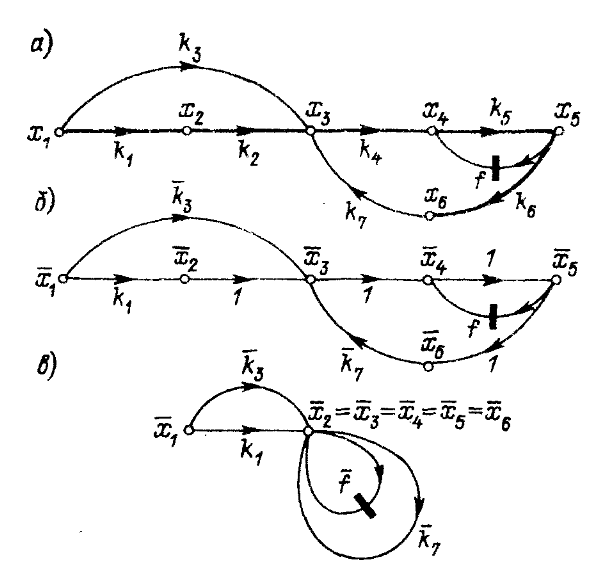


Рис. 1.9. К определению числа свободно нормируемых звеньев структурной схемы (графа)

то число свободно нормируемых коэффициентов может быть найдено как

$$n_{св} = n - n_з.$$

Из теории графов известно, что число свободно нормируемых звеньев структурной схемы (графа) определяется его деревом. Это положение может быть использовано при нормировании для проверки. Дерево представляет собой связный подграф данного графа, включающий в себя все его узлы (т. е. переменные системы), но не имеющие ни параллельных ветвей, ни контуров.

Для пояснения сказанного рассмотрим изображенный на рис. 1.9, *а* граф нелинейной автоматической системы. Он содержит восемь ветвей, в том числе одно параллельное соединение ($m = 1$), состоящее из двух ветвей ($l = 2$), а также два независимых контура ($z = 2$). Следовательно,

$$n_з = 2 - 1 + 2 = 3,$$

откуда

$$n_{св} = 8 - 3 = 5.$$

Таким образом, пять коэффициентов могут быть пронормированы по нашему усмотрению. Например, пусть задана следующая программа свободного нормирования:

$$\bar{k}_1 = k_1; \quad \bar{k}_2 = \bar{k}_4 = \bar{k}_5 = \bar{k}_6 = 1.$$

На рис. 1.9, *а* жирными линиями показано одно из возможных деревьев, а именно то, которое соответствует программе нормирования. Все остальные ветви (k_3, k_7, f) образуют так называемые дополнения графа и соответствуют зависимым коэффициентам. Из рисунка хорошо видно, что появление зависимых коэффициентов связано с наличием в графе параллельных ветвей или замкнутых контуров.

Порядок определения базовых значений переменных при нормировании по заданной нами программе может быть, например, следующим. Выбираем $x_{5б} = x_{5уст}$. Далее в соответствии с вариантами (1.16) находим

$$x_{6б} = k_6 x_{5б}; \quad x_{4б} = k_5^{-1} x_{5б}; \quad x_{3б} = k_4^{-1} x_{4б};$$
$$x_{2б} = k_2^{-1} x_{3б}; \quad x_{1б} = x_{2б}.$$

Получившийся в результате нормирования граф в относительных единицах и эквивалентный ему граф показаны на рис. 1.9, *б* и рис. 1.9, *в*. Зависимые коэффициенты определим по формуле (1.15):

$$\bar{k}_3 = k_3 \frac{x_{1б}}{x_{3б}}; \qquad \bar{k}_7 = k_7 \frac{x_{6б}}{x_{3б}}.$$

Нелинейная функция f — также зависимо нормируемая:

$$\bar{x}_4 = \frac{1}{x_{4б}} f\left(\bar{x}_5 x_{5б}\right) = \bar{f}\left(\bar{x}_5\right).$$

Для проверки правильности расчета коэффициентов нормированной структурной схемы имеются еще два общих правила, вытекающих из правил линейной алгебры:

1. Коэффициент передачи любого прямого пути (направленной последовательности звеньев) в нормированной структурной схеме $\bar{k}_{пр}$ должен быть равен соответствующему коэффициенту структурной схемы в абсолютных единицах $k_{пр}$, умноженному на отношение базовых значений входной и выходной переменных этого пути:

$$\bar{k}_{пр} = k_{пр} \frac{x_{вх.б}}{x_{вых.б}}. \tag{1.18}$$

2. Коэффициент передачи любого контура после перехода к безразмерной структурной схеме сохраняет свое значение:

$$\bar{k}_k = k_k. \tag{1.19}$$

Применим второе правило, например, к контуру, образованному переменными x_3, x_4, x_5 и x_6. Для исходного графа $k_k = k_4 k_5 k_6 k_7$. Для нормированного графа

$$\bar{k}_k = \bar{k}_7 = k_7 \frac{x_{6б}}{x_{3б}} = k_7 \frac{k_6 x_{5б}}{k_4^{-1} x_{4б}} = k_7 k_4 k_6 k_5 = k_k,$$

что подтверждает правильность нормирования.

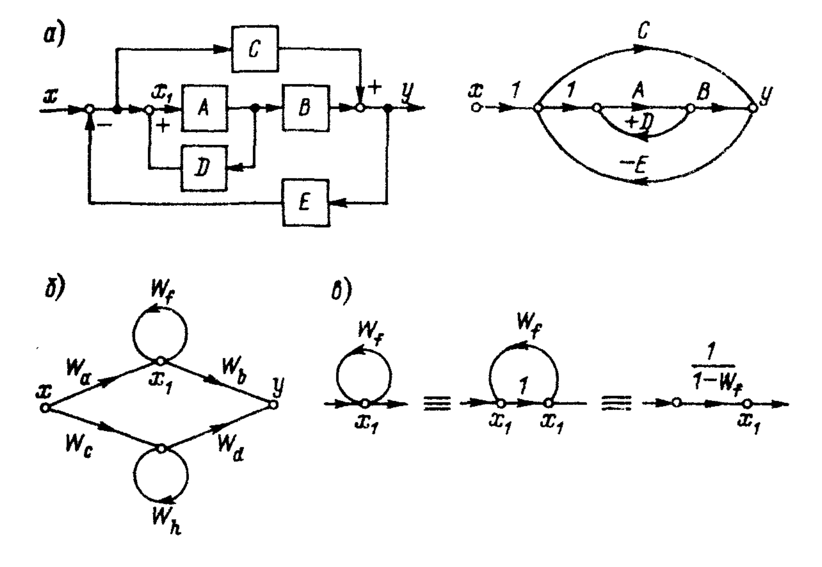


Рис. 1.10. К использованию правила Мейсона

Правило некасающихся контуров (теорема Мейсона) является общим способом, позволяющим быстро определить передаточную функцию (передачу) между двумя любыми переменными структурной схемы (графа). Геометрическая интерпретация этого правила связана с понятием пути и контура, которые следует уточнить применительно к структурным схемам.

Путь — непрерывная последовательность направленных звеньев между двумя переменными, в которой ни одна из переменных не встречается более одного раза. К примеру, на структурной схеме и соответствующем графе, изображенных на рис. 1.10, *а*, между переменными x и y — два прямых пути с передачами AB и C.

Контур — замкнутый путь. На рис. 1.10, *а* структурная схема (граф) содержит три контура с передачами AD, $-ABE$ и $-CE$ (знак «минус» учитывает наличие отрицательной связи).

Некасающийся контур — контур, не имеющий ни одной общей переменной с другим контуром или путем. На рис. 1.10, *а* — два не касающихся друг друга контура с передачами AD и $-CE$, к тому же контур AD не касается прямого пути с передачей C. Если видоизменить эту структурную схему таким образом, чтобы на вход блока с передачей C подавалась та же переменная x_1, что и на вход блока с передачей A, то такая схема не будет содержать некасающихся контуров, так как переменная x_1 в этом случае будет общей для всех контуров.

На основе правила Мейсона в его геометрической интерпретации передача между любым входом $x_{вх}$ и любым выходом $x_{вых}$

структурной схемы может быть составлена следующим образом:

$$W(p)=\frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)}=\frac{\sum\limits_i [W_{i\,\text{пр}}(p)\,\Delta_i(p)]}{\Delta(p)}, \qquad (1.20)$$

где $\Delta p = 1-\Sigma W_{k1}(p)+\Sigma W_{k2}(p)-\Sigma W_{k3}(p)+\ldots$; $\Sigma W_{k1}(p)$ — сумма передач всех контуров; $\Sigma W_{k2}(p)$ — сумма произведений передач не касающихся друг друга пар контуров; $\Sigma W_{k3}(p)$ — сумма произведений передач не касающихся друг друга троек контуров и т. д.; $W_{i\,\text{пр}}(p)$ — передача i-го пути от $x_{\text{вх}}$ к $x_{\text{вых}}$; $\Delta_i(p)=1-\Sigma W_{ik1}(p)+\Sigma W_{ik2}(p)-\Sigma W_{ik3}(p)+\ldots$; здесь ΣW_{ik1} — сумма передач контуров, не касающихся i-го пути; $\Sigma W_{ik2}(p)$ — сумма произведений передач всех пар контуров, не касающихся i-го пути и друг друга; $\Sigma W_{ik3}(p)$ — сумма произведений передач всех троек контуров, не касающихся i-го пути и друг друга и т. д.

В соответствии с этим выражением для структурной схемы на рис. 1.10, *а* передаточная функция по управлению x равна

$$W(p)=\frac{y(p)}{x(p)}=\frac{AB+C(1-AD)}{1-(AD-ABE-CE)+AD(-CE)}.$$

В частном случае, характерном для многих систем автоматизированного электропривода с одним усилителем, на входе которого суммируется несколько сигналов, и когда структурная схема обычно не содержит некасающихся контуров, передача определяется особенно просто — как сумма передач всех прямых путей $\Sigma W_{i\,\text{пр}}(p)$, деленная на разницу между единицей и суммой передач всех контуров $\Sigma W_{k1}(p)$.

Если структурная схема или граф содержит несколько параллельных каналов (рис. 1.10, *б*), то правило некасающихся контуров может быть применено к каждому каналу в отдельности с последующим суммированием полученных передаточных функций. Как следует из правила Мейсона, петля с передачей W_f может быть интерпретирована как последовательное звено с передачей $1/(1-W_f)$ (рис. 1.10, *в*).

Во многих случаях нахождение передаточной функции системы путем преобразования ее структурной схемы превращается в громоздкую процедуру, тогда как применение теоремы Мейсона быстро приводит к результату. Рассмотрим, например, структурную схему, изображенную на рис. 1.11, *а*. Она содержит один путь от x к y с передачей $W_1W_2W_5$ и три контура (они указаны стрелками) с передачами $-W_1W_2$, $-W_3W_4$ и W_4W_5, причем контур *2* является некасающимся по отношению к контуру *1* и к прямому пути. После краткого анализа можно записать передаточную функцию в соответствии с формулой (1.20)

$$W=\frac{W_1W_2W_5(1+W_3W_4)}{1+W_1W_2+W_3W_4-W_4W_5+W_1W_2W_3W_4}.$$

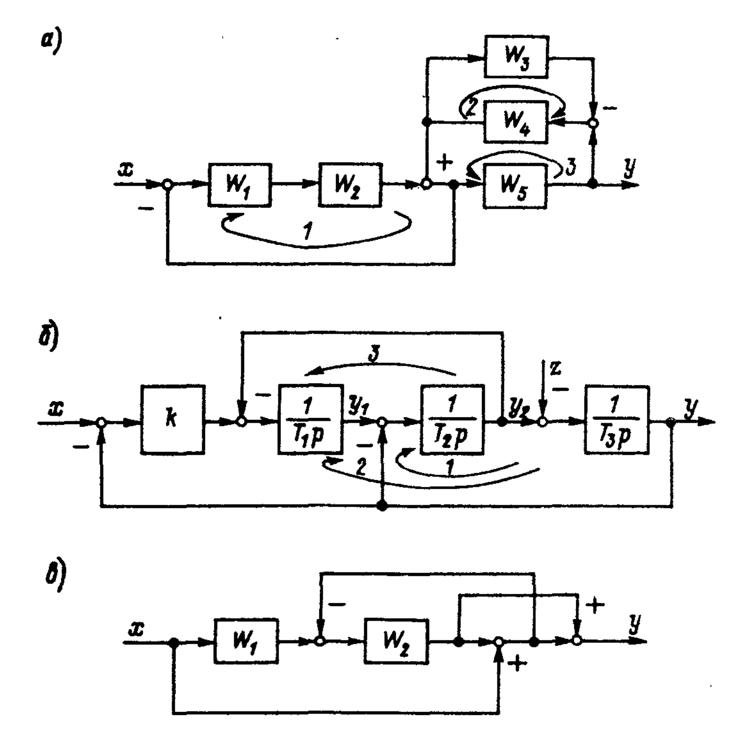


Рис. 1.11. Примеры использования правила Мейсона

Поучительно рассмотреть систему с двумя входными воздействиями. Для схемы рис. 1.11, *б* знаменатели передаточных функций по управляющему воздействию x и возмущающему воздействию z получаются одинаковыми, так как они зависят только от передач контуров. Числители же получаются разными, поскольку различными являются пути от x и z к y (или к любой другой переменной) и схемы касания контуров и путей. Так, для передаточной функции по управлению все контуры касаются единственного пути, имеющего передачу $k/(T_1T_2T_3p^3)$, которая и является, таким образом, числителем этой передаточной функции. Для передаточной функции по возмущению контур *3* с передачей $-1/(T_1T_2p^2)$ не касается пути с передачей $-1/(T_3p)$, вследствие чего числитель передаточной функции имеет вид $(-1/T_3p)\,[1 + 1/(T_1T_2p^2)]$.

Применять правила некасающихся контуров нужно внимательно, чтобы не пропустить какой-либо путь или контур. В рассмотренном примере при нахождении передачи, например, от z к y_1 кроме пути по направлению контура *2*, имеется еще один путь — по контуру *1* к переменной y_2 и далее по контуру *3* к конечной переменной y.

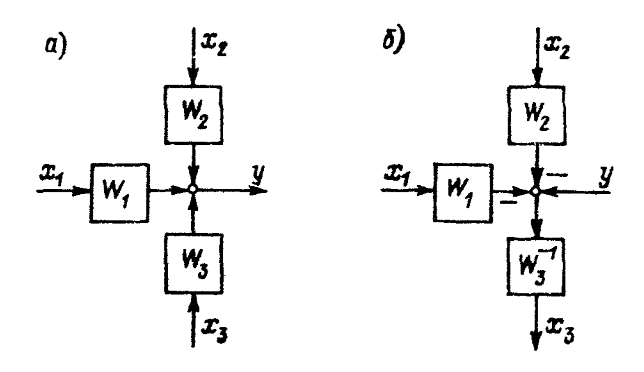


Рис. 1.12. Инверсия пути

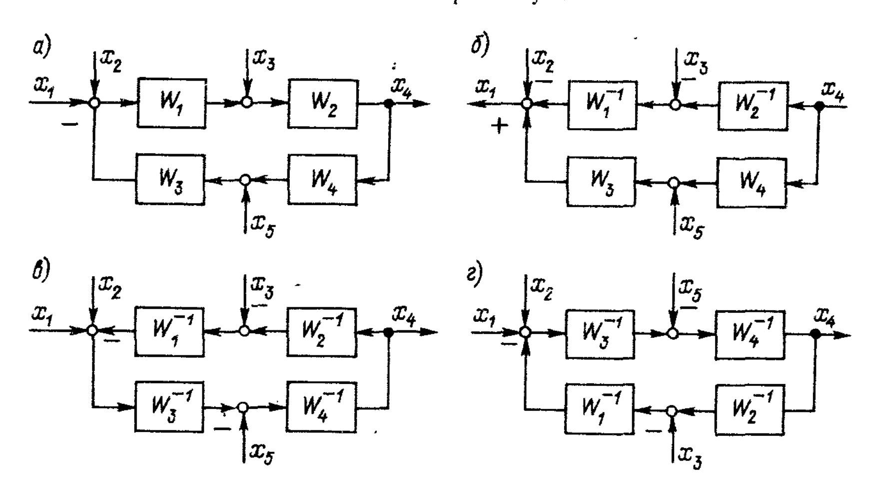


Рис. 1.13. Инверсия контура

В качестве самостоятельного упражнения читателю предлагается определить передаточную функцию между переменными x и y для структурной схемы, изображенной на рис. 1.11, *в*, двумя способами: с помощью структурных преобразований (при кажущейся простоте схемы они будут довольно сложными) и по правилу Мейсона. В последнем случае необходимо обратить особое внимание на то, что между переменными x и y имеются четыре пути.

Инверсия пути и контура. Одним из видов структурно-топологических преобразований является операция инверсии. Инверсию применяют, главным образом, для приведения структурных схем к виду, удобному для аналогового и цифрового моделирования, в результате устранения дифференцирующих звеньев.

Основное правило инверсии состоит в том, что при инверсии направления любого пути между двумя переменными структурной

схемы его передача становится обратной, а знаки всех сигналов, алгебраически суммирующихся на инвертируемом пути, изменяются на противоположные.

Это легко доказывается на примере схемы рис. 1.12, *а*, соответствующей уравнению $y = W_1x_1 + W_2x_2 + W_3x_3$. Изменяя направление пути от x_3 к y на обратное с учетом сформулированного выше правила инверсии, получим структурную схему рис. 1.12, *б*, что соответствует решению исходного уравнения относительно переменной x_3: $x_3 = W_3^{-1}(y - W_1x_1 - W_2x_2)$. В этом и состоит математическая трактовка операции инверсии пути, которая, таким образом, представляет собой не что иное, как графическое решение системы относительно другой переменной.

Из правила инверсии пути, как следствие, вытекает правило инверсии контура. Рассмотрим контур, изображенный на рис. 1.13, *а*. Применив правило инверсии к пути между переменными x_1 и x_4, получим схему, показанную на рис. 1.13, *б*. Проинвертируем теперь путь от x_4 к x_1, проходящий через обратную связь. В результате получим схему, изображенную на рис. 1.13, *в*, на которой замкнутый контур теперь имеет обратное направление. Сравнение полученной схемы с исходной позволяет сформулировать следующее правило инверсии контура.

При инверсии направления любого замкнутого контура передачи прямого и обратного каналов заменяют на обратные с проти-

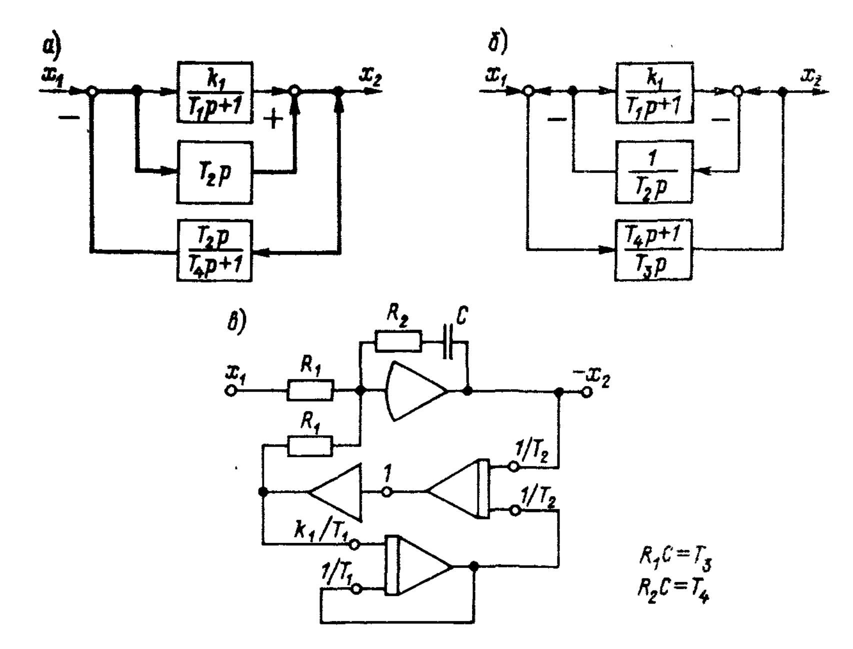


Рис. 1.14. Пример использования правила инверсии контура

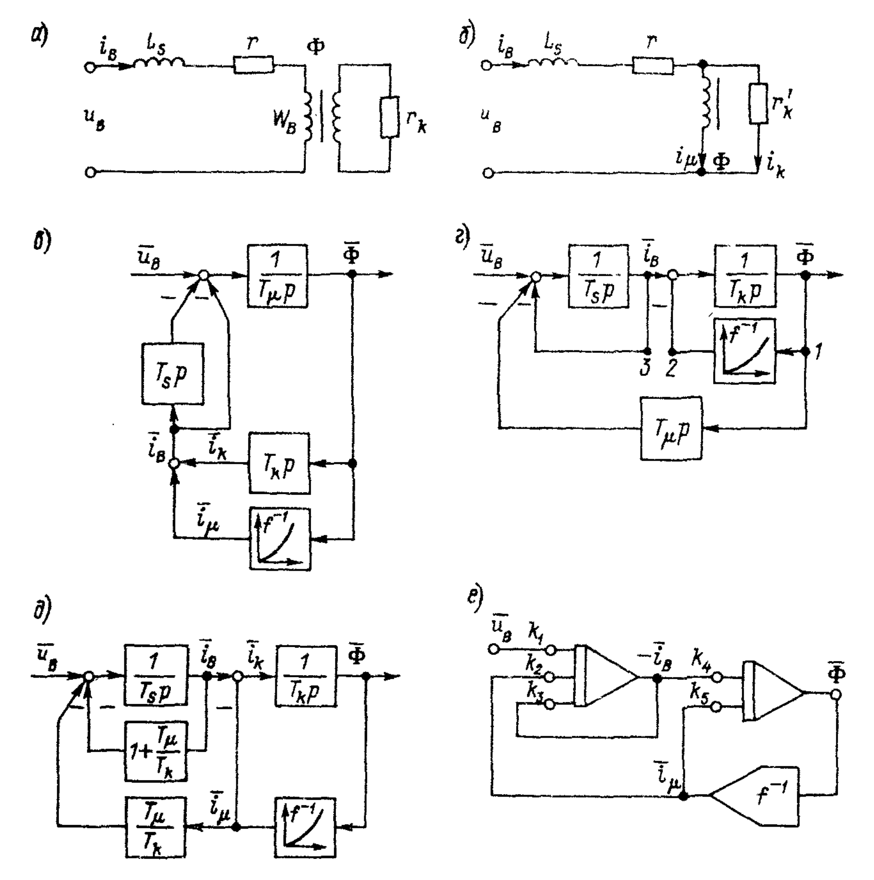


Рис. 1.15. Приведение нелинейной детализированной схемы к виду, удобному для моделирования на АВМ: *а* — электрическая схема нелинейной электромагнитной цепи; *б* — схема замещения; *в* — детализированная структурная схема; *г* — результат инверсии контура; *д* — окончательный результат преобразования; *е* — схема набора на АВМ

воположным знаком (замену знаков производят в узле сравнения). Знаки всех внешних воздействий, подходящих к контуру в любой точке, за исключеиием узла сравнения, также меняют на противоположные.

Если перерисовать последнюю схему так, как показано на рис. 1.13, *г*, то полученный выше результат можно сформулировать иначе: в замкнутом контуре передачи прямого канала и обратной связи можно поменять местами, заменив их на обратные значения и изменив на противоположные знаки подходящих к контуру внешних воздействий (за исключением сигналов, суммирующихся на узле сравнения).

Таблица 1.2

Операция	Схема	
	Исходная	Эквивалентная
Перестановка звеньев с взаимно обратными операторами		
Перестановка звена и отвода		
Инверсия		

Ниже рассматривается пример преобразования структурной схемы к виду, удобному для моделирования на аналоговой вычислительной машине (АВМ). Наличие в исходной структурной схеме, показанной на рис. 1.14, *а*, двух дифференцирующих звеньев, в том числе «чистого» дифференциатора с большой постоянной времени T_2, делало всю наборную схему АВМ неработоспособной. Применение правила инверсии к контуру, выделенному жирной линией, позволяет получить структурную схему (рис. 1.14, *б*), которая может быть реализована с помощью одних интегрирующих и безынерционных звеньев, т. е. может быть набрана на АВМ (рис. 1.14, *в*).

Иногда для приведения структурной схемы к требуемому виду бывает необходимо наряду с операцией инверсии применить структурные преобразования. В качестве примера рассмотрим нелинейную электромагнитную цепь с учетом вихревых токов и потока рассеяния (рис. 1.15, *а* и *б*). В ней содержится два дифференцирующих звена с передачами $T_s p$ и $T_k p$, непосредственная реализация которых на АВМ невозможна. Преобразование такой структурной схемы произведено в три этапа: 1) инверсия контура с передачами

$1/T_{\mu}p$, $T_k p$, $T_s p$ (рис. 1.15, *в* и *г*); 2) перенос отвода сигнала Ф из узловой точки *1* навстречу распространению сигнала через звено с передачей $1/T_k p$; 3) перенос того же отвода через сумматор с разветвлением в две точки *2* и *3* (рис. 1.15, *г* и *д*). По результату этих преобразований, приведенному на рис. 1.15, *д*, и составляется наборная схема электронной модели (рис. 1.15, *е*).

В заключение отметим, что в нелинейных структурных схемах допустимы только такие структурные преобразования, которые не нарушают принципов суперпозиции и коммутативности. В связи с этим нельзя применять преобразования, связанные с взаимной перестановкой нелинейного звена и сумматора или с перестановкой последовательно соединенных звеньев, из которых хотя бы одно нелинейное. Исключением является частный случай, когда операторы последовательно соединенных звеньев являются взаимно обратными, т. е. $f^{-1}\ [f(x)] = x$, и в совокупности образуют пропорциональное звено при любой последовательности соединения.

Правила инверсии пути и контура, как легко убедиться, для нелинейных схем остаются в силе, но при этом вместо передачи или обратной передачи следует говорить о прямом f или обратном f^{-1} нелинейных операторах. Таким образом, некоторые структурные преобразования допустимы и для нелинейных систем (табл. 1.2).

1.3. Экспериментальное определение параметров электроприводов, представленных детализированной структурной схемой (интегральный метод)

После разработки нормированной детализированной структурной схемы автоматической системы (электропривода) важнейшей задачей является определение ее параметров. На первом этапе это может быть сделано на основании данных каталогов и результатов конструктивных расчетов механизма. Однако наиболее достоверные данные, необходимые для уточнения параметров, а иногда и самой структурной схемы, могут быть получены экспериментальным путем в процессе наладки и испытаний системы. Существующие методы экспериментального определения динамических параметров обычно связаны с обработкой осциллограммы переходных процессов при ступенчатом сигнале, предъявляют жесткие требования к прямоугольности этого сигнала, пригодны обычно лишь для линейных систем и разрабатываются в большинстве случаев применительно к тем или иным конкретным элементам систем электропривода и автоматики. Этих недостатков лишен обобщенный интегральный метод [24], кратко излагаемый ниже.

Выше указывалось, что реальная автоматическая система, как правило, может быть представлена комбинацией интегрирующих и безынерционных (в том числе нелинейных) звеньев. Описывающая ее система дифференциальных уравнений состоит из нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка, имеющих при

записи в безразмерной форме вид

$$T_{i\,б}\frac{d\bar{x}_{вых\,i}}{dt}=\bar{f}_i\left(\bar{x}_1,\ .\ .\ .\ .\ ,\bar{x}_n;\ \bar{u}_1,\ .\ .\ .\ .\ ,\bar{u}_r\right).$$

где $T_{iб}$ — базовые постоянные времени; $\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_n; \bar{u}_1, \ldots, \bar{u}_r$ — координаты системы и внешние воздействия в относительных единицах.

Таким образом, переменная $\bar{x}_{вых\,i}$ является выходом интегрирующего звена с постоянной времени $T_{i\,б}$, вход которого представляет собой неявно заданную функцию приложенных внешних возмущений и связей по другим координатам $\bar{x}_{вх\,i}=\bar{f}_i\ (\bar{x}_1, \ldots, \bar{u}_r)$. Интегрируя исходное уравнение в определенных пределах, получаем при нулевых начальных условиях

$$\Delta\bar{x}_{вых}=\frac{1}{T_{i\,б}}\int\limits_{t_1}^{t_2}\bar{x}_{вх\,i}\,dt.$$

Следовательно, постоянную времени интегрирующего звена нормированной ДСС можно получить, интегрируя $\bar{x}_{вх\,i}$ по произвольному закону и измеряя соответствующее приращение $\Delta\bar{x}_{вых i}$ на определенном промежутке времени $t_2—t_1$:

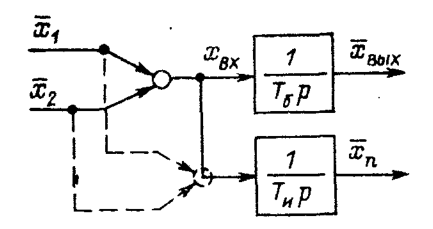
$$T_{i\,б}=\frac{1}{\Delta\bar{x}_{вых\,i}}\int\limits_{t_1}^{t_2}\bar{x}_{вх\,i}dt. \qquad (1.21)$$

Постоянная времени $T_{iб}$ согласно этому выражению определяется при произвольном законе изменения $\bar{x}_{вх\,i}$, а в промышленных системах без организации специального режима измерения, используя переходные процессы естественных режимов работы механизма. Известный способ измерения постоянной времени интегрирующего звена по времени нарастания выходного сигнала до постоянного значения (ступенчатого) входного сигнала является частным случаем рассмотренного выше более общего подхода.

Наиболее часто $\Delta\bar{x}_{вых\,i}$ изменяется на промежутке времени $[0, \infty)$ с таким расчетом, чтобы выходная величина достигла базового (установившегося) значения. При этом $\Delta\bar{x}_{вых\,i}=1$, а формула (1.21) приобретает еще более простой вид

$$T_{i\,б}=\int\limits_0^{\infty}\bar{x}_{вх\,i}dt. \qquad (1.22)$$

Так, например, по нормированной структурной схеме нелинейной электромагнитной цепи, рассмотренной ранее (см. рис. 1.8, *б*), нетрудно заметить, что постоянная времени контура возбуждения $T_б$ может быть определена из процесса нарастания потока Ф от



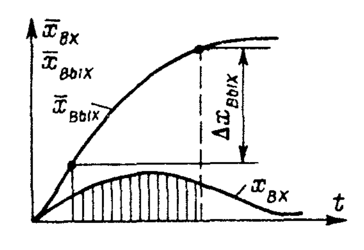


Рис. 1.16. Определение базовой постоянной времени интегрирующего звена интегральным методом

нуля до установившегося (базового) значения. Учитывая, что для такого процесса $\Delta\bar{x}_{вых} = \Delta\bar{x}_{вых.\,б} = 1$, а $\bar{x}_{вх} = \bar{u} - \bar{i}$, применяя для определения $T_б$ уравнение (1.22), получим

$$T_б = \int_0^\infty (\bar{u} - \bar{i})\, dt.$$

В этом случае для определения базовой постоянной необходимо произвести интегрирование площади, заключенной между кривыми относительных переменных входного напряжения и тока, изменяющихся по произвольному закону.

Постоянная времени якорной цепи двигателя $T_я$ может быть определена из физического процесса нарастания тока якоря до любого установившегося значения при подаче на якорную цепь соответствующего пониженного напряжения и заторможенном якоре двигателя. Для такого процесса можно записать в нормированном виде

$$T_я = \int_0^\infty (\bar{u}_я - \bar{i}_я)\, dt.$$

Интегрировать $\bar{x}_{вх}$, изменяющееся по произвольному закону, можно с помощью дополнительного (измерительного) интегратора с известной постоянной времени $T_и$. Схема для определения постоянной времени интегрирующего звена ДСС показана на рис. 1.16. По окончании процесса интегрирования за период $t_2 - t_1$ выходная величина звена ДСС — объекта измерения изменится на величину

$$\Delta\bar{x}_{вых} = \frac{1}{T_б} \int_{t_1}^{t_2} \bar{x}_{вх} dt. \qquad (1.23)$$

Подавая одновременно ту же входную величину на измерительный интегратор, по окончании процесса измерения получим

$$\Delta\bar{x}_и = \frac{1}{T_и} \int_{t_1}^{t_2} \bar{x}_{вх} dt.$$

Сравнивая эти выражения, находим

$$T_б = T_и \frac{\Delta \bar{x}_и}{\Delta \bar{x}_{вых}}.$$

С помощью интегрального метода можно решить и другую задачу — при известной (в частности, экспериментально определенной) постоянной времени интегрирующего звена определять текущие (установившиеся) значения выхода этого звена путем интегрирования изменения входной величины произвольным образом на любое, задаваемое исследователем, известное значение. Методика такого эксперимента основана на формуле (1.23) и может оказаться полезной, например, при снятии статических характеристик $\Delta \bar{x}_{вых}^{уст} = \bar{f}\,(\bar{x}_{вх}^{уст})$ звеньев, выходная величина в статике у которых определяется с трудом. К числу таких звеньев относятся, например, цепи возбуждения крупных двигателей, когда в качестве выходной величины рассматривается поток возбуждения. Величина $T_и$ может быть произвольной, хотя для удобства отсчетов при измерениях ее целесообразно принимать равной 1 с. Еще раз отметим, что в тех случаях, когда входная величина испытуемого звена не может быть получена в явном виде, ее приходится формировать из реальных физически воспроизводимых входных сигналов путем алгебраического суммирования на входе измерительного интегратора (на рис. 1.16 показано пунктиром). Столь простая реализация интегрального метода применима к широкому классу электромеханических систем, элементы которых могут быть описаны системой дифференциальных уравнений первого порядка вида

$$T_i \frac{dx_{вых\,i}}{dt} = \sum_{k=1}^{n} f_k\,(x_k) + \sum_{q=1}^{r} u_q\,(t),$$

где $f_k\,(x_k)$ — функциональные зависимости от координат системы, в том числе выходной координаты i-го звена; $u_q\,(t)$ — внешнее воздействие на входе i-го звена.

1.4. Векторно-матричные модели и их преобразования

Уравнения состояния и детализированная структура многомерного объекта. Главной особенностью «современной теории управления» [2, 31, 79] является рассмотрение систем преимущественно во временной области на основе понятия пространства состояний. При этом рассматриваются в общем случае многомерные системы, т. е. системы произвольного порядка с многими входами и выходами, в связи с чем широко используются язык векторно-матричных уравнений и аппарат линейной алгебры. Фундаментальным понятием современной теории управления является понятие состоя-

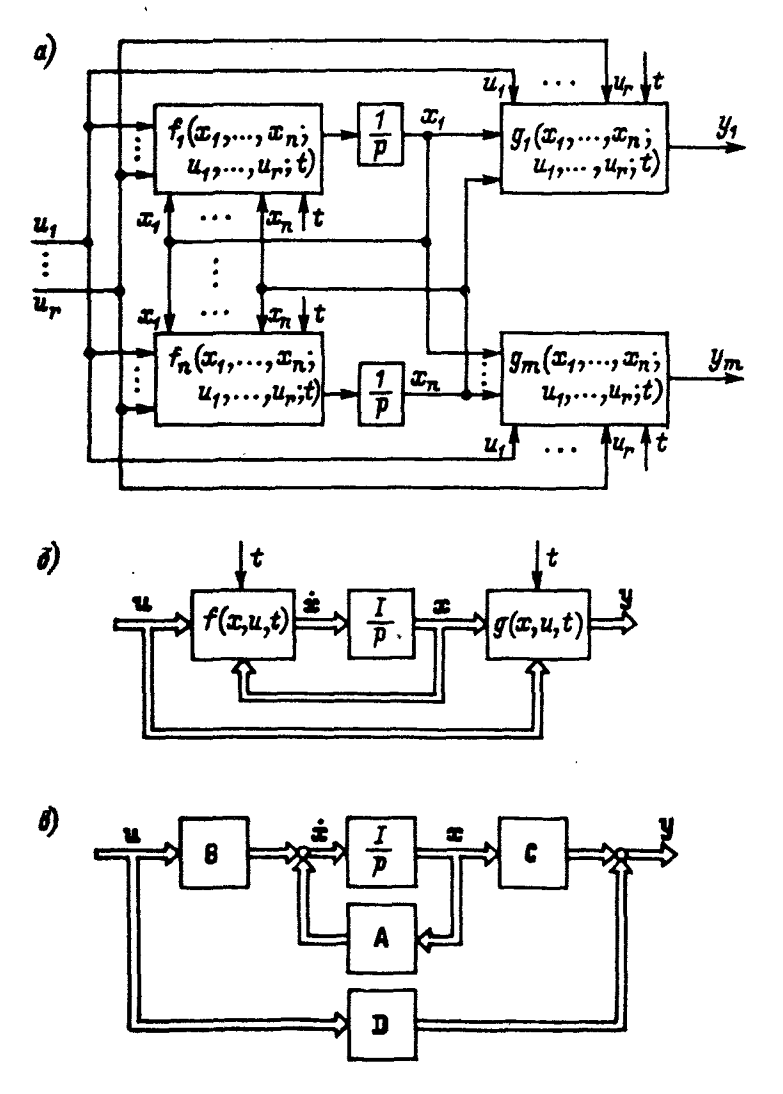


Рис. 1.17. Математические модели многомерного объекта в пространстве состояний: *а* — структурная схема, соответствующая уравнениям состояния; *б* — векторио-матричиая структурная схема; *в* — то же для линейной системы

ния. Говоря коротко, состояние системы в момент времени t_0 есть такая совокупность сведений о ней, наличия которой вместе с некоторым возможным входным воздействием, заданным на интервале времени $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$, достаточно для однозначного прогнозирования поведения системы в каждой точке этого интервала [2, 31].

Пусть имеется система n-го порядка, характеризующаяся переменными $x_i(t)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, изменяющимися, с учетом наличия входных воздействий $u_j(t)$, $j = 1, 2, \ldots, r$, согласно уравнениям

$$\dot{x}_i(t) = f_i[x_1(t), \ldots, x_n(t); u_1(t), \ldots, u_r(t); t], \quad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{1.24}$$

Если выбранная совокупность переменных x_i такова, что, задав их значения в начальный момент времени $t = t_0$ и закон изменения входных переменных $u_j(t)$ на интервале $[t_0, t_1]$, можно определить значения $x_i(t)$ для любых t из интервала $[t_0, t_1]$, то переменные x_i называются переменными состояния. Множество всех значений, принимаемых переменными x_i, называется пространством состояний. Уравнения (1.24) называются (дифференциальными) уравнения состояний.

Пусть $y_k(t)$, $k = 1, 2, \ldots, m$ — выходные переменные системы, т. е. переменные, изменение которых по тем или иным причинам нас интересует (в частности, ими могут быть все переменные состояния). Переменные y_k всегда могут быть выражены через переменные состояния и входные переменные с помощью алгебраических уравнений

$$y_k(t) = g_k[x_1(t), \ldots, x_n(t); u_1(t), \ldots, u_r(t); t], \quad k = 1, 2, \ldots, m, \tag{1.25}$$

которые называются уравнениями выхода.

Математическое описание системы посредством уравнений вида (1.24) и (1.25) называют представлением в форме переменных состояния. Соответствующая этой форме детализированная структурная схема изображена на рис. 1.17, *а*. Любая система, имеющая сосредоточенные параметры и, следовательно, описываемая конечным числом обыкновенных дифференциальных и алгебраических уравнений, может быть описана в форме переменных состояния.

Для систем с большим числом переменных состояния запись уравнений (1.24) и (1.25) в общем виде может быть сделана гораздо более компактной, если представить их в векторно-матричной форме. Для этого введем следующие обозначения и определения:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n(t) \end{bmatrix} \text{— } n\text{-мерный вектор состояния;}$$

$$\mathbf{u}(t)=\begin{bmatrix} u_1(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_r(t) \end{bmatrix} \text{— } r\text{-вектор входов;}$$

$$\mathbf{y}(t)=\begin{bmatrix} y_1(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_m(t) \end{bmatrix} \text{— } m\text{-вектор выходов.}$$

По аналогии можно ввести векторные понятия и для совокупностей нелинейных зависимостей, т. е. вектор-функции $f(\cdot)$ и $g(\cdot)$:

$$\mathbf{f}(\cdot)=\begin{bmatrix} f_1(\cdot) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n(\cdot) \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{g}(\cdot)=\begin{bmatrix} g_1(\cdot) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ g_m(\cdot) \end{bmatrix}.$$

В результате уравнения состояния и выхода примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(x,\ u,\ t); \\ \mathbf{y} &= \mathbf{g}(x,\ u,\ t), \end{aligned} \tag{1.26}$$

На рис. 1.17, *б* изображена структурная схема, составленная по этим уравнениям. Двойными линиями на ней обозначены векторные величины.

В тех случаях, когда векторные нелинейные зависимости $f_i(\cdot)$ и $g_k(\cdot)$ могут быть линеаризованы, например, путем разложения в ряд Тейлора, они становятся линейными комбинациями переменных состояния x_i и входных переменных u_j. При этом нелинейные зависимости приобретают следующий вид:

$$f_i[x_1(t),\ \ldots,\ x_n(t);\quad u_1(t),\ \ldots,\ u_r(t);\ t]=$$
$$=\sum_{l=1}^{n} a_{il}(t)\,x_l(t)+\sum_{q=1}^{r} b_{iq}(t)\,u_q(t);$$
$$g_k[x_1(t),\ \ldots,\ x_n(t);\ u_1(t),\ \ldots,\ u_r(t);\ t]=$$
$$=\sum_{l=1}^{n} c_{kl}(t)\,x_l(t)+\sum_{q=1}^{r} d_{kq}(t)\,u_q(t),$$

где $i=1,2,\ldots,n$; $k=1,2,\ldots,m$; $l=1,2,\ldots,n$; $q=1,2,\ldots,r$; n — число переменных состояния; r — число входов и m — число выходов линейного многосвязного (многомерного)

объекта управления. В этом случае уравнения (1.24) и (1.25) принимают вид

$$\dot{x}_1(t) = a_{11}(t)\,x_1(t) + \ldots + a_{1n}(t)\,x_n(t) + b_{11}(t)\,u_1(t) + \ldots + b_{1r}(t)\,u_r(t);$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\dot{x}_n(t) = a_{n1}(t)\,x_1(t) + \ldots + a_{nn}(t)\,x_n(t) + b_{n1}(t)\,u_1(t) + \ldots + b_{nr}(t)\,u_r(t);$$

$$y_1(t) = c_{11}(t)\,x_1(t) + \ldots + c_{1n}(t)\,x_n(t) + d_{11}(t)\,u_1(t) + \ldots + d_{1r}(t)\,u_r(t);$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$y_m(t) = c_{m1}(t)\,x_1(t) + \ldots + c_{mn}(t)\,x_n(t) + d_{m1}(t)\,u_1(t) + \ldots + d_{mr}(t)\,u_r(t)$$

или в векторно-матричной записи

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\,\mathbf{u}(t); \qquad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\,\mathbf{u}(t).$$

Обозначенные буквами **A**, **B**, **C** и **D** матрицы имеют следующие названия и смысл:

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & \ldots & a_{1n}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1}(t) & \ldots & a_{nn}(t) \end{bmatrix}$$

— матрица размером $n \times n$ (квадратная матрица n-го порядка), называемая матрицей системы. Она характеризует динамические свойства системы;

$$\mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} b_{11}(t) & \ldots & b_{1r}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ b_{n1}(t) & \ldots & b_{nr}(t) \end{bmatrix}$$

— прямоугольная $n \times r$-мерная матрица, называемая матрицей управления. Она характеризует воздействие входных переменных u_j на переменные состояния x_i;

$$\mathbf{C}(t) = \begin{bmatrix} c_{11}(t) & \ldots & c_{1n}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ c_{m1}(t) & \ldots & c_{mn}(t) \end{bmatrix}$$

— $m \times n$-мерная матрица измерения. Она характеризует связь выходных координиат y_k (как правило, это измеряемые переменные) с переменными состояния x_i;

$$\mathbf{D}(t) = \begin{bmatrix} d_{11}(t) & \ldots & d_{1r}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ d_{m1}(t) & \ldots & d_{mr}(t) \end{bmatrix}$$

— $m \times r$-мерная матрица. Она характеризует иепосредствеиное воздействие входов u_j на выходы y_k. В системах, которые будем рассматривать, чаще всего $\mathbf{D}(t) = 0$.

Если элементы матриц **A**, **B**, **C** и **D** не зависят от времени, то система стационарна, и уравнения в переменных состояния приобретают вид

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}; \qquad \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}. \tag{1.27}$$

Соответствующая уравнениям (1.27) матричная структурная схема приведена на рис. 1.17, *в*.

В качестве примера рассмотрим электродвигатель постоянного тока, описываемый известными уравнениями

$$u_я = c_д\omega + R_я i_я + L_я di_я/dt; \qquad c_д i_я - M_с = J d\varphi/dt.$$

Входными величинами являются напряжение на якоре $u_я$ и момент сопротивления $M_с$, а в качестве выхода рассмотрим, например ЭДС $e = c_д\omega$. Выберем в качестве переменных состояния переменные, стоящие под знаком производной: угловая скорость ω и ток якоря $i_я$. Тогда искомое описание будет иметь вид

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{c_д}{J} i - \frac{1}{J} M_с;$$

$$\frac{di_я}{dt} = -\frac{c_д}{L_я} - \frac{R_я}{L_я} i_я + \frac{1}{L_я} u_я,$$

$$e = c_д\omega.$$

С использованием рассмотренной выше векторно-матричной записи эти уравнения состояния и выхода выглядят следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c_д}{J} \\ -\frac{c_д}{L_я} & -\frac{R_я}{L_я} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ i_я \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J} \\ \frac{1}{L_я} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_я \\ M_с \end{bmatrix};$$

$$e = [c_д \quad 0] \begin{bmatrix} \omega \\ i_я \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} u_я \\ M_с \end{bmatrix},$$

откуда

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c_д}{J} \\ -\frac{c_д}{L_я} & -\frac{R_я}{L_я} \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J} \\ \frac{1}{L_я} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C} = [c_д \cdot 0]; \qquad \mathbf{D} = [0 \quad 0].$$

В дальнейшем уравнения в форме переменных состояния для краткости будем называть уравнениями состояния.

Выбор переменных состояния для каждой данной системы, заданной дифференциальными уравнениями или структурной схемой, не единственен.

Если для выбранного вектора состояния x уравнения системы имеют вид

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}; \quad \mathbf{y} = \mathbf{Cx}, \tag{1.28}$$

то переход к новой системе координат z (он называется заменой базиса в пространстве состояний) может рассматриваться как результат неособенного преобразования

$$\mathbf{z} = \mathbf{Px}, \tag{1.29}$$

приводящего уравнения системы к виду

$$\dot{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u}; \qquad \mathbf{y} = \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{z}, \tag{1.30}$$

где $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{B}}$ и $\tilde{\mathbf{C}}$ — матрицы системы в новой системе координат. Термин «неособенное» означает, что матрица преобразования $\mathbf{P}$ — неособенная, т. е. $\det \mathbf{P} \neq 0$, так что существует обратная ей матрица $\mathbf{P}^{-1}$, и, следовательно, на основании (1.30) можно записать

$$\mathbf{x} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{z} \tag{1.31}$$

— соотношение, определяющее обратный переход от z к x.

Рассмотрим, как матрицы $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{B}}$ и $\tilde{\mathbf{C}}$ выражаются через $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$. Для этого подставим формулу (1.31) в (1.28):

$$\mathbf{P}^{-1}\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{AP}^{-1}\mathbf{z} + \mathbf{Bu};$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{CP}^{-1}\mathbf{z},$$

и затем умножим обе части первого уравнения слева на $\mathbf{P}$:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{PAP}^{-1}\mathbf{z} + \mathbf{PBu}; \qquad \mathbf{y} = \mathbf{CP}^{-1}\mathbf{z}.$$

Сравнивая полученные уравнения с уравнениями (1.30), находим

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{PAP}^{-1}; \qquad \tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{PB}; \qquad \tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{CP}^{-1}.$$

В то время как запись уравнений в переменных состояния по заданной структурной схеме представляет собой задачу со многими решениями, обратная задача — составление детализированной структурной схемы по уравнениям состояния — решается всегда единственным образом.

Каноническая форма уравнений состояния. Возможность выбора переменных состояния (базиса) по усмотрению исследователя имеет важное значение. Часто это позволяет предельно упростить доказательство теорем. Кроме того, специальным выбором переменных состояния уравнения системы могут быть приведены к виду,

наиболее удобному для выполнения расчетов, моделирования и вообще решения различных задач анализа и синтеза.

Канонической обычно принято называть такую форму представления уравнений состояния, при которой для задания матрицы **A** необходима информация о минимальном числе элементов этой матрицы.

Рассмотрим наиболее употребительную нормальную каноническую форму. Будем считать, что система имеет один вход и один выход и что задана передаточная функция

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_{m-1} p + b_m}{p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n}, \quad (1.32)$$

где $m < n$ (наиболее распространенный в практике случай), а полином в знаменателе нормирован ($a_0 = 1$), чего всегда можно добиться, разделив числитель и знаменатель на a_0. Если в передаточной функции (1.32) $m = 0$, то для приведения к нормальной форме в качестве переменных состояния принимаются выходная координата системы и ее производные вплоть до $(n-1)$-й: $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y}, \ldots, x_n = y^{(n-1)}$ или в общем виде $x_i = y^{(i-1)}$, $i = 1, \ldots, n$. Отсюда следует, что

$$\dot{x}_i = x_{i+1}, \qquad i = 1, \ \ldots, \ n-1. \quad (1.33)$$

Выражение для $\dot{x}_n$ можно получить из дифференциального уравнения системы, которое сразу находится по передаточной функции (1.32):

$$\dot{x}_n = y^{(n)} = -a_n y - \ldots - a_1 y^{(n-1)} + b_0 u = $$
$$= -a_n x_1 - \ldots - a_1 x_n + b_0 u. \quad (1.34)$$

В соответствии с выражениями (1.33) и (1.34) уравнения в нормальной форме имеют вид

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ 0 & 0 & \ldots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \ldots & -a_1 \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix} u;$$

$$y = [1 \quad 0 \quad . \quad . \quad . \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Если в функции (1.32) $m \neq 0$, то $\dot{x}_i = x_{i+1}$, $i = 1, \ldots, n-1$; $y = b_0 x_{m+1} + \ldots + b_m x_1$. Можно показать, что при этом $\dot{x}_n = -a_n x_1 - \ldots - a_1 x_n + u$, и, вследствие этого матрица A будет иметь тот же вид, что и выше, а матрицы B и C выразятся так:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{C} = [b_m \; . \; . \; . \; b_0 \; 0 \; . \; . \; . \; 0].$$

При этом структурная схема системы имеет вид, показанный на рис. 1.18.

В работах [31, 79] подробно рассмотрены способы получения канонических форм с разложением передаточной функции на простые дроби, простые множители, а также метод, применяемый при аналоговом моделировании.

Передаточные матрицы системы. Научившись составлять векторно-матричные уравнения в форме переменных состояния, теперь необходимо выяснить, как эти уравнения и соответствующие им

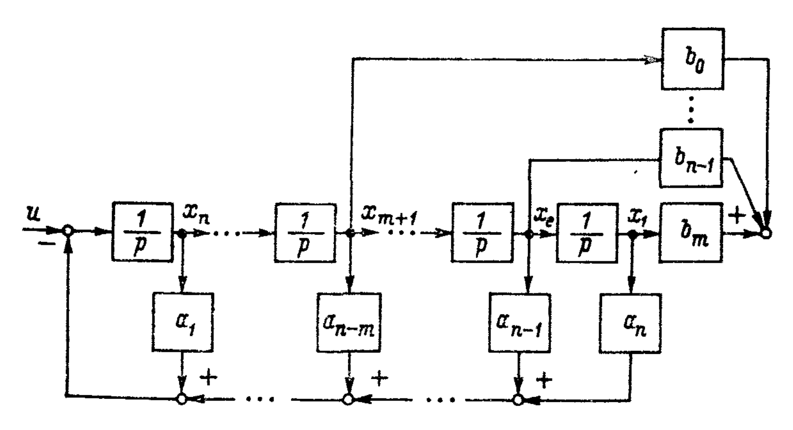


Рис. 1.18. Структурная схема, соответствующая нормальной форме уравнений состояния

матрицы связаны с уже известными нам понятиями передаточной функции, характеристического уравнения и т. д. С этой целью применим преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях к уравнениям состояния линейной стационарной системы в форме (1.28):

$$p\mathbf{X}(p)=\mathbf{AX}(p)+\mathbf{BU}(p); \qquad \mathbf{Y}(p)=\mathbf{CX}(p).$$

Теперь вместо векторных переменных $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{u}(t)$ и $\mathbf{y}(t)$, являющихся функциями времени, мы имеем дело с их изображениями в области комплексной переменной p; в то же время $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$ — по-прежнему матрицы соответствующих размеров с постоянными элементами. В первом уравнении перенесем $\mathbf{AX}(p)$ в левую часть и, использовав соотношение $p\mathbf{X}(p)=p\mathbf{IX}(p)$ ($\mathbf{I}$ — единичная матрица размером $n\times n$), представим уравнение в виде $(p\mathbf{I}-\mathbf{A})\,\mathbf{X}(p)=$ $=\mathbf{BU}(p)$. Домножив это уравнение слева на $(p\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$, получим $\mathbf{X}(p)=(p\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\,\mathbf{BU}(p)$. Отсюда $\mathbf{Y}(p)=\mathbf{C}\,(p\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\,\mathbf{BU}(p)$. Обозначив $\mathbf{G}(p)=(p\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}$; $\mathbf{H}(p)=\mathbf{CG}(p)=\mathbf{C}\,(p\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}$, запишем

$$\mathbf{Y}(p)=\mathbf{H}(p)\,\mathbf{U}(p); \tag{1.35}$$

$$\mathbf{X}(p)=\mathbf{G}(p)\,\mathbf{U}(p). \tag{1.36}$$

Матрица $\mathbf{H}(p)$ размером $m\times r$ (так как $\mathbf{Y}(p)$ — это m-вектор, а $\mathbf{U}(p)$ — r-вектор), определяемая соотношением (1.35), называется передаточной матрицей вход—выход системы или, как ее еще называют, матричной передаточной функцией. Элемент $H_{ij}(p)$ этой матрицы представляет собой обычную передаточную функцию от j-го входа к i-му выходу. Это сразу становится ясным, если выписать отдельно i-ю строку равенства (1.35), предварительно выполнив умножение на $\mathbf{U}(p)$:

$$Y_i(p)=H_{i1}(p)\,U_1(p)+\;.\;.\;.\;+H_{ij}(p)\,U_j(p)+\;.\;.\;.\;+$$
$$+H_{ir}(p)\,U_r(p).$$

Если система имеет один вход и один выход ($m=r=1$), то передаточная матрица вырождается в обычную передаточную функцию. В этом случае можно написать $H(p)=Y(p)/U(p)$. В многомерном же случае такая запись недопустима, так как операция деления на вектор не имеет смысла.

Аналогично матрица $\mathbf{G}(p)$ размером $n\times r$, определяемая соотношением (1.36), называется передаточной матрицей вход-состояние.

Найдем передаточную матрицу для рассмотренного выше двигателя постоянного тока. Предварительно напомним, что операция

обращения некоторой квадратной матрицы **Ф** может быть выполнена по формуле

$$\mathbf{\Phi}^{-1} = \frac{1}{\det \mathbf{\Phi}} \operatorname{Adj} \mathbf{\Phi},$$

где присоединенная матрица

$$\operatorname{Adj} \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \dots & \Delta_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \Delta_{n1} & \dots & \Delta_{nn} \end{bmatrix}^{\text{т}}$$

получается из матрицы **Ф** заменой каждого элемента φ_{ij} его алгебраическим дополнением Δ_{ij} с последующим транспонированием полученной матрицы.

Так как

$$p\mathbf{I} - \mathbf{A} = p\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{c_{\text{д}}}{J} \\ -\dfrac{c_{\text{д}}}{L_{\text{я}}} & -\dfrac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p & -\dfrac{c_{\text{д}}}{J} \\ \dfrac{c_{\text{д}}}{L_{\text{я}}} & p + \dfrac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} \end{bmatrix},$$

то

$$\det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}) = \begin{vmatrix} p & -\dfrac{c_{\text{д}}}{J} \\ \dfrac{c_{\text{д}}}{L_{\text{я}}} & p + \dfrac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} \end{vmatrix} = p^2 + \frac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} p + \frac{c_{\text{д}}^2}{L_{\text{я}} J},$$

$$\operatorname{Adj}(p\mathbf{I} - \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} p + \dfrac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} & -\dfrac{c_{\text{д}}}{L_{\text{я}}} \\ \dfrac{c_{\text{д}}}{J} & p \end{bmatrix}^{\text{т}} = \begin{bmatrix} p + \dfrac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} & \dfrac{c_{\text{д}}}{J} \\ -\dfrac{c_{\text{д}}}{L_{\text{я}}} & p \end{bmatrix};$$

$$(p\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \frac{1}{p^2 + \dfrac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} p + \dfrac{c_{\text{д}}^2}{L_{\text{я}} J}} \begin{bmatrix} p + \dfrac{R_{\text{я}}}{L_{\text{я}}} & \dfrac{c_{\text{д}}}{J} \\ -\dfrac{c_{\text{д}}}{L_{\text{я}}} & p \end{bmatrix}.$$

Отсюда

$$\mathbf{C}(p\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}=\frac{1}{p^2+\frac{R_я}{L_я}p+\frac{c_д^2}{L_я J}}[c_д \quad 0]\begin{bmatrix} p+\frac{R_я}{L_я} & \frac{c_д}{J} \\ -\frac{c_д}{L_я} & p \end{bmatrix}=$$

$$=\frac{1}{p^2+\frac{R_я}{L_я}+\frac{c_д^2}{L_я J}}\left[c_д\left(p+\frac{R_я}{L_я}\right) \quad \frac{c_д^2}{J}\right];$$

$$\mathbf{H}(p)=\mathbf{C}(p\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}=\frac{1}{p^2+\frac{R_я}{L_я}p+\frac{c_д^2}{L_я J}}\times$$

$$\times\left[c_д\left(p+\frac{R_я}{L_я}\right) \quad \frac{c_д^2}{J}\right]\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J} \\ \frac{1}{L_я} & 0 \end{bmatrix}=$$

$$=\frac{1}{p^2+\frac{R_я}{L_я}p+\frac{c_д^2}{L_я J}}\left[\frac{c_д^2}{JL_я} \quad -\frac{c_д}{J}\left(p+\frac{R_я}{L_я}\right)\right]=$$

$$=\left[\frac{1}{\frac{L_я J}{c_д^2}p^2+\frac{R_я J}{c_д^2}+1} \quad -\frac{\frac{R_я}{c_д}\left(\frac{L_я}{R_я}p+1\right)}{\frac{L_я J}{c_д^2}p^2+\frac{R_я J}{c_д^2}p+1}\right].$$

Первый и второй элемент матрицы представляют собой передаточные функции напряжение — ЭДС и момент сопротивления — ЭДС.

Так как в передаточные матрицы $\mathbf{H}(p)$ и $\mathbf{G}(p)$ входит выражение $(p\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$, то все элементы этих матриц, т. е. передаточные функции системы, содержат выражение

$$F(p)=\det(p\mathbf{I}-\mathbf{A}),$$

являющееся характеристиками полиномом системы. Корни этого полинома называются собственными числами матрицы A. Указанные понятия используются в дальнейших разделах книги, в частности, при рассмотреиии методики синтеза модального и адаптивного регуляторов с использованием методов пространства состояний.

1.5. Управляемость и наблюдаемость автоматических систем

Рассмотренный в предыдущих параграфах подход к исследованию автоматических систем на основе понятия пространства состояний оказался чрезвычайно плодотворным и в настоящее время получает все большее распространение. В рамках этого подхода были не только разработаны эффективные алгоритмы анализа и синтеза систем, ориентированные на использование вычислительных машин, но и впервые получены (Р. Калманом) многие теоретические результаты, касающиеся наиболее общих свойств динамических систем, к числу которых относятся такие важнейшие их свойства, как управляемость и наблюдаемость. Смысл и значение этих понятий наиболее ясно выявляется при рассмотрении вопросов аналитического конструирования и реализации регуляторов, в частности, так называемых модальных регуляторов.

Известно, что динамические свойства системы определяются, главным образом, ее полюсами, т. е. корнями ее характеристического уравнения, или, что то же самое, собственными числами матрицы **A**. Так, необходимым и достаточным условием асимптотической устойчивости линейной системы является нахождение ее полюсов в левой полуплоскости комплексных чисел. От взаимного расположения этих полюсов и зависит характер переходных процессов в системе. Для исходной линейной стационарной системы, описываемой уравнением состояния

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \qquad (1.37)$$

желаемое расположение полюсов на комплексной плоскости может быть обеспечено введением так называемой линейной обратной связи по состоянию, уравнение которой можно записать следующим образом:

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} - \mathbf{k}\mathbf{x}. \qquad (1.38)$$

В этом уравнении $\mathbf{v}$ — это новое обозначение вектора входных (задающих) воздействий; $\mathbf{k}$ — матрица обратной связи. Если u и v — скаляры, то $\mathbf{k}$ является матрицей-строкой, элементы которой представляют собой коэффициенты обратных связей по всем составляющим вектора $\mathbf{x}$.

Исходная система, которую теперь назовем объектом, и линейная обратная связь по состоянию образуют замкнутую систему, как это показано на рис. 1.19, *а*. Уравнение этой системы получается объединением уравнений (1.37) и (1.38):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{v} - \mathbf{k}\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{v} - \mathbf{B}\mathbf{k}\mathbf{x}$$

или окончательно

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{k})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{v}. \qquad (1.39)$$

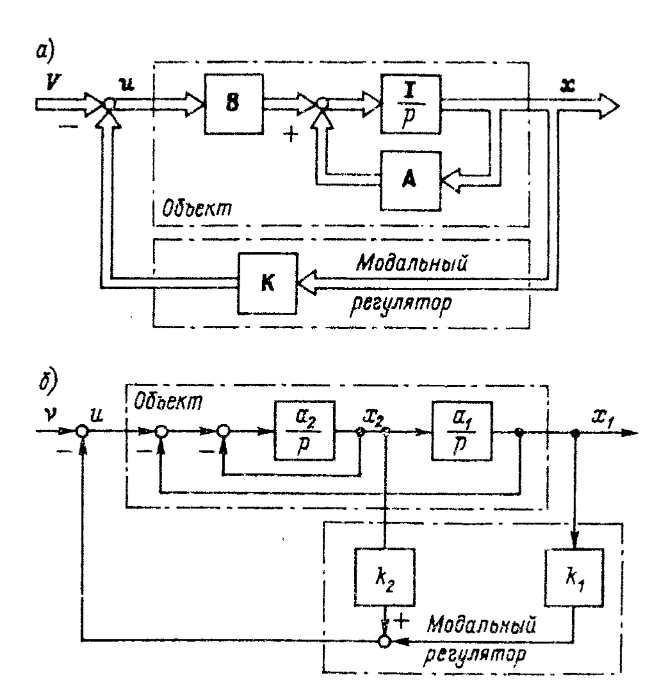


Рис. 1.19. Модальное управление: *а* — векторно-матричная схема; *б* — ДСС

В то время как динамические свойства объекта в соответствии с уравнением (1.37) определяются матрицей **A**, динамические свойства полученной замкнутой системы определяются в силу уравнения (1.39) матрицей $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \mathbf{Bk}$. Задача состоит в том, чтобы найти такую матрицу коэффициентов обратных связей **k**, при которой замкнутая с помощью обратной связи по состоянию система имела бы желаемое распределение полюсов (предполагается, что такое желаемое распределение известно), т. е. желаемый характеристический полином $H_0(p)$: $\det(p\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}}) = H_0(p)$. Сформулированная нами задача называется задачей модального управления, в связи с чем линейная обратная связь по состоянию, представляющая собой по существу безынерционный регулятор в цепи обратной связи, называется в данном случае модальным регулятором [15, 58].

Вполне понятно, что существование матрицы обратной связи **k**, придающей системе заданные (любые желаемые) динамические свойства, может быть гарантировано только в том случае, если структура самого объекта не накладывает ограничений на возможность управления состоянием объекта **x** с помощью входного воздействия **u**. Другими словами, как в этом случае принято говорить, объект должен быть полностью управляем. Дадим последнему термину точное определение. Линейная система, описываемая уравне-

нием $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\,\mathbf{u}(t)$, называется полностью управляемой, если она может быть переведена из произвольного начального состояния $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$ в произвольное конечное состояние $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}(t_1)$ в течение конечного промежутка времени $t_1 - t_0$ при помощи ограниченного управления $\mathbf{u}(t)$, $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$.

Для линейной стационарной системы, описываемой уравнением (1.37), проверка факта управляемости осуществляется наиболее просто. Для этого необходимо составить так называемую матрицу управляемости $\mathbf{P} = (\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \mathbf{A}^2\mathbf{B}, \ldots, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B})$. Эта матрица имеет блочную структуру: ее элементами являются также матрицы — $\mathbf{B}$, $\mathbf{AB}$, $\mathbf{A}^2\mathbf{B}$ и другие (общим числом n), каждая размером $n \times m$, поэтому матрица $\mathbf{P}$ имеет n строк и mn столбцов. Необходимым и достаточным условием полной управляемости системы (1.37) является равенство ранга матрицы $\mathbf{P}$ порядку системы: $\operatorname{rank} \mathbf{P} = n$. Напомним, что рангом матрицы называется наивысший порядок отличных от нуля миноров этой матрицы (т. е. всевозможных определителей, составленных из элементов, стоящих на пересечении выбранных строк и столбцов матрицы).

Поясним сказанное примером. Пусть имеется объект с одним входом, структура которого изображена на рис. 1.20, а матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ имеют вид

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 \\ -a_2 & -a_2 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (a_1 > 0;\quad a_2 > 0).$$

Требуется исследовать управляемость объекта и рассчитать модальный регулятор таким образом, чтобы система имела характеристический многочлен

$$H^0(p) = p^2 + 2\omega_0 p + \omega_0^2,$$

где ω_0 — константа, определяющая быстродействие системы.

Определим сначала матрицу управляемости. Находим

$$\mathbf{AB} = \begin{bmatrix} a_1 a_2 \\ -a_2^2 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{P} = (\mathbf{B},\quad \mathbf{AB}) = \begin{bmatrix} 0 & a_1 a_2 \\ a_2 & -a_2^2 \end{bmatrix}.$$

Ранг матрицы $\mathbf{P}$ равен двум, так как определитель второго порядка $\det \mathbf{P}$ отличен от нуля. Следовательно, данный объект по входу $\mathbf{u}$ полностью управляем, и, значит, может быть построен модальный регулятор, реализующий любую заданную динамику.

Поскольку объект — второго порядка и имеет один вход, то матрица обратной связи $\mathbf{k}$ является строкой с элементами k_1 и k_2 (это вытекает из необходимости согласования размеров матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{k}$, как видно ниже). Тогда

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \mathbf{Bk} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 \\ -a_2 & -a_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ a_2 \end{bmatrix} [k_1 \quad k_2] =$$
$$= \begin{bmatrix} 0 & a_1 \\ -a_2(1 + k_1) & -a_2(1 + k_2) \end{bmatrix}.$$

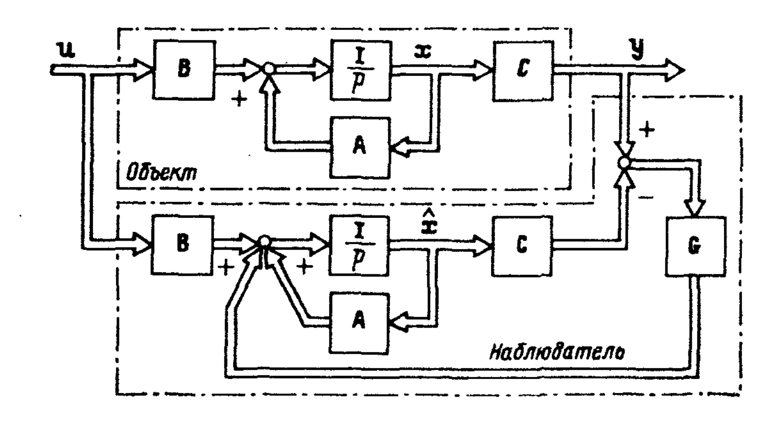


Рис. 1.20. Замкнутая система наблюдения

Далее должно выполняться равенство

$$\det\left(p\mathbf{I}-\widetilde{\mathbf{A}}\right)=\begin{bmatrix} p & -a_1 \\ a_2(1+k_1) & p+a_2(1+k_2) \end{bmatrix}=p^2+2\omega_0 p+\omega_0^2.$$

Раскрывая определитель и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях p, получаем два алгебраических уравнения, из которых определяются искомые коэффициенты обратных связей

$$k_1=\frac{\omega_0^2}{a_1a_2}-1; \qquad k_2=\frac{2\omega_0}{a_2}-1.$$

Реализация линейной обратной связи по состоянию часто бывает затруднена тем, что не все координаты объекта, т. е. составляющие вектора состояния, доступны непосредственному измерению. Однако во многих случаях удается построить устройство, называемое наблюдателем, вырабатывающее оценки тех координат объекта, измерение которых осуществить нельзя. Для объекта, описываемого уравнениями

$$\dot{\mathbf{x}}=\mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{B}\mathbf{u}; \qquad \mathbf{y}=\mathbf{C}\mathbf{x}, \tag{1.40}$$

уравнение состояния наблюдателя имеет вид

$$\dot{\widehat{\mathbf{x}}}=\mathbf{A}\widehat{\mathbf{x}}+\mathbf{B}\mathbf{u}+\mathbf{G}\left(\mathbf{y}-\widehat{\mathbf{y}}\right), \tag{1.41}$$

где $\widehat{\mathbf{y}}=\mathbf{C}\mathbf{x}$; $\mathbf{G}$ — произвольная постоянная матрица. Из этого уравнения и соответствующего ему рис. 1.20 видно, что входами наблюдателя служат входы и измеряемые выходы объекта. Совместно решая уравнения (1.40) и (1.41), получаем уравнение ошибки оценивания

$$\dot{\widehat{\mathbf{x}}}-\dot{\mathbf{x}}=(\mathbf{A}-\mathbf{G}\mathbf{C})\left(\widehat{\mathbf{x}}-\mathbf{x}\right).$$

Известно, что если собственные числа матрицы **A—GC**, т. е. полюсы системы объект—наблюдатель, лежат в левой полуплоскости, то при $t \to \infty$ ошибка оценивания $\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x} \to 0$, т. е. переменные состояния наблюдателя асимптотически сходятся к аналогичным переменным объекта и, таким образом, являются их оценками. Скорость сходимости оценок координат к их истинным значениям зависит от расположения полюсов системы объект — наблюдатель. Поэтому важно иметь возможность выбирать эти полюсы по своему усмотрению. Возможность построения наблюдателя и произвольного размещения полюсов определяется важным свойством систем, называемым наблюдаемостью.

Система

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\,\mathbf{u}(t);$$
$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\,\mathbf{x}(t)$$

называется полностью наблюдаемой, если для всех t_0 можно единственным образом определить $\mathbf{x}(t_0)$ по данным измерения $\mathbf{u}(t)$ и $\mathbf{y}(t)$ на конечном интервале времени $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$. Для линейной стационарной системы (1.40) необходимым и достаточным условием полной наблюдаемости является условие rank $\mathbf{Q} = n$, где матрица наблюдаемости $\mathbf{Q} = [\mathbf{C}^{\mathrm{T}}, \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}^{\mathrm{T}}, (\mathbf{A}^{\mathrm{T}})^2\mathbf{C}^{\mathrm{T}}, \ldots, (\mathbf{A}^{\mathrm{T}})^{n-1}\mathbf{C}^{\mathrm{T}}]$.

Нетрудно убедиться, что если в рассмотренном нами примере измеряемой координатой является x_1, то объект по этой координате полностью наблюдаем, и, следовательно, может быть построен наблюдатель с желаемым размещением полюсов. На рис. 1.21 показана реализация модального управления для случая, когда одна координата объекта x_1 непосредственно измеряется, а другая x_2

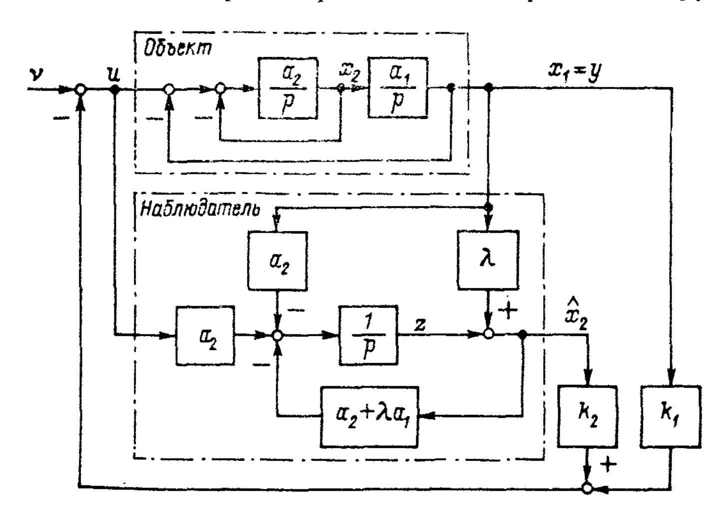


Рис. 1.21. Реализация модального управления

восстанавливается (оценивается) с помощью наблюдателя. В отличие от наблюдателя, описываемого уравнением (1.41) и имеющего тот же порядок, что и объект, здесь применен так называемый наблюдатель пониженного порядка. Он оценивает только ту координату, которая непосредственно не измеряется. Уравнения наблюдателя имеют вид

$$\dot{z} = -(a_2 + \lambda a_1)\widehat{x}_2 - a_2 x_1 + a_2 u;$$
$$\widehat{x}_2 = z + \lambda x_1.$$

С учетом первого уравнения объекта $\dot{x}_1 = a_1 x_2$ найдем

$$\dot{\widehat{x}}_2 = \dot{z} + \lambda \dot{x}_1 = -a_2\widehat{x}_2 - \lambda a_1(\widehat{x}_2 - x_2) - a_2 x_1 + a_2 u.$$

Вычитая из этого уравнения второе уравнение объекта $\dot{x}_2 = -a_2 x_1 - a_2 x_2 + a_2 u$, после простейших преобразований получаем

$$\dot{\widehat{x}}_2 - \dot{x}_2 = -(a_2 + \lambda a_1)(\widehat{x}_2 - x_2),$$

откуда следует, что

$$\widehat{x}_2(t) = x_2(t) + [\widehat{x}_2(0) - x_2(0)]\, e^{-(a_2+\lambda a_1)t}.$$

Как видно из последнего выражения, при $t \to \infty$ $\widehat{x}_2 \to x_2$, причем необходимая скорость сходимости $\widehat{x}_2$ к x_2 может быть задана выбором значения параметра λ.

ГЛАВА ВТОРАЯ

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ СКОРОСТЬЮ ДВУХМАССОВОГО УПРУГОГО МЕХАНИЗМА

2.1. Математическое описание двухмассовой электромеханической системы с упругостью первого и второго рода

При рассмотрении автоматизированных систем управления электроприводом часто предполагается, что кинематическая связь между двигателем и исполнительным органом (ИО) не подвержена упругим деформациям. Если при этом связь не содержит зазора, то ско-

рость двигателя и приведенная к двигателю скорость механизма равны между собой не только в установившемся режиме, но и в переходных процессах, а момент инерции привода является суммой моментов инерции двигателя, редуктора и приведенного к двигателю момента инерции исполнительного органа. Изменение момента нагрузки на механизме в этом случае эквивалентно изменению момента нагрузки на двигателе. Во многих случаях идеализация, основанная на представлении о жесткой связи двигателя и исполнительного органа, оказывается допустимой. Это определяется тем, что частота собственных упругих колебаний механизма оказывается значительно выше частоты, определяющей быстродействие автоматизированной системы управления электроприводом. Если это условие не выполняется, то пренебрежение упругостью при анализе и синтезе системы может привести к ошибочным результатам. Чем выше быстродействие системы управления, тем больше вероятность того, что влияние упругости на работу системы управления электроприводом будет заметным.

Рассмотрению динамики системы управления электроприводом реального механизма предшествует создание модели механизма. Эта модель, с одной стороны, должна быть достаточно подробной для того, чтобы соответствующее ей математическое описание было достоверно в области существенных частот, с другой стороны, она должна быть по возможности простой, чтобы изучение динамических процессов на ее основе было реально осуществимым. Критерием допустимости принятого упрощения является удовлетворительное совпадение результатов теоретических расчетов с результатами эксперимента.

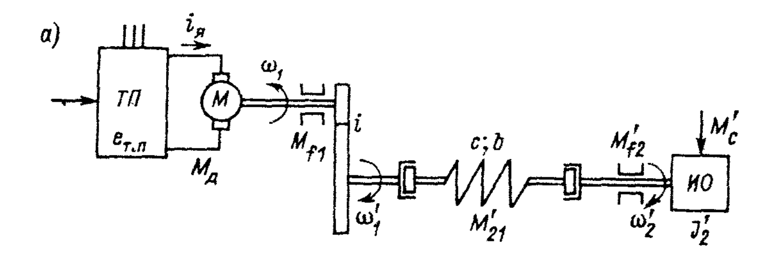
Реальный механизм, строго говоря, почти всегда представляет собой систему с распределенными параметрами. Однако в большинстве случаев вполне удовлетворительный результат может быть получен при представлении механизма в виде системы с сосредоточенными параметрами. При этом общепринятыми являются следующие допущения [52]:

а) силы и моменты, действующие в системе, приложены к сосредоточенным массам, которые не деформируются;

б) упругие звенья невесомы и характеризуются постоянной жесткостью, т. е. постоянным коэффициентом пропорциональности между моментом (силой) и деформацией;

в) волновым характером распространения деформации можно пренебречь.

Наиболее простым является широко распространенный случай, когда якорь двигателя, питающегося от регулируемого источника, например тиристорного преобразователя, и исполнительный орган, связанный упруговязкой передачей, образуют двухмассовую электромеханическую систему (рис. 2.1, *а*). При этом под моментом инерции первой массы J_1 понимается момент инерции двигателя и редуктора, а под моментом инерции J_2' — не приведенный к дви-



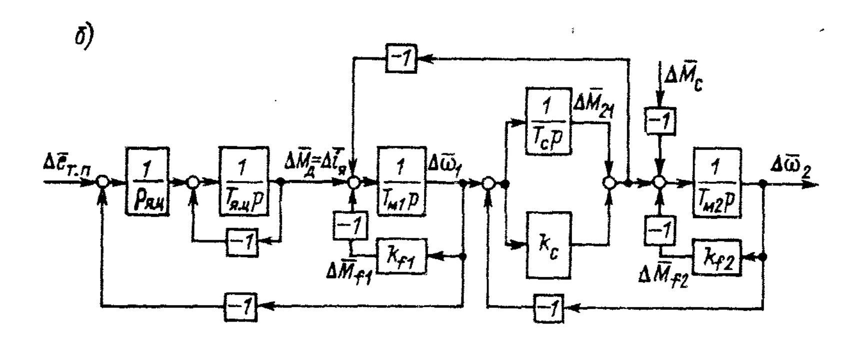


Рис. 2.1. Двухмассовая электромеханическая система с упругостью первого рода: *а* — функциональная схема; *б* — линеаризованная нормированная детализированная структурная схема

гателю момент инерции ИО. Считается, что упругость сосредоточена в длинном вале и муфтах, соединяющих редуктор с ИО.

Предположим, что под действием электромагнитного момента $M_д$, приложенного к ротору, и момента M_c, приложенного к ИО, упругая передача скручена на некоторый начальный угол. После исчезновения внешних моментов в системе возникнут затухающие колебания. Если двигатель отключен от источника питания, затухание колебаний будет происходить только под действием сил трения, на преодоление которых необратимо расходуется энергия, запасенная в упругой системе. Для описания этих сил обычно используют упрощенные представления. Оставаясь в рамках линейной теории, можно предполагать, что колебания затухают из-за сил внутреннего трения в упругом звене, пропорциональных разности скоростей первой и второй масс ω'_1 и ω'_2, а также из-за внешнего вязкого трения на первой и второй массах, которые в первом приближении могут быть приняты пропорциональными скоростям соответствующих масс.

При принятых допущениях для линеаризованной системы могут быть записаны следующие уравнения в приращениях:

$$
\left.
\begin{aligned}
\Delta\omega_1 &= \frac{1}{J_1 p}\left\{\Delta M_{д} - \frac{1}{i}\left[\Delta M'_{21} + b'(\Delta\omega'_1 - \Delta\omega'_2)\right] - a_1\Delta\omega_1\right\};\\
\Delta M'_{21} &= \frac{c'}{p}(\Delta\omega'_1 - \Delta\omega'_2);\\
\Delta\omega'_2 &= \frac{1}{J'_2 p}\left[\Delta M'_{21} - b'(\Delta\omega'_2 - \Delta\omega'_1) - \Delta M'_{c} - a'_2\Delta\omega'_2\right];\\
\Delta M_{д} &= c_{д}\Delta i_{я};\\
\Delta i_{я} &= \frac{1}{T_{я.ц}p}\left[-\Delta i_{я} + \frac{1}{R_{я.ц}}(\Delta e_{т.п} - c_{д}\Delta\omega_1)\right],
\end{aligned}
\right\}
\quad (2.1)
$$

где $\omega_1(\omega'_1)$, ω'_2 — скорость двигателя и ИО; $M_{д}$, M_{21}, M'_{c} — моменты двигателя, в упругой передаче и нагрузки; c' — коэффициент жесткости, представляющий собой коэффициент пропорциональности между упругим моментом M'_{21} и углом скручивания передачи; i — передаточное число редуктора; a_1, a'_2 — коэффициенты вязкого трения; b' — коэффициент внутреннего трения в упругой передаче; $c_{д}$ — коэффициент, связывающий при постоянном потоке возбуждения ЭДС двигателя с угловой скоростью и момент с током якоря $i_{я}$; $T_{я.ц}$ и $R_{я.ц}$ — постоянная времени и сопротивление якорной цепи; $e_{т.п}$ — среднее значение ЭДС тиристорного преобразователя, от которого питается двигатель: $p = d/dt$. Штрихами обозначены величины, не приведенные к валу двигателя. Коэффициент жесткости и коэффициенты трения приводятся к валу двигателя в соответствии с выражениями: $c = c'/i^2$; $a_2 = a'_2/i^2$; $b = b'/i^2$.

Выбирая базовые значения скорости и моментов на валу двигателя $\omega_б$, $M_б$ и на исполнительном органе $\omega'_б = \omega_б/i$, $M'_б = M_б i$, а также базовые значения тока якоря $I_{я.б} = M_б/c_{д}$ и ЭДС $E_б = c_{д}\omega_б$, можно записать нормированные уравнения в виде:

$$
\begin{aligned}
\Delta\bar{\omega}_1 &= \frac{1}{T_{м1}p}\left[\Delta\bar{M}_{д} - \Delta\bar{M}_{21} - k_c(\Delta\bar{\omega}_1 - \Delta\bar{\omega}_2) - k_{f1}\Delta\bar{\omega}_1\right];\\
\Delta\bar{M}_{21} &= \frac{1}{T_c p}(\Delta\bar{\omega}_1 - \Delta\bar{\omega}_2);\\
\Delta\bar{\omega}_2 &= \frac{1}{T_{м2}p}\left[\Delta\bar{M}_{21} + k_c(\Delta\bar{\omega}_1 - \Delta\bar{\omega}_2) - \Delta\bar{M}_c - k_{f2}\Delta\bar{\omega}_2\right]; \quad (2.2)\\
\Delta\bar{M}_{д} &= \Delta\bar{i}_{я};\\
\Delta\bar{i}_{я} &= \frac{1}{T_{я.ц}p}\left[-\Delta\bar{i}_{я} + \frac{1}{\rho_{я.ц}}(\Delta\bar{e}_{т.п} - \Delta\bar{\omega}_1)\right].
\end{aligned}
$$

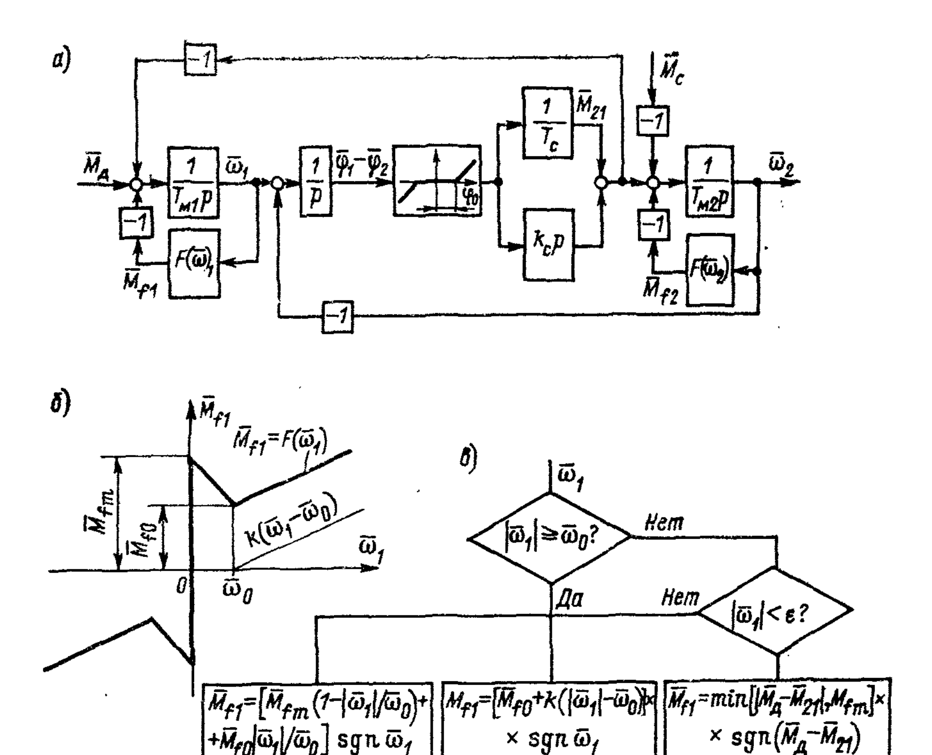


Рис. 2.2. Нелинейная двухмассовая система: *а* — структурная схема; *б* — зависимость момента трения от скорости; *в* — алгоритм расчета нелинейного трения

Здесь $T_{м1} = J_1\omega_б/M_б$; $T_{м2} = J'_2\omega'_б/M'_б$ — механические постоянные времени первой и второй масс; $T_c = M_б/(c\omega_б) = M'_б/(c'\omega'_б)$ — постоянная времени жесткости упругого звена; $k_c = b\omega_б/M_б = b'\omega'_б/M'_б$ — коэффициент внутреннего трения в относительных единицах; $k_{f1} = a_1\omega_б/M_б$; $k_{f2} = a'_2\omega'_б/M'_б$ — коэффициент вязкого трения на массах; $\rho_{я.ц} = R_{я.ц} I_{я.б}/E_б$ — относительное сопротивление якорной цепи. Соответствующая уравнениям (2.2) нормированная детализированная структурная схема (НДС) приведена на рис. 2.1, *б*, где введены обозначения для приращений моментов трения на двигателе и ИО: $\Delta\bar{M}_{f1} = k_{f1}\Delta\bar{\omega}_1$; $\Delta\bar{M}_{f2} = k_{f2}\Delta\bar{\omega}_2$.

В детализированную структурную схему (рис. 2.1, *б*) можно легко включить нелинейное звено. На рис. 2.2, *а* показана двухмассовая система, в которой учтены нелинейный характер трения на первой и второй массах и зазор между двигателем и упругой передачей. Трение предполагается зависящим от скорости. Если, как это часто бывает, зависимость момента трения (например, на первой массе) имеет вид, представленный на рис. 2.2, *б*, то описать трение можно алгоритмом, представленным на рис. 2.2, *в*. Если скорость двигателя меньше некоторого наперед выбранного малого числа ε, а $\overline{M}_д - \overline{M}_{21}$ меньше $\overline{M}_{fm}$, то $\overline{M}_{f1}$ принимается равным $\overline{M}_д - \overline{M}_{21}$, а скорость двигателя считается равной нулю. Когда $\overline{M}_д - \overline{M}_{21}$ превысит $\overline{M}_{fm}$, $\overline{M}_{f1} = \overline{M}_{fm} \operatorname{sgn} (\overline{M}_д - \overline{M}_{21})$, благодаря чему создается избыточный момент и двигатель увеличивает скорость. При $|\overline{\omega}_1| > \varepsilon$ момент трения меняется в зависимости от скорости, как показано на рис. 2.2, *б*.

Если в рассматриваемой системе двигатель связан через упругую передачу с ИО, совершающим поступательное движение, то структурная схема на рис. 2.1, *б* может быть использована в качестве модели механизма после замены момента в упругой передаче $\Delta\overline{M}_{21}$ на усилие $\Delta\overline{F}_{21}$, угловой скорости второй массы $\Delta\overline{\omega}_2$ на линейную $\Delta\overline{V}_2$ и моментов, действующих на вторую массу, на соответствующие усилия.

Для оценки влияния упругости на динамику линеаризованной унифицированной системы регулирования скорости с подчиненным токовым контуром целесообразно преобразовать структурную схему на рис. 2.1, *б*. Имея в виду наличие контура тока якоря и скорости двигателя, преобразования нужно выполнить так, чтобы в преобразованной схеме каждый контур имел свой объект регулирования, в передаточной функции которого отражалось бы влияние упругости.

Записывая уравнения (2.2) в матричной форме как

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u},$$

можно получить матричную передаточную функцию двухмассовой электромеханической системы

$$\mathbf{W}_0(p) = (p\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \frac{\operatorname{adj}(p\mathbf{I} - \mathbf{A})}{F(p)}\mathbf{B}, \qquad (2.3)$$

где $\mathbf{I}$ — единичная матрица; $\operatorname{adj}(p\mathbf{I} - \mathbf{A})$ — присоединенная матрица; $F(p) = \det(p\mathbf{I} - \mathbf{A})$ — определитель матрицы $(p\mathbf{I} - \mathbf{A})$. Вектор состояния объекта и вектор входных воздействий представляют собой

$$\mathbf{x} = \operatorname{col}[x_1 x_2 x_3 x_4] = \operatorname{col}[\Delta\overline{i}_я \Delta\overline{\omega}_1 \Delta\overline{M}_{21} \Delta\overline{\omega}_2];$$

$$\mathbf{u} = \operatorname{col}[\Delta\overline{e}_{т.п} \Delta\overline{M}_с].$$

Матрица системы и матрица управления имеют вид

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{я.ц}} & -\frac{1}{\rho_{я.ц}T_{я.ц}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_{м1}} & -\frac{k_c+k_{f1}}{T_{м1}} & -\frac{1}{T_{м1}} & \frac{k_c}{T_{м1}} \\ 0 & \frac{1}{T_c} & 0 & -\frac{1}{T_c} \\ 0 & \frac{k_c}{T_{м2}} & \frac{1}{T_{м2}} & -\frac{k_c+k_{f2}}{T_{м2}} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}=[\mathbf{B}_u \;\vdots\; \mathbf{B}_m]=\begin{bmatrix} \frac{1}{\rho_{я.ц}T_{я.ц}} & \vdots & 0 \\ 0 & \vdots & 0 \\ 0 & \vdots & 0 \\ 0 & \vdots & -\frac{1}{T_{м2}} \end{bmatrix}. \qquad (2.4)$$

Тогда

$$\mathbf{W}_0(p)=\begin{bmatrix} \Delta\bar{i}_я(p)/\Delta\bar{e}_{т.п}(p) & \Delta\bar{i}_я(p)/\Delta\overline{M}_с(p) \\ \Delta\overline{\omega}_1(p)/\Delta\bar{e}_{т.п}(p) & \Delta\overline{\omega}_1(p)/\Delta\overline{M}_с(p) \\ \Delta\overline{M}_{21}(p)/\Delta\bar{e}_{т.п}(p) & \Delta\overline{M}_{21}(p)/\Delta\overline{M}_с(p) \\ \Delta\overline{\omega}_2(p)/\Delta\bar{e}_{т.п}(p) & \Delta\overline{\omega}_2(p)/\Delta\overline{M}_с(p) \end{bmatrix}=$$

$$=\frac{1}{F(p)}\begin{bmatrix} a_{11}/(\rho_{я.ц}T_{я.ц}) & -a_{14}/T_{м2} \\ a_{21}/(\rho_{я.ц}T_{я.ц}) & -a_{24}/T_{м2} \\ a_{31}/(\rho_{я.ц}T_{я.ц}) & -a_{34}/T_{м2} \\ a_{41}/(\rho_{я.ц}T_{я.ц}) & -a_{44}/T_{м2} \end{bmatrix},$$

где $a_{11} \div a_{41}$; $a_{14} \div a_{44}$ — элементы присоединенной матрицы.

Учет моментов вязкого трения на концах упругой связи, когда $k_{f1} \neq 0$ и $k_{f2} \neq 0$, приводит к достаточно громоздким передаточным функциям. Так, передаточные функции, характеризующие изменения тока якоря и скоростей двигателя и ИО, получаются в виде

$$\frac{\Delta\overline{M}_д(p)}{\Delta\bar{e}_{т.п}(p)}=\frac{1}{F(p)}\frac{a_{11}}{\rho_{я.ц}T_{я.ц}}=\frac{(k_{f1}+k_{f2})(a_3p^3+a_2p^2+a_1p+1)}{F(p)\,\rho_{я.ц}T_{я.ц}T_{м1}T_cT_{м2}};$$

$$\frac{\Delta\overline{\omega}_1(p)}{\Delta\bar{e}_{т.п}(p)}=\frac{1}{F(p)}\frac{a_{21}}{\rho_{я.ц}T_{я.ц}}=\frac{b_2p^2+b_1p+1}{F(p)\,\rho_{я.ц}T_{я.ц}T_{м1}T_cT_{м2}}; \qquad (2.5)$$

$$\frac{\Delta\overline{\omega}_2(p)}{\Delta\bar{e}_{т.п}(p)}=\frac{1}{F(p)}\frac{a_{41}}{\rho_{я.ц}T_{я.ц}}=\frac{T_ck_cp+1}{F(p)\,\rho_{я.ц}T_{я.ц}T_{м1}T_cT_{м2}},$$

где

$$a_1 = \{T_{м1} + T_{м2} + T_c\,[k_c\,(k_{f1} + k_{f2}) + k_{f1}k_{f2}]\}/(k_{f1} + k_{f2});$$

$$a_2 = T_c\,[T_{м1}\,(k_c + k_{f2}) + T_{м2}\,(k_c + k_{f1})]/(k_{f1} + k_{f2});$$

$$a_3 = T_{м1}T_cT_{м2}/(k_{f1} + k_{f2}); \quad b_1 = T_c\,(k_c + k_{f2}); \quad b_2 = T_cT_{м2}.$$

Определитель системы имеет вид

$$F\,(p) = \frac{\rho_{я.ц}\,(T_{я.ц}p + 1)\,(k_{f1} + k_{f2})\,(a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + 1) + (b_2p^2 + b_1p + 1)}{\rho_{я.ц}T_{я.ц}T_{м1}T_cT_{м2}}. \tag{2.6}$$

Рассмотрение этих передаточных функций возможно лишь при конкретных значениях параметров, когда могут быть определены корни полинома $a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + 1$.

Вид передаточных функций для двухмассовой системы упрощается, если считать, что механическое демпфирование является результатом действия внутренних сил трения в упругой связи, а трение в массах пренебрежимо мало, т. е. что $k_{f1} = k_{f2} = 0$, а $k_c \neq 0$. Тогда

$$\mathbf{W}_0\,(p) = \frac{1}{F\,(p)\,\rho_{я.ц}T_{я.ц}T_{м1}T_cT_{м2}} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} T_{м}p\left(T_{у}^2p^2 + k_cT_cp + 1\right) & k_cT_cp + 1 \\ \gamma T_{у}^2p^2 + k_cT_cp + 1 & -\rho_{я.ц}\,(T_{я.ц}p + 1)\,(k_cT_cp + 1) \\ T_{м2}p & \rho_{я.ц}T_{м1}p\,(T_{я.ц}p + 1) + 1 \\ k_cT_cp + 1 & -\rho_{я.ц}\,(T_{я.ц}p + 1)\left[k_cT_cp \times \left(\frac{T_{м1}}{k_c}p + 1\right) + 1\right] + T_cp \end{bmatrix}, \tag{2.7}$$

где $T_{м} = T_{м1} + T_{м2}$ — суммарная механическая постоянная времени привода; $\gamma = T_{м}/T_{м1} = (J_1 + J_2)/J_1$ — коэффициент соотношения масс;

$$T_{у} = \sqrt{\frac{T_{м1}T_cT_{м2}}{T_{м}}}; \tag{2.8}$$

$$F\,(p) = \frac{\rho_{я.ц}T_{м}p\,(T_{я.ц}p + 1)\left(T_{у}^2p^2 + k_cT_cp + 1\right) + \left(\gamma T_{у}^2p^2 + k_cT_cp + 1\right)}{\rho_{я.ц}T_{я.ц}T_{м1}T_cT_{м2}}.$$

На основании матричной передаточной функции можно записать передаточные функции, связывающие при управляющем воздейст-

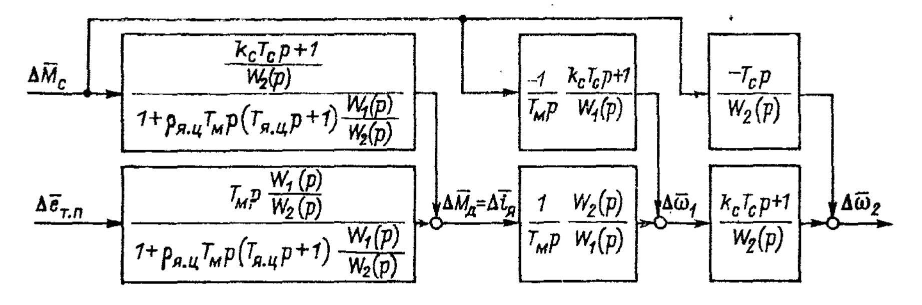


Рис. 2.3. Преобразованная структурная схема линеаризованной двухмассовой системы

вии скорость двигателя с током якоря (моментом двигателя) и скорость ИО со скоростью двигателя:

$$\frac{\Delta\bar\omega_1(p)}{\Delta\bar i_я(p)}=\left[\frac{\Delta\bar\omega_1(p)}{\Delta\bar e_{т.п}(p)}\right]\Big/\left[\frac{\Delta\bar i_я(p)}{\Delta\bar e_{т.п}(p)}\right]=\frac{1}{T_мp}\;\frac{W_2(p)}{W_1(p)};$$

$$\frac{\Delta\bar\omega_2(p)}{\Delta\bar\omega_1(p)}=\left[\frac{\Delta\bar\omega_2(p)}{\Delta\bar e_{т.п}(p)}\right]\Big/\left[\frac{\Delta\bar\omega_1(p)}{\Delta\bar e_{т.п}(p)}\right]=\frac{k_cT_cp+1}{W_2(p)},\qquad(2.9)$$

где введены обозначения

$$\left.\begin{aligned}W_1(p)&=T_у^2p^2+2T_у\xi_{12}p+1=T_у^2p^2+k_cT_cp+1=T_у^2p^2+T_dp+1;\\ W_2(p)&=\gamma T_у^2p^2+2\sqrt{\gamma}T_у\xi_2p+1=\gamma T_у^2p^2+k_cT_cp+1=\gamma T_у^2+T_dp+1,\end{aligned}\right\}\qquad(2.10)$$

где $T_d=k_cT_c$ — постоянная времени демпфирования.

В результате несложных преобразований могут быть получены также передаточные функции, отражающие влияние на выходные координаты внешнего воздействия $\Delta\bar M_c$. Результат этих преобразований представлен в виде структурной схемы на рис. 2.3.

Постоянные времени $\sqrt{\gamma}T_у$ и $T_у$ могут быть определены расчетным путем или найдены из эксперимента.

Движение ИО при изменении скорости двигателя определяется передаточной функцией

$$\frac{\Delta\bar\omega_2(p)}{\Delta\bar\omega_1(p)}=\frac{k_cT_cp+1}{\gamma T_у^2p^2+k_cT_cp+1}.$$

Если предположить, что скорость двигателя в результате наложения на его вал механического тормоза скачком изменилась от некоторого значения $\bar\omega_{нач}$ до нуля, то по операционному изображению $\Delta\bar\omega_2(p)=\bar\Delta\omega_1p\,(k_cT_cp+1)/(\gamma Ty^2p^2+k_cT_cp+1)$ можно

определить оригинал, представляющий собой зависимость скорости $\Delta\bar{\omega}_2$ от времени:

$$\Delta\bar{\omega}_2(t)=\exp\left(-\frac{\xi_2}{\sqrt{\gamma}T_у}t\right)\left[\cos\sqrt{\frac{1-\xi_2^2}{\gamma T_у^2}}t-\right.$$
$$\left.-\frac{\xi_2}{\sqrt{1-\xi_2^2}}\sin\sqrt{\frac{1-\xi_2^2}{\gamma T_у^2}}t\right]\bar{\omega}_{нач},$$

где $\xi_2=k_cT_c/(2\sqrt{\gamma}\ T_у)$ — коэффициент демпфирования звена второго порядка в знаменателе передаточной функции $\Delta\bar{\omega}_2(p)/\Delta\bar{\omega}_1(p)$.

При слабом механическом демпфировании (при $\xi_2\ll 1$) выражение для $\Delta\bar{\omega}_2(t)$ упрощается:

$$\Delta\bar{\omega}_2(t)\approx\exp\left(-\frac{\xi_2}{\sqrt{\gamma}\ T_у}t\right)\cos\left(\frac{t}{\sqrt{\gamma}\ T_у}\right)\bar{\omega}_{нач}.$$

Таким образом, угловая частота колебаний второй массы при заторможенной первой равна $1/(\sqrt{\gamma}T_у)$, а затухание этих колебаний определяется значением ξ_2.

При изменении момента двигателя движение ИО будет определяться передаточной функцией

$$\frac{\Delta\bar{\omega}_2(p)}{\Delta\bar{M}_д(p)}=\left[\frac{\Delta\bar{\omega}_2(p)}{\Delta\bar{e}_{т.п}(p)}\right]\Big/\left[\frac{\Delta\bar{M}_д(p)}{\Delta\bar{e}_{т.п}(p)}\right]=\frac{1}{T_мp}\ \frac{k_cT_cp+1}{T_у^2p^2+k_cT_cp+1}.$$

Приложив кратковременно момент к первой массе (например, подключив на короткое время двигатель к источнику питания), можно вызвать колебания всей двухмассовой системы. Считая, что изменение момента имеет характер единичной импульсной функции $\bar{M}_д(t)=\delta(t)$, можно записать

$$\Delta\bar{\omega}_2(t)=\frac{1}{T_м}\left\{1-\exp\left(-\frac{\xi_{12}}{T_у}t\right)\left[\cos\frac{\sqrt{1-\xi_{12}^2}}{T_у}t-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{\xi_{12}}{\sqrt{1-\xi_{12}^2}}\sin\frac{\sqrt{1-\xi_{12}^2}}{T_у}t\right]\right\}\delta(t)$$

или при $\xi_{12}\ll 1$

$$\Delta\bar{\omega}_2(t)\approx\frac{1}{T_м}\left[1-\exp\left(-\frac{\xi_{12}}{T_у}t\right)\cos\frac{t}{T_у}\right]\delta(t).$$

Постоянную времени $T_у$ называют постоянной времени упругих колебаний двухмассовой системы. Затухание колебаний определяется коэффициентом демпфирования $\xi_{12}=k_cT_c/(2T_у)$.

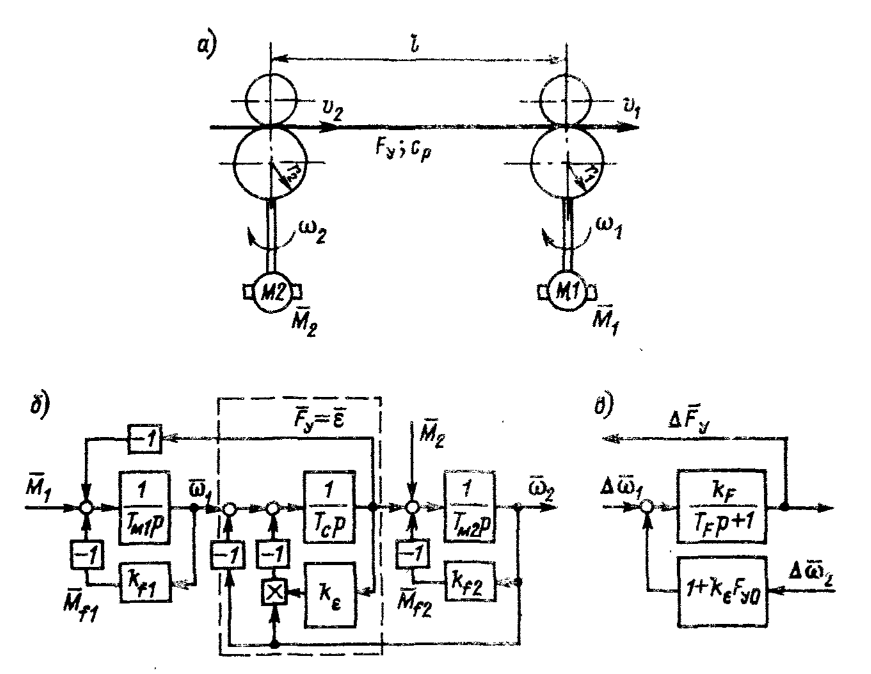


Рис. 2.4. Двухмассовая электромеханическая система с упругостью второго рода: *а* — функциональная схема; *б* — нелинейная структурная схема; *в* — элемент линеаризованной структурной схемы

При замкнутой на источник питания якорной цепи колебания скорости двигателя и его ЭДС вызывают колебания тока якоря и момента $M_д$. Это оказывает демпфирующее воздействие на процесс колебаний в электромеханической системе.

Будем называть двухмассовые электромеханические системы, в которых упругим звеном является кинематическая передача, связывающая двигатель с исполнительным органом, системами с упругостью первого рода.

На рис. 2.4, *а* показана схема механизма с упругостью второго рода, в котором упругим элементом является транспортируемый или обрабатываемый материал (бумажное полотно, ткань, корд и т. п.); *M1* и *M2* — двигатели первого и второго валов, которые могут работать как оба в двигательном, так и *M1* — в двигательном, а *M2* — в тормозном режиме. Радиусы r_1 и r_2 могут быть постоянными, если это радиусы валов механизма, или меняться в процессе работы, если это радиусы перематываемых рулонов.

Составим структурную схему такого звена при следующих допущениях:

а) материал однороден и имеет по всей длине одинаковую толщину и ширину;

б) влиянием массы материала на его деформацию можно пренебречь;

в) деформация имеет чисто упругий характер, причем равномерно распределяется по поперечному сечению материала;

г) волновыми процессами, связанными с распределениями деформации по длине, можно пренебречь.

Поведение материала на участке растяжения длиной l описывается дифференциальным уравнением [42, 91]

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{v_1}{l} - (1-\varepsilon)\frac{v_2}{l},$$

где ε — относительное удлинение; v_1 и v_2 — линейные скорости в начале и конце участка растяжения l.

Натяжение, возникающее в материале, связано с абсолютным значением растяжения Δl выражением $F_у = c_р\Delta l = c_р l\varepsilon$. Подставляя сюда значение ε и записывая уравнения моментов для двигателей, можно получить уравнения, характеризующие рассматриваемую систему:

$$\left.\begin{aligned}
&M_1 - F_у r_1 - a_1\omega_1 = J_1 p\omega_1;\\
&F_у r_2 + M_2 - a_2\omega_2 = J_2 p\omega_2;\\
&F_у = \frac{c_р}{p}[v_1 - (1+\varepsilon)v_2];\\
&\varepsilon = \frac{1}{c_р l}F_у;\\
&v_2 = r_2\omega_2; \quad v_1 = r_1\omega_1.
\end{aligned}\right\} \qquad (2.11)$$

При переходе к относительным единицам выберем следующие соотношения между базовыми величинами: $V_{1б} = V_{2б} = \omega_{1б}r_1 = \omega_{2б}r_2 = V_б$; $M_{1б} = M_{f1б} = F_{у.б}\,r_1$; $M_{2б} = M_{f2б} = F_{у.б}\,r_2$; $\varepsilon_б = F_{у.б}/(c_р l)$. Это позволяет непосредственно по исходной структуре перейти к НДС, параметрами которой являются постоянные времени $T_c = F_{у.б}/(c_р V_б)$; $T_{м1} = J_1\omega_{1б}/M_{1б}$; $T_{м2} = J_2\omega_{2б}/M_{2б}$ и безразмерные коэффициенты $k_\varepsilon = F_{у.б}/(c_р l)$, k_{f1} и k_{f2}.

Постоянная времени жесткости полотна T_c численно равна времени, за которое натяжение изменяется от нуля до базового значения при скачкообразном увеличении разности скоростей $v_2 - v_1$ и условном отсутствии поступления полотна в зону деформации. Трактовка физического смысла T_c имеет характер, общий для апериодического звена, а выражение постоянной времени жесткости аналогично выражению постоянной времени любого упругого звена с поступательным движением.

Нормированная детализированная структурная схема механизма приведена на рис. 2.4, *б*. Специфической особенностью упругого звена второго рода является характер демпфирования колебаний

упругой полосы в результате воздействия на вход звена $1/(T_c p)$ сигнала $k_в F_у \overline{\omega}_2$.

При линеаризации нелинейная часть НДС (обведенная штриховой линией на рис. 2.4, *б*) приводится к обычному апериодическому звену (рис. 2.4, *в*). Параметрами этого звена, учитывающими связь между установившимися значениями переменных в рассматриваемом режиме и базовые значения соответствующих переменных, являются постоянная времени натяжения T_F и коэффициент передачи k_F:

$$T_F = \frac{l}{V_{2\,нач}}; \quad k_F = \frac{l}{V_{2нач}} \frac{c_р V_б}{F_{у.\,б}} = \frac{T_F}{T_c}.$$

Наличие упругих звеньев приводит к значительному усложнению объекта автоматической системы регулирования по сравнению с объектом, где упругостью можно пренебречь. При больших коэффициентах соотношения масс γ упругость существенно влияет на характер изменения скорости двигателя и тока якоря. В этом случае реализация принятых в жесткой системе стандартных настроек контуров обычно оказывается невозможной. Тогда приходится идти либо на значительное снижение коэффициентов усиления, либо искать способы настройки, обеспечивающие достаточные запасы устойчивости контуров при удовлетворительном быстродействии. При близких к единице значениях γ объекты контуров тока и скорости не отличаются от таковых в жесткой системе и их стандартные настройки могут быть реализованы. Однако при этом электропривод с системой управления не оказывает заметного демпфирующего влияния на колебания ИО, которые затухают только под действием сил трения. Обычно это недопустимо, поэтому и в этом случае может оказаться необходимым изменить настройку регуляторов или структуру системы.

2.2. Система управления скоростью при упругой связи двигателя с исполнительным органом. Оценка влияния упругости

При достаточно большом многообразии систем управления скоростью можно выделить как основные схемные решения одноконтурную систему, в которой при наличии главной обратной связи по скорости задача ограничения якорного тока решается путем применения упреждающего токоограничения, и систему с подчиненным токовым контуром, которую можно рассматривать как унифицированную.

Нормированная детализированная структурная схема **одноконтурной системы** приведена на рис. 2.5, *а*. Предполагается, что питание двигателя осуществляется от полупроводникового преобразователя, который с достаточной степенью приближения может быть охарактеризован малой постоянной времени $T_{т.\,п}$. Второй малой

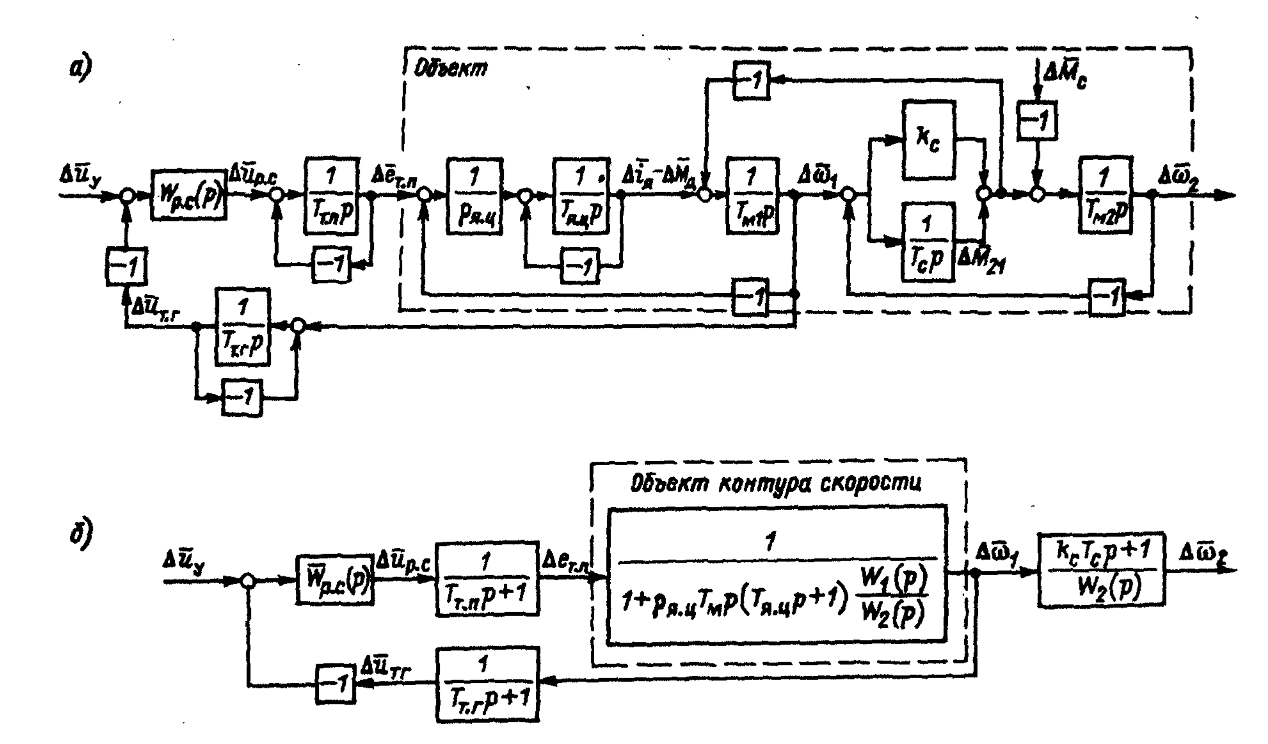


Рис. 2.5. Структурная схема одноконтурной системы регулирования скорости: *а* — детализированная; *б* — преобразованная

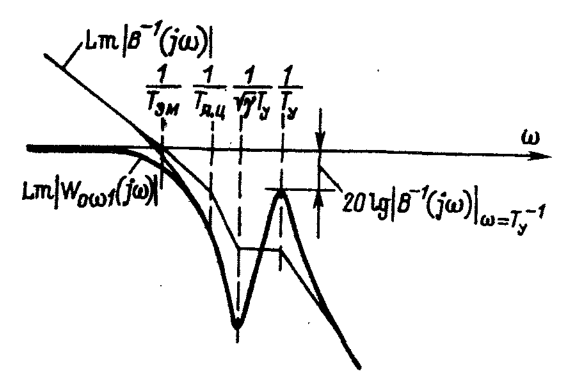


Рис. 2.6. К оценке возможности пренебрежения упругостью в однокоитурной системе

постоянной времени является постоянная времени фильтра тахогенератора $T_{т.г}$. Не рассматривая реакцию на возмущение ($\Delta\overline{M}_с = 0$), структурную схему объекта (рис. 2.5, б) можно получить на основании схемы на рис. 2.3. Передаточная функция объекта контура скорости может быть представлена в виде

$$\overline{W}_{o\omega 1}(p) = \frac{\Delta\overline{\omega}_1(p)}{\Delta\bar{e}_{т.п}(p)} = \frac{1}{1+B(p)} = \frac{B^{-1}(p)}{1+B^{-1}(p)},$$

где

$$B(p) = T_{эм}p\,(T_{я.ц}p+1)\,\frac{W_1(p)}{W_2(p)}; \qquad (2.12)$$

$T_{эм} = \rho_{я.ц}\, T_м$ — электромеханическая постоянная времени. Вид логарифмической амплитудной частотной характеристики (ЛАЧХ) объекта контура скорости для некоторого конкретного соотношения параметров $T_{эм} > T_{я.ц}$; $T_{я.ц} > \sqrt{\gamma}\, T_у$; $\gamma \gg 1$ показан на рис. 2.6. Величина $20\lg|B^{-1}(j\omega)|$ при $\omega = T_у^{-1}$ характеризует удаление резонансного всплеска $\mathrm{Lm}\,|W_{o\omega 1}(j\omega)|$ от оси абсцисс.

При замыкании системы по скорости двигателя влияние упругости будет мало проявляться в скорости, если передаточная функция регулятора $W_{р.с}(p)$ будет выбрана так, что резонансный всплеск ЛАЧХ разомкнутой системы с передаточной функцией

$$W(p) = \overline{W}_{р.с}(p)\,\frac{\overline{W}_{o\omega 1}(p)}{(T_{т.п}p+1)(T_{т.г}p+1)}$$

будет располагаться хотя бы на 6 дБ ниже оси абсцисс, что соответствует показателю колебательности $M = 1$ [10].

Остановимся подробнее на рассмотрении **унифицированной системы**, известные достоинства которой привели к ее широкому распространению в различных отраслях техники. Соответствую-

щая НДС показана на рис. 2.7, *а*. Регулятор скорости показан как пропорциональный с коэффициентом передачи $\overline{k}_{р.с}$, пропорционально-интегральный регулятор тока имеет динамический коэффициент усиления $\overline{\beta}_{р.т}$ и постоянную времени регулятора $\tau_{р.т}$. Малая постоянная времени $T_{д.т}$ характеризует замедление в датчике тока.

Прежде чем приступить к рассмотрению возможных настроек регуляторов в системе с упругостью, целесообразно определить, при каких соотношениях параметров эти настройки (и соответствующие переходные процессы) могут быть сделаны такими же, как и в жесткой системе, несмотря на наличие слабодемпфированного упругого звена. Построенная на основании рис. 2.3 и 2.7, *а* преобразованная структурная схема на рис. 2.7, *б* (показана при $\Delta\overline{M}_с = 0$) позволяет непосредственно оценить влияние упругости на работу отдельных контуров унифицированной системы на основе рассмотрения деформации ЛАЧХ этих контуров.

Токовый контур. Считая в соответствии с постановкой задачи, что регулятор тока настроен так же, как в жесткой системе, можно на основании структурных схем на рис. 2.3 и 2.7, *а* передаточную функцию разомкнутого токового контура записать в виде

$$W_I(p) = W_I^{опт}(p)\, A(p),$$

где

$$W_I^{опт}(p) = \frac{1}{2T_{\mu I}p\,(T_{д.т}p+1)\,(T_{т.п}p+1)}$$

— передаточная функция токового контура, рассматриваемого при пренебрежении обратной связью по ЭДС двигателя и настроенного на оптимум по модулю (ОМ) при наличии двух малых постоянных времени $T_{д.т}$ и $T_{т.п}$, входящих в суммарную малую постоянную времени токового контура $T_{\mu I} = T_{д.т} + T_{т.п}$. Влияние обратной связи по ЭДС двигателя учитывается сомножителем $A(p) = B(p)/[1 + B(p)]$ (рис. 2.7, *б*).

Влиянием упругости на токовый контур можно пренебречь в следующих случаях:

а) коэффициент соотношения масс близок к единице $\gamma \approx 1$. В этом случае $W_1(p) \approx W_2(p)$ и сомножитель $A(p)$ имеет тот же вид, что и в жесткой системе:

$$A(p) = T_{эм}p\,(T_{я.ц}\,p+1)/\,[T_{эм}p\,(T_{я.ц}p+1)+1];$$

б) параметры системы двигатель — механизм таковы, что ЛАЧХ, соответствующая сомножителю $A(p)$, мало отличается от таковой в жесткой системе, и наличие упругости не вызывает колебаний якорного тока в разомкнутой системе;

в) несмотря на то, что характеристика $\mathrm{Lm}\,|A(j\omega)|$ существенно отличается от таковой в жесткой системе и колебания тока якоря при колебаниях механической части привода в разомкнутой си-

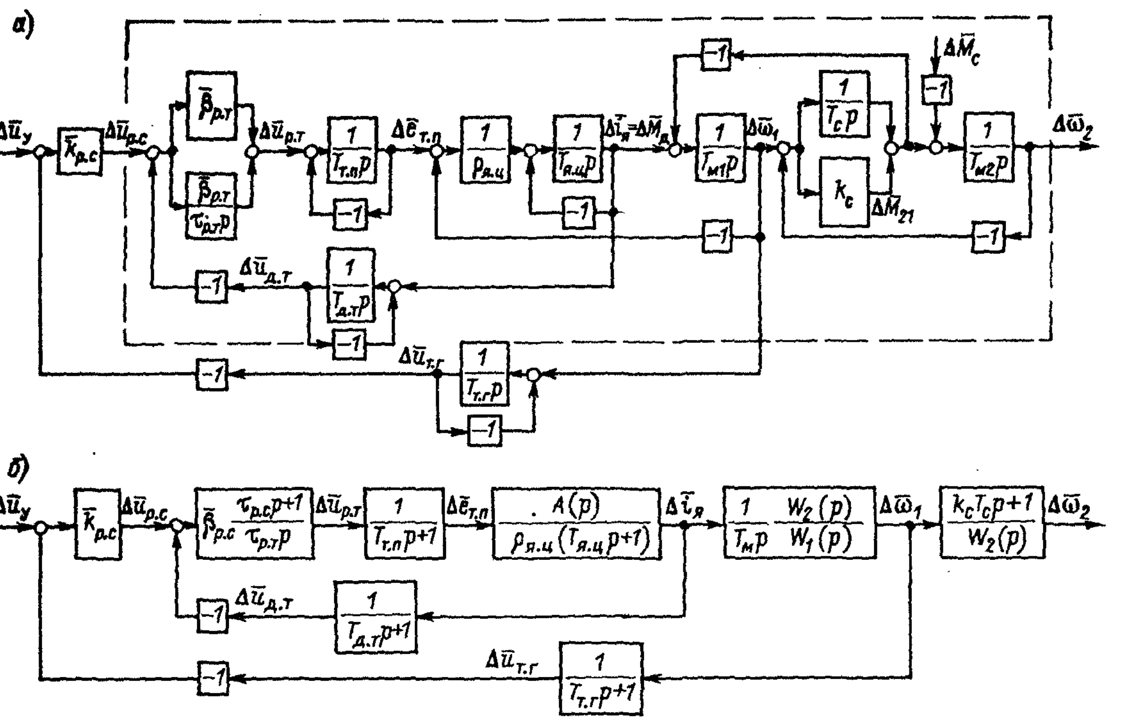


Рис. 2.7. Структурная схема системы регулирования скорости с подчиненным контуром тока: *а* — детализированная; *б* — преобразованная

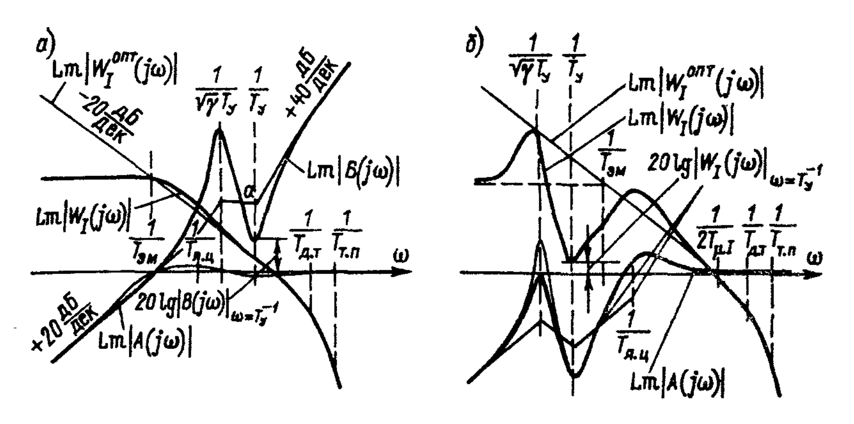


Рис. 2.8. К оценке влияния упругости на контур тока

стеме существуют, быстродействие токового контура достаточно велико для того, чтобы при возмущении в виде изменения ЭДС двигателя, значение тока определялось практически только напряжением регулятора скорости.

Случай «а» — очевиден.

Случаи «б» и «в» должны быть рассмотрены подробнее. Результат существенно зависит от конкретного соотношения $T_{эм}$, $T_{я.ц}$, $T_у$ и γ и при рассмотрении соответствующих ЛАЧХ это соотношение надо задать.

Случай «б» (рис. 2.8, *а*). При построении ЛАЧХ, как и на рис. 2.6, принято $T_{эм} > T_{я.ц}$; $T_{я.ц} > \sqrt{\gamma}\, T_у$; $\gamma \gg 1$. Отсутствие влияния упругости на вид $\mathrm{Lm}\,|A(j\omega)|$ возможно, когда $\sqrt{\gamma}\, T_у < T_{эм}$. При собственной частоте колебаний двухмассовой системы $1/T_у$ частотная передаточная функция, соответствующая сомножителю $B(p)$ [см. формулу (2.12)], равна

$$B(j\omega)_{\omega=T_у^{-1}} = 2\theta_{эм}\xi_{12}\sqrt{\frac{1+\theta_{я.ц}^2}{(\gamma-1)^2+4\gamma\xi_2^2}}\; e^{j\varphi_B},$$

где

$$\theta_{эм} = \frac{T_{эм}}{T_у};\quad \theta_{я.ц} = \frac{T_{я.ц}}{T_у};\quad \varphi_B = \operatorname{arctg}\theta_{я.ц} - \operatorname{arctg}\left(-\frac{2\sqrt{\gamma}\,\xi_2}{\gamma-1}\right).$$

Если считать, что коэффициент ξ_2 мал, то при изменении $\theta_{я.ц}$ от 1 до $\theta_{эм}$ фаза φ_B может принимать значения от 45 до 90°. Чтобы при частоте $1/T_у$ отклонения ЛАЧХ $\mathrm{Lm}\,|A(j\omega)|$ от оси абсцисс не превышало —1—3 дБ, нужно потребовать соблюдения условия $\mathrm{Lm}\,|B(j\omega)|_{\omega=T_у^{-1}} \geqslant 6$ дБ, т. е. выполнения соотношения

$$\theta_{эм}\xi_{12}\sqrt{\frac{1+\theta^2_{я.ц}}{(\gamma-1)^2+4\gamma\xi_2^2}}\geqslant 1. \qquad (2.13)$$

Этой формулой удобно пользоваться при $\xi_{12} > 0{,}05 \div 0{,}1$. Учитывая, что при меньших значениях ξ_{12} изменение показанной на рис. 2.8, *а* ЛАЧХ будет сводиться к появлению узкого «клюва» на частоте $1/T_у$, можно при $\xi_{12} < 0{,}05$ ограничиться требованием, чтобы точка *а* асимптотической ЛАЧХ $\mathrm{Lm}\,|B\,(j\omega)|$ при этой частоте располагалась не ниже, чем на высоте 20 дБ над осью абсцисс, что сводится к требованию выполнения неравенства

$$\frac{\theta_{эм}\theta_{я.ц}}{\gamma}=\frac{T_{эм}T_{я.ц}}{\gamma T_у{}^2}\geqslant 10.$$

Поскольку вид характеристики, соответствующей сомножителю $A\,(p)$, остается при выполнении условия (2.13) близким к таковой в жесткой системе, то и условие пренебрежения влиянием обратной связи по ЭДС остается таким же, как в жесткой системе [7]: $T_{эм} > 10\cdot 2T_{\mu I}$. На рис. 2.8, *а* показаны характеристики разомкнутого токового контура с учетом обратной связи по ЭДС $\mathrm{Lm}\,|W_I\,(j\omega)|$ и в пренебрежении ею $\mathrm{Lm}\,|W_I^{опт}\,(j\omega)|$.

Случай «в». Логарифмические амплитудные частотные характеристики для этого случая представлены на рис. 2.8, *б*. Будем считать, что $\xi_{12} > 0{,}05$. Влияние упругости на ЛАЧХ замкнутого токового контура будет проявляться, в первую очередь, в том, что на частоте $1/T_у$ будет существовать «провал». Имея в виду, что $A\,(j\omega)=B\,(j\omega)/(1+B\,(j\omega))$, и учитывая выражение для $B\,(j\omega)_{\omega=T_у^{-1}}$, можно определить значение характеристики $A\,(j\omega)$ при резонансной частоте:

$$A\,(j\omega)_{\omega=T_у^{-1}}=A_{T_у^{-1}}e^{j\varphi_A},$$

где

$$A_{T_у^{-1}}=2\theta_{эм}\xi_{12}\sqrt{\frac{1+\theta^2_{я.ц}}{[(\gamma-1)+2\theta_{эм}\xi_{12}]^2+4\xi_2^2\,[\theta_{я.ц}\theta_{эм}\xi_{12}/(\sqrt{\gamma}\,\xi_2)-1]^2}}\,;$$

$$\varphi_A=\mathrm{arctg}\,\theta_{я.ц}-\mathrm{arctg}\,\frac{\theta_{я.ц}\theta_{эм}\xi_{12}-\sqrt{\gamma}\,\xi_2}{(\gamma-1)+2e_{эм}\xi_{12}}.$$

Если считать, что $\theta_{я.ц}$ может лежать в широком диапазоне положительных значений, то $\mathrm{arctg}\,\theta_{я.ц}$ теоретически может иметь значение в пределах от 0 до 90°. Самое большое положительное значение второго аргумента получится при $\theta_{я.ц}=\theta_{эм}$ и $\gamma\approx 1$. Считая, что $\sqrt{\gamma}\xi_2=\xi_{12}$, можно определить при этом, что $\varphi_A\to\to\mathrm{arctg}\,\theta_{я.ц}-\mathrm{arctg}\,\theta_{эм}=0$. Чем больше γ, тем меньше второе слагаемое и в пределе $\varphi_A\to\mathrm{arctg}\,\theta_{я.ц}$. Если $T_{эм}$ может быть во

сколько угодно раз больше $T_у$, то при этом $\varphi_A \to 90^\circ$. Следовательно, φ_A не выйдет за определенные с некоторым запасом пределы $0 < \varphi_A < 90^\circ$.

Поскольку в рассматриваемом случае $T_у > 2T_{\mu I}$, можно с достаточной степенью точности считать, что передаточная функция жесткого токового контура, настроенного на ОМ, есть

$$W_I^{опт}(p) = \frac{1}{2T_{\mu I} p\,(T_{\mu I} p + 1)}. \qquad (2.14)$$

Соответствующая ей амплитуда при резонансной частоте определится как $\left| W_I^{опт}(j\omega) \right|_{\omega = T_у^{-1}} = \dfrac{1}{2\theta_{\mu I}\sqrt{\theta_{\mu I}^2 + 1}}$, где $\theta_{\mu I} = T_{\mu I}/T_у$.

Если $\theta_{\mu I}$ не превышает 0,2, то фаза при резонансной частоте лежит в пределах от —90 до —100°, а, следовательно, результирующая фаза $W_I(j\omega)$, равная сумме фаз частотных характеристик $W_I^{опт}(j\omega)$ и $A(j\omega)$, может изменяться в пределах от —10 до —100°. Если потребовать выполнения условия $\left| W_I^{опт}(j\omega) \right|_{\omega = T_у^{-1}} \geqslant 2$, то это будет означать, что максимальный «провал» ЛАЧХ замкнутого токового контура на частоте $1/T_у$ не будет превышать — (3—3,5) дБ.

Условия пренебрежения влиянием упругости на токовый контур приведены в табл. 2.1. Неравенство, определяющее соотношение параметров, при котором влиянием упругости на токовый контур можно пренебречь (см. п. 3 в таблице), целесообразно использовать при $\xi_{12} > 0{,}05$. При $\xi_{12} < 0{,}05$ в формулу следует подставлять значения $\xi_{12} = 0{,}05$ и $\xi_2 = 0{,}05/\sqrt{\gamma}$ независимо от их реальных значений. Это исключит неправильную оценку, связанную с наличием острого «клюва» ЛАЧХ при частоте $1/T_у$.

Из рассмотрения характеристик токового контура можно сделать следующие выводы:

1. При выполнении условий, приведенных в виде неравенств в табл. 2.1, можно пренебречь влиянием упругости на вид характеристик контура тока.

2. Влияние упругости на токовый контур, регулятор которого выбран так же, как в жесткой системе, не приводит к неустойчивости контура тока, а лишь искажает вид его ЛАЧХ, что проявляется, в первую очередь, в наличии «провала» в характеристике замкнутого контура тока при частоте $1/T_у$.

3. При выполнении условия п. 2 табл. 2.1 обратной связью по ЭДС двигателя при рассмотрении контура скорости можно пренебрегать при том же соотношении $T_{эм}$ и $T_{\mu I}$, что и в жесткой системе. Выполнение условия п. 3 в табл. 2.1 означает и выполнение условия пренебрежения обратной связью по ЭДС двигателя в упругой системе.

Таблица 2.1. **Соотношения параметров, обеспечивающие возможность пренебрежения влиянием упругой связи двигателя с ИО на контур тока**

Требуемое соотношение параметров	Условия определения соотношения параметров	Примечание
1. $\gamma \approx 1$	Всегда	—
2. $\theta_{эм}\xi_{12}\sqrt{\dfrac{1+\theta^2_{я.ц}}{(\gamma-1)^2+4\gamma\xi_2^2}} \geqslant 1$	$T_{эм} \geqslant \sqrt{\gamma}\,T_у$; $T_{я.ц} \leqslant T_{эм}$; $T_{я.ц} \geqslant T_у$; $\xi_{12} > 0{,}05$	При $\xi_{12} < 0{,}05$ должно выполняться условие $T_{эм}T_{я.ц}/(\gamma T_у^2) \geqslant$ $\geqslant 10$
3. $\dfrac{\theta_{эм}\xi_{12}}{\theta_{\mu I}} \times \sqrt{\dfrac{1+\theta^2_{я.ц}}{(\gamma-1+2\theta_{эм}\xi_{12})^2+4\gamma\xi_2^2\left(\dfrac{\theta_{я.ц}\theta_{эм}\xi_{12}}{\sqrt{\gamma}\,\xi_2}-1\right)^2}} \geqslant 2$	$T_{я.ц} \leqslant T_{эм}$; $\xi_{12} > 0{,}05$	При $\xi_{12} < 0{,}05$ в неравенство подставлять $\xi_{12} = 0{,}05$, $\xi_2 = 0{,}05/\sqrt{\gamma}$

4. Наличие провала в ЛАЧХ замкнутого токового контура отражает его способность демпфировать упругие колебания скорости двигателя при колебаниях тока якоря, т. е. момента двигателя. Это обстоятельство используют иногда в системах с большими значениями γ для увеличения быстродействия контура скорости при снижении динамического коэффициента усиления регулятора тока.

Контур скорости. Рассматривая контур скорости, будем полагать, что обратной связью по ЭДС двигателя можно пренебречь. Отличие передаточной функции разомкнутого контура скорости от соответствующей передаточной функции в жесткой системе сводится к наличию в ней сомножителя $W_2(p)/W_1(p)$. Считая, что регулятор скорости выбран так, что в системе без упругости осуществлялась бы стандартная настройка, можно записать

$$W_\omega(p) = W_\omega^{опт}(p)\,\frac{W_2(p)}{W_1(p)} = W_\omega^{опт}(p)\,\frac{\gamma T_у^2 p^2 + 2\xi_2\sqrt{\gamma}\,T_у p + 1}{T_у^2 p + 2\xi_{12} T_у p + 1}, \tag{2.15}$$

где $W_\omega^{опт}(p)$ — передаточная функция контура в жесткой системе при стандартной настройке.

Не считая очевидного случая $\gamma \approx 1$, можно рассматривать два варианта соотношения параметров, при которых пренебрежение

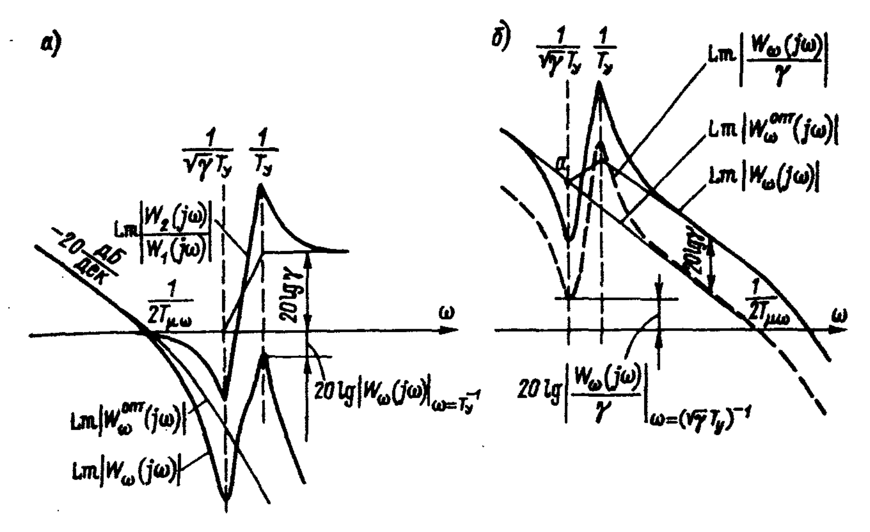


Рис. 2.9. К оценке влияния упругости на контур скорости

влиянием упругости на контур скорости может оказаться возможным:

1) частота упругих колебаний значительно выше частоты среза ЛАЧХ контура скорости (рис. 2.9, *а*);

2) быстродействие контура скорости настолько велико, что сравнительно низкочастотные колебания упругого момента не приводят к колебаниям скорости двигателя (рис. 2.9, *б*).

В первом случае, считая в соответствии с постановкой задачи, что коэффициент пропорционального регулятора скорости выбран из расчета получения в жесткой системе передаточной функции разомкнутого контура $W_\omega^{опт}(p)$, соответствующей настройке на ОМ, получим, что в области частот, бóльших частоты среза жесткого контура $\omega_c = 1/(2T_{\mu\omega})$, фазовая характеристика пересекает линию —180°. В случае когда появившийся в результате влияния упругости резонансный всплеск амплитудной характеристики $Lm\,|W_\omega(j\omega)|$ на частоте $1/T_у$ поднимается выше оси частот, система оказывается неустойчивой. Влияние упругости будет пренебрежимо мало, если выполняется неравенство $20\lg|W_\omega(j\omega)|_{\omega=T_у^{-1}} \leqslant -6$ дБ и если $Lm\,|W_\omega(j\omega)|$ мало отличается от $Lm\,|W_\omega^{опт}(j\omega)|$ в зоне частоты среза. Будем считать, что и в области частоты $1/T_у$ частотная характеристика контура скорости, настроенного на ОМ, в жесткой системе описывается выражением

$$W_\omega^{опт}(j\omega) = \frac{1}{2T_{\mu э}j\omega\,(T_{\mu э}j\omega + 1)},$$

где $T_{\mu э}$ — суммарная малая постоянная времени контура скорости.

Тогда на основании выражения для $W_\omega(p)$ выражение для амплитуды частотной характеристики при резонансной частоте получится в виде

$$|W_\omega(j\omega)|_{\omega=T_у^{-1}}=\frac{1}{4\theta_{\mu э}\xi_{12}}\,\frac{\sqrt{(\gamma-1)^2+4\gamma\xi_2^2}}{1+\theta_{\mu э}^2},$$

где $\theta_{\mu э}=T_{\mu э}/T_у$. Для пренебрежения упругостью необходимо выполнение условия $|W_\omega(j\omega)|_{\omega=T_у^{-1}}\leqslant 0{,}5$. Если в области частоты $1/T_у$ характеристика жесткой системы идет круче, чем это определяется принятым выражением для $W_\omega^{опт}(j\omega)$, то при выполнении этого неравенства сформулированное требование будет удовлетворяться с запасом.

Чтобы характеристика контура скорости при частоте среза мало отличалась от $\mathrm{Lm}\,|W_\omega^{опт}(j\omega)|$, достаточно потребовать, чтобы соблюдалось соотношение постоянных времени $\sqrt{\gamma}T_у\leqslant T_{\mu\omega}$. Тогда в самом худшем случае это отличие при $\omega=1/(2T_{\mu\omega})$ не будет превышать —2,5 дБ. Поскольку в рассматриваемой области частот характеристики контуров, настроенных на ОМ и СО, совпадают, сказанное справедливо и при настройке системы на симметричный оптимум.

Во втором случае (рис. 2.9, *б*) частота среза ЛАЧХ контура скорости, настроенного на ОМ, выше частоты $1/T_у$. Амплитуда ЛАЧХ $\mathrm{Lm}\,|W_2(j\omega)/W_1(j\omega)|$ в области высоких частот равна 20 lg γ. Поэтому, чтобы сохранить в зоне частоты среза вид ЛАЧХ контура скорости с упругостью таким же, как в жесткой системе, надо снизить коэффициент усиления регулятора скорости $k_{р.с}$ в γ раз по сравнению со значением, соответствующим настройке по ОМ. Логарифмическая амплитудная частотная характеристика в зоне частоты среза будет мало деформироваться, если $T_у\geqslant 2(2T_{\mu\omega})$.

При выполнении этих условий для пренебрежения упругостью надо, чтобы выполнялось условие:

$$\mathrm{Lm}\left|\frac{1}{\gamma}W_\omega^{опт}(j\omega)\frac{W_2(j\omega)}{W_1(j\omega)}\right|_{\omega=(\sqrt{\gamma}\,T_у)^{-1}}\geqslant 6\ \text{дБ}.$$

Если стремиться настроить контур скорости на оптимум по модулю, то это сведется к требованию

$$\frac{\gamma\xi_2}{\theta_{\mu э}\sqrt{\left[(\gamma-1)^2+4\gamma\xi_{12}^2\right](\theta_{\mu э}^2+\gamma)}}\geqslant 2.$$

Возможность настроить контур так же, как в жесткой системе, не означает, однако, возможности пренебрежения влиянием упругости на работу системы, так как необходимо еще оценить характер изменения скорости исполнительного органа ω_2. В первом слу-

чае резонансный всплеск характеристики, соответствующей передаточной функции $\Delta\overline{\omega}_2(p)/\Delta\overline{\omega}_1(p)$, будет практически компенсирован за счет провала ЛАЧХ $\mathrm{Lm}\,|W_\omega(j\omega)|$ при частоте $1/(\sqrt{\gamma}\,T_у)$ (см. рис. 2.9, *а*). В характеристике, связывающей скорость исполнительного органа с задающей величиной на входе контура скорости, будет существовать резонансный всплеск при частоте $1/T_у$. Однако, поскольку он будет располагаться значительно ниже оси абсцисс, амплитуда колебаний исполнительного органа будет невелика.

Во втором случае, а также при $\gamma \approx 1$ скорость двигателя меняется, как в жесткой системе при стандартной настройке, электропривод практически не будет демпфировать колебания исполнительного органа на резонансной частоте $1/(\sqrt{\gamma}\,T_у)$, и они будут затухать только под действием сил трения. В этом случае так же, как в случае, когда параметры системы таковы, что влиянием упругости пренебречь нельзя, возникает задача выбора настроек регулятора, а, если это необходимо, то и применения специальных способов коррекции, которые позволили бы обеспечить плавное движение ИО при максимально достижимом быстродействии системы.

2.3. Двухмассовая электромеханическая система, замкнутая по вектору состояния механизма

В предыдущем параграфе рассматривалась система, внешний контур которой представляет собой контур регулирования скорости двигателя. Однако существует принципиальная возможность при сохранении внутреннего токового контура, что позволяет осуществлять управление током якоря, реализовать внешние связи не только по скорости двигателя, но и по скорости исполнительного органа и упругому моменту.

Функциональная схема замкнутой по вектору col $[\overline{\omega}_1\overline{M}_{21}\overline{\omega}_2]$ системы управления скоростью с подчиненным токовым контуром показана на рис. 2.10, *а*. Поскольку $\overline{\omega}_1$, $\overline{M}_{21}$ и $\overline{\omega}_2$ являются координатами механизма, можно говорить, что замкнутая таким образом система замкнута по вектору состояния механизма. Для выделенного тонкой линией объекта внешними воздействиями являются сигнал управления u и момент нагрузки $\overline{M}_c$, действующий на *ИО*. Токовый контур замкнут через регулятор тока *РТ*. Блок ограничения *БО* предназначен для исключения возможности превышения якорным током двигателя предельно допустимого значения. В режиме малых приращений передаточный коэффициент *БО* равен единице.

Даже при допущениях, связанных с представлением тиристорного преобразователя и датчика тока апериодическими звеньями и упрощенным описанием диссипативных сил, объект представляет

а)

Объект
~50 Гц
$\bar{M}_c$
$(\bar{u}_у)$
И
$\bar{u}_у$
РС
$\bar{k}_{р.с}$
БО
u
РТ
−1
ТГ
М
ИО
$\bar{k}_2$
$\bar{\omega}_1$
$\bar{M}_{21}$
$\bar{\omega}_2$
$\frac{\bar{k}_1}{\bar{k}_1+\bar{k}_3}$
$\frac{\bar{k}_3}{\bar{k}_1+\bar{k}_3}$

б)

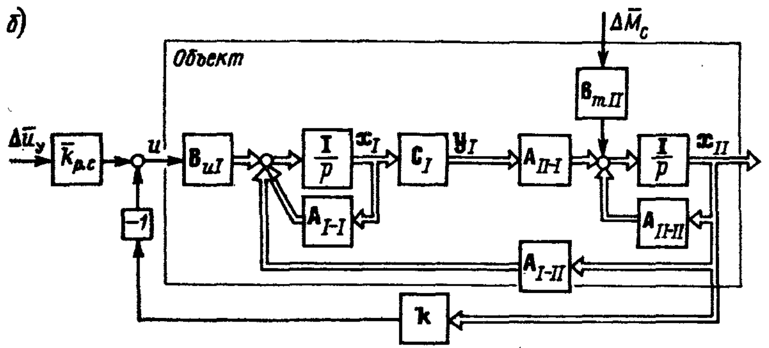


Рис. 2.10. Система управления скоростью, замкнутая по вектору состояния механизма: *а* — функциональная схема; *б* — матричная структурная схема

собой достаточно сложную динамическую систему. Порядок системы увеличивается, если существует замедление, вносимое датчиками, установка которых предполагается для измерения $\bar{\omega}_1$, $\bar{M}_{21}$ и $\bar{\omega}_2$. Очевидно, что сколько-нибудь общие выводы о свойствах рассматриваемой АСУ ЭП могут быть получены только при разумном упрощении ее математического описания. В дальнейшем в настоящей главе рассмотрение ведется при следующих допущениях:

1. Система линеаризована, что предполагает, с одной стороны, пренебрежимо малое влияние зазоров и нелинейного трения, а с другой,— такие значения внешних воздействий, при отработке которых якорный ток не превышает предельно допустимого значения и система токоограничения не действует.

2. Сформулированные в § 2.2 условия пренебрежения обратной связью по ЭДС двигателя выполняются, и настроенный на оптимум по модулю токовый контур приближенно описывается передаточной функцией

$$\overline{W}_{I\text{з}}(p) = \overline{W}_{I\text{з}}^{\text{опт}} = \frac{1}{2T_{\mu I}p\left(T_{\mu I}p + 1\right) + 1} = \frac{1}{0{,}5T_{\mu\text{э}}^2 p^2 + T_{\mu\text{э}}p + 1}, \tag{2.16}$$

где $T_{\mu\text{э}} = 2T_{\mu I}$ — эквивалентная малая постоянная времени.

3. Датчики скорости и упругого момента представляют собой пропорциональные звенья, благодаря чему при рассмотрении математического описания системы в относительных единицах можно считать, что связи с коэффициентами $\overline{k}_1$, $\overline{k}_2$ и $\overline{k}_3$ выполнены непосредственно по $\overline{\omega}_1$, $\overline{M}_{21}$ и $\overline{\omega}_2$. Если же быстродействие датчиков ограничено, то, считая, что оно характеризуется одинаковой постоянной времени $T_\text{ф}$, можно принять $T_{\mu\text{э}} = 2T_{\mu I} + T_\text{ф}$.

4. Силы трения не учитываются, т. е. принимается $k_{f1} = k_{f2} = k_c = 0$.

Записывая матричное уравнение объекта в виде

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_u u + \mathbf{B}_m \Delta\overline{M}_c, \tag{2.17}$$

можно построить матричную структурную схему системы (рис. 2.10, *б*). Вектор состояния объекта разделен на вектор $\mathbf{x}_\text{I} = \text{col}\,[x_1 x_2]$, элементами которого являются координаты токового контура при $x_2 = \Delta\overline{i}_\text{я}$, и вектор состояния механизма $\mathbf{x}_\text{II} = \text{col}\,[x_3 x_4 x_5]$ при $x_3 = \Delta\overline{\omega}_1$; $x_4 = \Delta\overline{M}_{21}$; $x_5 = \Delta\overline{\omega}_2$. С помощью матрицы $\mathbf{C}_\text{I}$ из $\mathbf{x}_\text{I}$ выделяется вектор y_I, в конкретном случае представляющий собой координату $x_2 = y_\text{I}$. Тогда

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_\text{I} \\ \dot{\mathbf{x}}_\text{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_\text{I-I} & \mathbf{A}_\text{I-II} \\ \mathbf{A}_\text{II-I}\mathbf{C}_\text{I} & \mathbf{A}_\text{II-II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_\text{I} \\ \mathbf{x}_\text{II} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{u\text{I}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{m\text{II}} \end{bmatrix} \Delta\overline{M}_c, \tag{2.18}$$

где

$$\mathbf{A}_\text{I-I} = \begin{bmatrix} -\dfrac{2}{T_{\mu\text{э}}} & -\dfrac{2}{T_{\mu\text{э}}} \\ \dfrac{1}{T_{\mu\text{э}}} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_\text{I-II} = \mathbf{0}; \quad \mathbf{B}_{u\text{I}} = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{T_{\mu\text{э}}} \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}_{\mathrm{I}}=[0\ \ 1];$$

$$\mathbf{A}_{\mathrm{II\text{-}I}}=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{T_{\text{м1}}}\\ 0\\ 0\end{bmatrix};\quad \mathbf{A}_{\mathrm{II\text{-}II}}=\begin{bmatrix}0 & -\dfrac{1}{T_{\text{м1}}} & 0\\ \dfrac{1}{T_c} & 0 & -\dfrac{1}{T_c}\\ 0 & \dfrac{1}{T_{\text{м2}}} & 0\end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_{m\mathrm{II}}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ -\dfrac{1}{T_{\text{м2}}}\end{bmatrix}.$$

Статическая система. Если регулятор скорости пропорциональный (показанный на рис. 2.10, *а* штриховыми линиями канал введения интеграла в закон регулирования отсутствует), система будет иметь статическую ошибку по возмущению. При отсутствии возмущения выбор $\bar{k}_{\text{р. с}}=\bar{k}_1+\bar{k}_3$ обеспечивает равенство установившихся приращений $\Delta\bar{\omega}_{1\,\text{уст}}=\Delta\bar{\omega}_{2\,\text{уст}}=\Delta\bar{u}_{\text{у}}$.

В замкнутой системе управление записывается как

$$u=\bar{k}_{\text{р. с}}\Delta\bar{u}_{\text{у}}-\mathbf{k}\mathbf{x}_{\mathrm{II}},$$

где $\mathbf{k}=[k_1k_2k_3]$. Тогда с учетом введенных в § 2.1 обозначений могут быть записаны передаточные функции, связывающие приращения скоростей $\Delta\bar{\omega}_1$ и $\Delta\bar{\omega}_2$ с приращением управляющего воздействия $\Delta\bar{u}_{\text{у}}$:

$$\left.\begin{aligned}\bar{W}_{\omega1\text{з}}(p)&=\Delta\bar{\omega}_1(p)/\Delta\bar{u}_{\text{у}}(p)=(\gamma T_{\text{у}}^2p^2+1)Q(p);\\ \bar{W}_{\omega2\text{з}}(p)&=\Delta\bar{\omega}_2(p)/\Delta\bar{u}_{\text{у}}(p)=1/Q(p).\end{aligned}\right\}\tag{2.19}$$

Здесь

$$Q(p)=\frac{T_{\text{у}}^2T_{\text{м}}T_{\mu\text{э}}^2}{2\bar{k}_{\text{р. с}}}H(p)\tag{2.20}$$

при

$$H(p)=\det(p\,\mathbf{I}-\mathbf{A}-\mathbf{B}_u\mathbf{k})=p^5+\frac{2}{T_{\mu\text{э}}}p^4+$$

$$+\left(\frac{1}{T_{\text{у}}^2}+\frac{2}{T_{\mu\text{э}}^2}\right)p^3+\frac{2}{T_{\mu\text{э}}}\left(\frac{1}{T_{\text{у}}^2}+\frac{\bar{k}_1\gamma}{T_{\mu\text{э}}T_{\text{м}}}\right)p^2+$$

$$+\frac{1+\bar{k}_2\dfrac{\gamma-1}{\gamma}}{T_{\mu\text{э}}^2T_{\text{у}}^2}p+2\frac{\bar{k}_1+\bar{k}_3}{T_{\mu\text{э}}^2T_{\text{у}}^2T_{\text{м}}}.$$

Характер изменения скорости ИО при управлении полностью определяется распределением корней характеристического уравнения $H(p) = 0$, три из которых могут выбираться желаемым образом благодаря наличию трех связей по координатам: $x_3 = \Delta\bar{\omega}_1$; $x_4 = \Delta\bar{M}_{21}$ и $x_5 = \Delta\bar{\omega}_2$, а два являются неуправляемыми. Будем так выбирать значения коэффициентов регуляторов, чтобы выполнялось равенство

$$H(p) = H^0(p) \quad \text{при} \quad H^0(p) = H_1^0(p) H_2(p),$$

где $H_1^0(p) = p^3 + a_1\omega_0 p^2 + a_2\omega_0^2 p + \omega_0^3$ — полином, все корни которого могут быть распределены желаемым образом: $H_2(p) = p^2 + b_1\omega' p + \omega'^2$ — полином, обусловленный наличием контура тока с эквивалентной малой постоянной времени $T_{\mu э}$, корни которого неуправляемы и не должны существенно влиять на вид переходного процесса. Коэффициенты a_1, a_2 определяют характер распределеиия управляемых корней (полюсов) системы, а среднегеометрический корень ω_0 характеризует ее быстродействие. Модуль сопряженных комплексных неуправляемых корней ω' и коэффициент b_1 определяют их положение на плоскости корней в зависимости от параметров системы и выбранного расположения управляемых корней.

Введя переменную $p_* = p/\omega_0$ и обозначив $T_у\omega_0 = \tau_у$; $T_м\omega_0 = \tau_м$; $T_{\mu э}\omega_0 = \tau_{\mu э}$, можно записать соответствующие формулам (2.19) передаточные функции в нормированном виде:

$$\left.\begin{aligned} \bar{W}_{\omega 1з}(p_*) &= \Delta\bar{\omega}_1(p_*)/\Delta\bar{u}_у(p_*) = \left(\gamma\tau_у^2 p_*^2 + 1\right)/Q(p_*); \\ \bar{W}_{\omega 2з}(p_*) &= \Delta\bar{\omega}_2(p_*)/\Delta\bar{u}_у(p_*) = 1/Q(p_*), \end{aligned}\right\} \tag{2.21}$$

где полином знаменателя имеет вид

$$Q(p_*) = \frac{\tau_у^2\tau_м\tau_{\mu э}^2}{2(\bar{k}_1 + \bar{k}_2)} H(p_*),$$

а характеристический полином

$$H(p_*) = p_*^5 + \frac{2}{\tau_{\mu э}} p_*^4 + \left(\frac{1}{\tau_у^2} + \frac{2}{\tau_{\mu э}^2}\right) p_*^3 + \frac{2}{\tau_{\mu э}}\left(\frac{1}{\tau_у^2} + \frac{\bar{k}_1\gamma}{\tau_{\mu э}\tau_м}\right) p_*^2 + 2\,\frac{1 + \bar{k}_2\dfrac{\gamma - 1}{\gamma}}{\tau_{\mu э}^2\tau_у^2} p_* + 2\,\frac{\bar{k}_1 + \bar{k}_3}{\tau_у^2\tau_м\tau_{\mu э}^2}. \tag{2.22}$$

Предлагается выбрать для трех управляемых корней распределеиие Баттерворта [58], которое в системе второго порядка при-

Заказ № 398

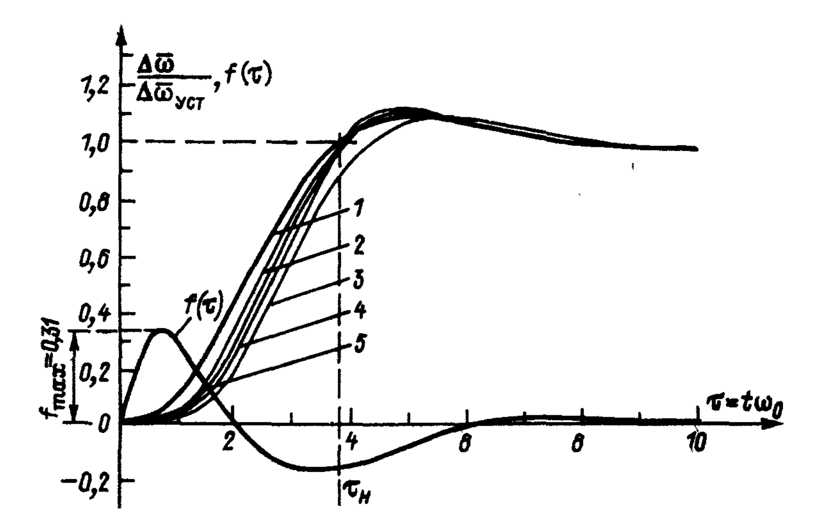


Рис. 2.11. К определению характера изменения скорости в системе, замкнутой по вектору состояния механизма

1 — $\tau_{\mu э}=0$; *2* — $\tau_{\mu э}=0{,}3$; $\tau_у=1{,}8$; *3* — $\tau_{\mu э}=0{,}4$; $\tau_у=1{,}8$; *4* — $\tau_{\mu э}=0{,}5$; $\tau_у=0{,}75$; *5*—$\tau_{\mu э}=0{,}6$; $\tau_у=0{,}57$

водит к настройке на оптимум по модулю, а в системе третьего порядка (при $a_1 = a_2 = 2$) обеспечивает отработку ступенчатого управляющего воздействия с перерегулированием около 8 % при первом достижении установившегося значения $\tau_н = t_н\omega_0 = 3{,}8$. На рис. 2.11 соответствующая зависимость $\Delta\overline{\omega}_2(\tau)/\Delta\omega_{уст}$ показана жирной линией *1*.

Приравнивая друг другу правые части характеристического полинома $H(p_*)$ и полинома, определяющего желаемый характер распределения корней

$$H^0(p_*) = \left(p_*^3 + 2p_*^2 + 2p_* + 1\right)\left(p_*^2 + b_1 p_* + \omega_*^2\right), \tag{2.23}$$

где $\omega_* = \omega^1/\omega_0$, можно получить формулы для коэффициентов регулятора в виде:

$$\left.\begin{aligned} \bar{k}_1 &= \frac{2\tau_м}{\gamma}\alpha_1(\tau_у;\ \ \tau_{\mu э}); \\ \bar{k}_2 &= \frac{\tau_м}{\tau_{м2}}\left(2\tau_у^2 - 1\right)\alpha_2(\tau_у;\ \ \tau_{\mu э}); \\ \bar{k}_3 &= \tau_м\tau_у^2\alpha_3(\tau_у;\ \ \tau_{\mu э}) - \bar{k}_1, \end{aligned}\right\} \tag{2.24}$$

где зависящие от $\tau_у$ и $\tau_{\mu э}$ коэффициенты равны

$$\alpha_1(\tau_у;\ \ \tau_{\mu э}) = 1 + \tau_{\mu э}^2\left(\frac{1}{2\tau_у^2} + 0{,}25\right) - \tau_{\mu э}\left(1 + \frac{1}{2\tau_у^2}\right);$$

$$\alpha_2(\tau_у;\quad \tau_{\mu э}) = 1 + \tau_{\mu э}\frac{\tau_{\mu э}(\tau_у^2+1)-3\tau_у^2}{2\tau_у^2-1};$$

$$\alpha_3(\tau_у;\quad \tau_{\mu э}) = 1 + \tau_{\mu э}\left[\tau_{\mu э}\left(1+\frac{1}{2\tau_у^2}\right)-2\right]$$

стремятся к единице при $\tau_{\mu э} \to 0$ [1].

При этом неуправляемые корни характеризуются зависимостями

$$\frac{b_1\omega_*}{2} = \frac{1}{\tau_{\mu э}} - 1;\quad \omega_*^2 = 2\left(\frac{1}{2\tau_у^2}+\frac{1}{\tau_{\mu э}^2}-\frac{2}{\tau_{\mu э}}+1\right).$$

На рис. 2.12 показана верхняя полуплоскость плоскости нормированных корней, на которой отмечены вещественный и один комплексно-сопряженный управляемые корни (p_{*1} и p_{*2}). Вещественная часть неуправляемого корня $b_1\omega_*/2$ однозначно определяется значением $\tau_{\mu э}$, что позволяет провести на плоскости корней вертикальные линии, соответствующие значениям $\tau_{\mu э}$. Тонкими сплошными или штриховыми линиями показаны годографы неуправляемых корней при разных значениях $\tau_у$ в зависимости от $\tau_{\mu э}$.

Для того чтобы наличие неуправляемых корней не приводило к увеличению длительности переходного процесса и перерегулирования более чем на 10—15 %, надо потребовать, чтобы неуправляемые корни располагались вне окружности с радиусом $R = 2$. Кроме того, надо, чтобы степень устойчивости [82] определялась управляемыми корнями, что выполняется, если $b_1\omega_*/2 > 0{,}5$ или $\tau_{\mu э} < 0{,}67$. На рис. 2.12 принято за максимальное значение $\tau_{\mu э} = 0{,}6$. Таким образом, разрешенная область расположения неуправляемых корней первоначально ограничена справа линией *абвд*.

Изложенный подход к синтезу регулятора базируется на представлении о возможности замены ряда малых постоянных времени одной эквивалентной суммарной постоянной времени $\tau_{\mu э}$, благодаря чему передаточная функция $\overline{W}_{\omega 2 э}(p)$ имеет вид (2.21). При той же степени идеализации передаточная функция жесткой замкнутой унифицированной системы регулирования скорости с подчиненным токовым контуром запишется как

$$\overline{W}_{\omega э}(p) = \frac{\Delta\overline{\omega}(p)}{\Delta\overline{u}_у(p)} = \frac{1}{\frac{T_м}{\overline{k}_{р.с}}p\left(\frac{T_{\mu э}^2}{2}p^2+T_{\mu э}p+1\right)+1}.$$

[1] Если в частном случае $\tau_у = \sqrt{2}/2$, то при расчете $\overline{k}_2$ надо подставлять цифры после умножения $\tau_м(2\tau_у^2-1)/\tau_{м2}$ на $\alpha_2(\tau_у;\ \tau_{\mu э})$.

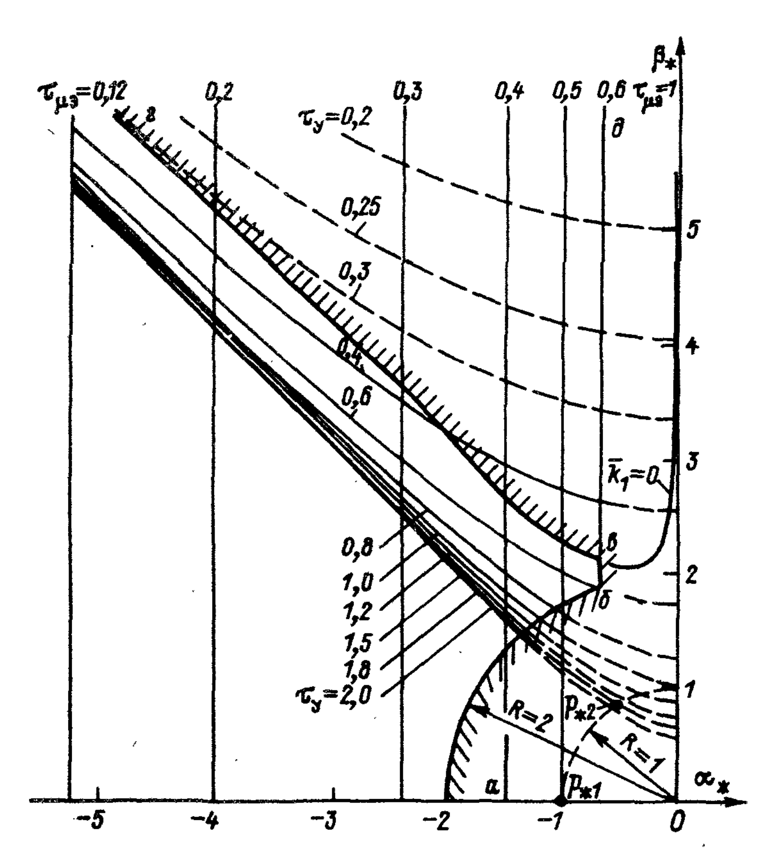


Рис. 2.12. Область допустимых соотношений параметров на плоскости корней

Выбирая для настройки на оптимум по модулю $\bar{k}_{р.с} = T_м/(2T_{\mu э})$, получим, что полюсы системы распределяются по Баттерворту при $\omega_0 = 1/T_{\mu э}$, а нормированная передаточная функция имеет вид

$$\overline{W}_{\omega з}(p) = \frac{1}{p_*^3 + 2p_*^2 + 2p_* + 1}.$$

Как показывает опыт эксплуатации систем подчиненного регулирования, их чувствительность к изменению $\tau_{\mu э}$ является вполне приемлемой на практике. Исходя из этого целесообразно потребовать, чтобы чувствительность рассматриваемой упругой системы к изменению $T_{\mu э}$ была не выше, чем в жесткой системе. Сравнительный анализ чувствительности передаточных функций $W_{\omega 2 з}(p)$ и $W_{\omega з}(p)$ показывает, что чувствительность системы к изменению $\tau_{\mu э}$, замкнутой по вектору состояния, будет практически такой же,

как в жесткой системе, если неуправляемый корень p_{*4} будет располагаться не выше линии *вг*, являющейся частью линии $\overline{k}_1 = 0$, построенной на основании выражения (2.24) для $\overline{k}_1$. Это дает основание принять линию $\overline{k}_1 = 0$ за верхнюю границу области допустимых соотношений параметров, ограниченной кривой *абвг* (на рис. 2.12 заштрихована с внешней стороны).

Для оценки возможного быстродействия системы и выбора его в зависимости от соотношения постоянной времени упругости $T_у$ и эквивалентной малой постоянной времени $T_{\mu э}$ удобно область допустимых соотношений параметров строить в координатных осях $\tau_{\mu э}/\tau_у$, $\tau_у$ или, что то же самое, $T_{\mu э}/T_у$, $\tau_у$. Кривая *абвгО*, ограничивающая эту область, показана сплошной линией на рис. 2.13.

На основании выражения (2.21) для $W_{\omega 13}$ (p_*) может быть записано выражение переходной характеристики для скорости двигателя:

$$\frac{\Delta\overline{\omega}_1(\tau)}{\Delta\overline{\omega}_{уст}} = \frac{\Delta\overline{\omega}_2(\tau)}{\Delta\overline{\omega}_{уст}} + \gamma\tau_у^2 f(\tau),$$

где $\tau = t\omega_0$; $f(\tau)$ — переходная характеристика, соответствующая передаточной функции $p_*^2/(p_*^3 + 2p_*^2 + 2p_* + 1)$. Кривая $f(\tau)$ при $\tau_{э\mu} = 0$ показана на рис. 2.11. Поскольку к моменту достижения ею максимума приращение $\Delta\overline{\omega}_2(\tau)/\Delta\omega_{уст}$ еще пренебрежимо мало, значение f_{max} характеризует отнесенный к установившемуся приращению бросок скорости двигателя в начале переходного процесса при ступенчатом управляющем воздействии

$$\left(\frac{\Delta\overline{\omega}_1}{\Delta\overline{\omega}_{уст}}\right)_{max} = 0{,}31\gamma\tau_у^2.$$

Переходные характеристики $\omega_2(\tau)$, близкие к соответствующим настройки Баттерворта, могут быть реализованы при условии, что для этого не требуется недопустимо большого значения начального броска скорости двигателя, а следовательно, и тока якоря. В левой части рис. 2.13 сплошной линией показана зависимость $\tau_{у.пред} = f(\gamma)$, соответствующая броску скорости двигателя, равному ее установившемуся приращению $(\Delta\overline{\omega}_1/\Delta\overline{\omega}_{уст})_{max} = 1$, что обычно допустимо при использовании двигателей общепромышленного назначения.

На основании изложенного рекомендуется следующий порядок расчета системы, обладающей наибольшим возможным быстродействием:

1. По известному значению $T_{\mu э}/T_у$ на основании графика рис. 2.13 определяется значение $\tau_у$, при котором характеризующая точка лежит на верхней границе области допустимых соотношений параметров с учетом значения $\tau_{у.пред}$, определенного по γ.

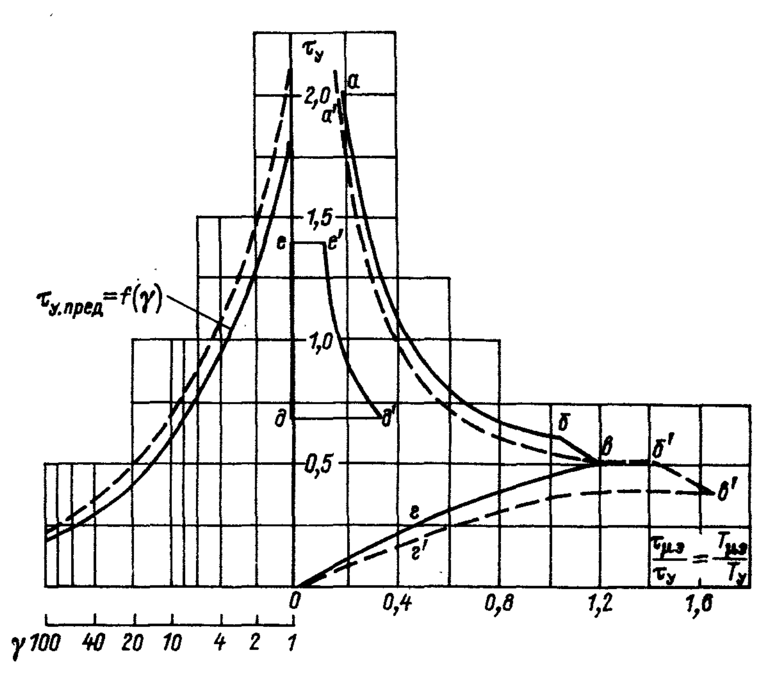


Рис. 2.13. Номограмма для определения возможного быстродействия системы, замкнутой по вектору состояния механизма

——— — система без введения интеграла; — — — — с введением интеграла

2. По выражению $\omega_0 = \tau_у/T_у$ определяется средний геометрический корень, характеризующий максимально возможное быстродействие системы.

3. Рассчитываются относительные постоянные времени $\tau_{\mu э} = T_{\mu э}\omega_0$ и $\tau_м = T_м\omega_0$.

4. По формулам (2.24) вычисляются коэффициенты регулятора $\bar{k}_1$, $\bar{k}_2$ и $\bar{k}_3$.

Передаточные функции системы по возмущению, записанные на основании выражения (2.17) с учетом того, что $u = \mathbf{k}\mathbf{x}_{II}$, получаются в виде

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Delta\bar{\omega}_2(p_*)}{\Delta\bar{M}_с(p_*)}\tau_{м2} &= (-1)\frac{p_*^4 + Ap_*^3 + Bp_*^2 + Cp_* + d}{H(p_*)}; \\ \frac{\Delta\bar{\omega}_1(p_*)}{\Delta\bar{M}_с(p_*)}\tau_{м2} &= (-1)\frac{fp_*^2 + Gp_* + h}{H(p_*)}, \end{aligned}\right\} \qquad (2.25)$$

где $H(p^*) = H^0(p_*)$ — характеристический полином, определяемый выражениями (2.22) и (2.23);

$$A=\frac{2}{\tau_{\mu э}};\quad B=\frac{\gamma-1}{\gamma\tau_у^2}+\frac{2}{\tau_{\mu э}^2};\quad C=\frac{2}{\tau_{\mu э}}\left(\frac{\gamma-1}{\gamma\tau_у^2}+\frac{\bar{k}_1\gamma}{\tau_{\mu э}\tau_м}\right);$$

$$G=\frac{2}{\tau_{\mu э}}\left(\frac{\gamma-1}{\gamma\tau_у^2}-\frac{\bar{k}_3\gamma}{\tau_{\mu э}\tau_м}\right).$$

Значения d, f и h приведены табл. 2.2.

Таблица 2.2. **Коэффициенты передаточных функций системы по возмущению**

Коэффициент	Статическая система с обратными связями	
	по ω_1; M_{21}; ω_2	по ω_1; ω_2; $p\omega_2$
d	$\frac{2}{\tau_{\mu э}^2}\frac{\gamma-1}{\gamma\tau_у^2}(1+\bar{k}_2)$	$\frac{2}{\tau_{\mu э}^2}\frac{\gamma-1}{\gamma\tau_у^2}$
f	$(\gamma-1)\frac{1}{\gamma\tau_у^2}$	$(\gamma-1)\left(\frac{1}{\gamma\tau_у^2}-\frac{2\bar{k}_2}{\tau_{\mu э}^2}\right)$
h	$\frac{2}{\tau_{\mu э}^2}\frac{\gamma-1}{\gamma\tau_у^2}(1+\bar{k}_2)$	$\frac{2}{T_{\mu э}^2}\frac{\gamma-1}{\gamma\tau_у^2}$

Продолжение табл.

Коэффициент	Система с астатизмом по возмущению с обратными связями	
	по ω_1; M_{21}; ω_2	по ω_1; ω_2; $p\omega_2$
d	$\frac{2}{\tau_{\mu э}^2}\frac{\gamma-1}{\gamma\tau_у^2}(1+\bar{k}_2)$	$\frac{2}{\tau_{\mu э}^2}\frac{\gamma-1}{\gamma\tau_у^2}$
f	$\frac{\gamma-1}{\gamma\tau_у^2}$	$(\gamma-1)\left(\frac{1}{\gamma\tau_у^2}-\frac{2\bar{k}_2}{\tau_{\mu э}^2}\right)$
h	$\frac{2}{\tau_{\mu э}^2}\left[\frac{\gamma-1}{\gamma\tau_у^2}(1+\bar{k}_2)-\frac{\bar{k}_1+\bar{k}_3}{\tau_м\tau_и}\gamma\right]$	$\frac{2}{\tau_{\mu э}^2}\left(\frac{\gamma-1}{\gamma\tau_у^2}-\frac{\bar{k}_1+\bar{k}_3}{\tau_м\tau_и}\gamma\right)$

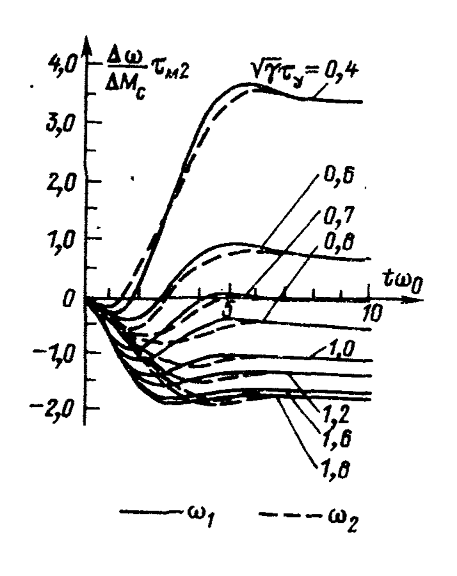


Рис. 2.14. Характер переходных процессов по возмущению в статической системе при замыкании по вектору состояния механизма ($\tau_{\mu э}=0$)

Можно показать, что при $\tau_{\mu э} \to 0$, когда передаточные функции (2.25) существенно упрощаются, характер реакции на возмущение определяется только значением $\sqrt{\gamma}\tau_у = \sqrt{\gamma}\, T_у\, \omega_0$. Нормированные переходные процессы при ступенчатом изменении момента нагрузки для этого случая показаны на рис. 2.14. Знак статической ошибки, определяемой выражением

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\Delta M_c}\right)_{уст} \tau_{м2} = (-1)\, \frac{2\gamma\tau_у^2 - 1}{\gamma\tau_у^2},$$

меняется с отрицательного при $\sqrt{\gamma}\tau_у > \sqrt{2}/2$ на положительный при $\sqrt{\gamma}\tau_у < \sqrt{2}/2$. Равенство статической ошибки нулю при $\sqrt{\gamma}\,\tau_у = \sqrt{2}/2$ объясняется тем, что обратная связь по упругому моменту оказывается положительной с коэффициентом $\bar{k}_2 = -1$, что обеспечивает компенсацию момента нагрузки в статике. Однако обеспечение нулевой (или близкой к нулю) статической ошибки в результате выбора значения ω_0 не всегда целесообразно, так как быстродействие системы при этом существенно ниже предельно допустимого, что, в частности, ведет к увеличению чувствительности системы, к изменению параметров объекта и точности установки коэффициентов регулятора.

При $\tau_{\mu э} \neq 0$ реакция на возмущающее воздействие определяется значениями $\tau_у$, γ и $\tau_{\mu э}$. Однако, как показывают расчеты, при таком выборе быстродействия системы, при котором характеризующая точка лежит в области допустимых соотношений параметров (рис. 2.13), характер переходных процессов остается близким к показанному на рис. 2.14. Статическая ошибка на основании выражений (2.25) находится по формуле

$$\left(\frac{\Delta\bar{\omega}}{\Delta\bar{M}_c}\right)_{уст} \tau_{м2} = (-1)\, \frac{2(1+\bar{k}_2)}{\tau_{\mu э}^2\tau_у^2}\; \frac{\gamma-1}{\gamma}\; \frac{1}{\omega_*^2}$$

или с учетом выражений для ω_*^2 и коэффициентов регулятора (2.24)

$$\left(\frac{\Delta\overline{\omega}}{\Delta\overline{M}_c}\right)_{\text{уст}}\tau_{\text{м}2}=(-1)\,\frac{\left[\left(2\tau_{\text{у}}^2-1\right)\alpha_2\left(\tau_{\text{у}};\ \tau_{\mu\text{э}}\right)+1\right](\gamma-1)}{\gamma\tau_{\text{у}}^2\alpha_3\left(\tau_{\text{у}};\ \tau_{\mu\text{э}}\right)}.$$

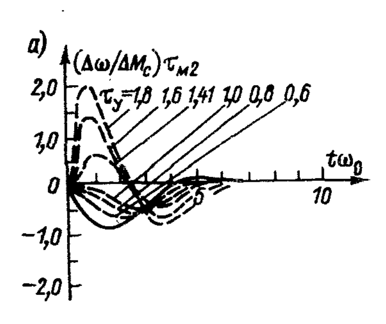
Без изменения вида переходных характеристик по управлению обратная связь по упругому моменту с коэффициентом $\overline{k}_2$ может быть заменена обратной связью от производной по скорости $\overline{\omega}_2$ с передаточной функцией $\overline{k}_2 T_{\text{м}2} p$. Коэффициенты d, f и h передаточных функций (2.25) при этом определяются выражениями, записанными в табл. 2.2, а статическая ошибка определяется выражением

$$\left(\frac{\Delta\overline{\omega}}{\Delta\overline{M}_c}\right)_{\text{уст}}\tau_{\text{м}2}=(-1)\,\frac{\gamma-1}{\gamma\tau_{\text{у}}^2}\,\frac{1}{\alpha_3\left(\tau_{\text{у}};\ \tau_{\mu\text{э}}\right)}.$$

При $\gamma\approx 1$ (т. е. при приведенном к двигателю моменте инерции ИО, несоизмеримо малом по сравнению с моментом инерции первой массы), статическая ошибка много меньше динамического отклонения (рис. 2.15, *а*), а при $\gamma>1$ (рис. 2.15, *б*) она может быть больше, чем в системе с обратной связью по $\overline{M}_{21}$. И при использовании связи по производной от $\overline{\omega}_2$ различие между процессами по возмущению при $\tau_{\mu\text{э}}\approx 0$ и $\tau_{\mu\text{э}}\neq 0$ сравнительно невелико.

Преимуществом схемы с обратной связью по производной от $\overline{\omega}_2$ является отсутствие необходимости измерять упругий момент, что часто оказывается затруднительным.

Система с астатизмом по возмущению. Когда наличие статической ошибки по возмущению недопустимо, в закон регулирования



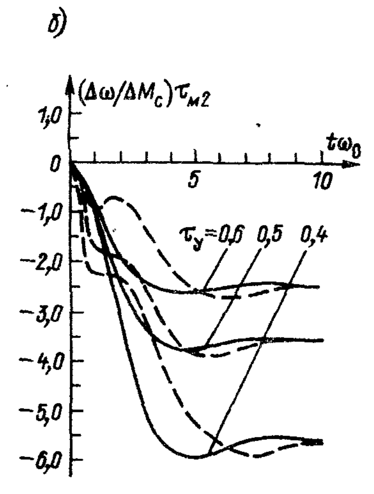


Рис. 2.15. Характер переходных процессов по возмущению в статической системе при замене связи по M_{21} связью по $p\omega_2$: *а* — при $\gamma=1$; *б* — при $\gamma=10$

может быть введен интеграл путем замыкания еще одного контура через интегратор $И$ (см. рис. 2.10, *а*). Передаточные функции по управлению в этом случае приобретают вид:

$$\left.\begin{aligned}\overline{W}_{\omega 1э}(p_*)&=\left(\gamma\tau_у^2 p_*^2+1\right)/R(p_*);\\ \overline{W}_{\omega 2э}(p_*)&=1/R(p_*),\end{aligned}\right\}\qquad(2.26)$$

где $p_* = p/\omega_{01}$; $R(p_*)=\dfrac{\tau_у^2\tau_м\tau_и}{2(\bar{k}_1+\bar{k}_3)}H_1(p_*)$; $\tau_и = T_и\,\omega_{01}$ — нормированная постоянная времени интегратора. Приравнивая нормированный характеристический полином

$$H_1(p_*)=p_*^6+\frac{2}{\tau_{\mu э}}p_*^5+\left(\frac{1}{\tau_у^2}+\frac{2}{\tau_{\mu э}^2}\right)p_*^4+$$
$$+\frac{2}{\tau_{\mu э}}\left(\frac{1}{\tau_у^2}+\frac{\bar{k}_1\gamma}{\tau_{\mu э}\tau_м}\right)p_*^3+2\,\frac{1+\bar{k}_2\dfrac{\gamma-1}{\gamma}}{\tau_{\mu э}^2\tau_у^2}\,p_*^2+$$
$$+2\,\frac{\bar{k}_1+\bar{k}_3}{\tau_{\mu э}^2\tau_у^2\tau_м}\,p_*+2\,\frac{\bar{k}_1+\bar{k}_3}{\tau_{\mu э}^2\tau_у^2\tau_м\tau_и}$$

полиному

$$H_1^0(p_*)=\left(p_*^4+d_1p_*^3+d_2p_*^2+d_3p_*+1\right)\left(p_*^2+b\omega_*p_*+\omega_*^2\right),$$

в котором $d_1 = d_3 = 2{,}6$; $d_2 = 3{,}4$ (распределение Баттерворта 4-го порядка), а $\omega_* = \omega'/\omega_{01}$, можно аналогично изложенному выше получить выражения для коэффициентов регулятора в виде:

$$\left.\begin{aligned}\bar{k}_1&=\frac{2{,}6\tau_м}{\gamma}\,\alpha_1(\tau_у;\ \tau_{\mu э});\\ \bar{k}_2&=\frac{\tau_м}{\tau_{м2}}\left(3{,}4\tau_у^2-1\right)\alpha_2(\tau_у;\ \tau_{\mu э});\\ \bar{k}_3&=2{,}6\tau_м\tau_у^2\alpha_3(\tau_у;\ \tau_{\mu э})-\bar{k}_1;\\ \tau_и&=2{,}6\alpha_4(\tau_у;\ \tau_{\mu э}),\end{aligned}\right\}\qquad(2.27)$$

где стремящиеся к единице при $\tau_{\mu э}\to 0$ сомножители определяются выражениями:

$$\alpha_1(\tau_у;\ \tau_{\mu э})=1+\tau_{\mu э}^2\left(\frac{1}{2\tau_у^2}+0{,}5\right)-\tau_{\mu э}\left(1{,}3+\frac{1}{2{,}6\tau_у^2}\right);$$

$$\alpha_2(\tau_у;\ \tau_{\mu э})=1+\tau_{\mu э}\,\frac{\tau_{\mu э}\left(2{,}8\tau_у^2+3{,}4\right)-6{,}25\tau_у^2}{3{,}4\tau_у^2-1};$$

$$\alpha_3(\tau_у;\quad \tau_{\mu э}) = 1 + \tau_{\mu э}\left[\tau_{\mu э}\left(1{,}2 + \frac{1}{2\tau_у^2}\right) - 2{,}2\right];$$

$$\alpha_4(\tau_у;\quad \tau_{\mu э}) = 1 + \tau_{\mu э}\frac{1 - 1{,}3\tau_{\mu э}}{2{,}6 + \tau_{\mu э}\left[\tau_{\mu э}\left(4{,}4 + \frac{1{,}3}{\tau_у^2}\right) - 6{,}75\right]}.$$

Построенная таким же образом, как в статической системе, зона допустимых соотношений параметров показана на рис. 2.13 штриховыми линиями. Из сравнения с соответствующей номограммой для статической системы (сплошные линии на рис. 2.13) видно, что если ограничение на быстродействие связано с предельно допустимым значением $\tau_{\mu э}$ (участок $a'б'$), то при одинаковых соотношениях $T_{\mu э}/T_у$ допустимое значение $\tau_у$ примерно на 10 % ниже, чем в статической системе, что с учетом возрастания длительности процесса, соответствующего четвертому порядку по сравнению с процессом третьего порядка, дает увеличение длительности переходного процесса примерно на 30 % по сравнению со статической системой. Если же $\tau_{\mu э}$ мала и ограничение на быстродействие связано со стремлением ограничить бросок скорости двигателя, то из зависимости $\tau_{у.пред} = f(\gamma)$ для системы с астатизмом по возмущению (штриховая кривая на рис. 2.13) среднегеометрический корень ω_{01} можно сделать больше, чем ω_0 в статической системе.

Передаточные функции по возмущению имеют вид:

$$\frac{\Delta\overline{\omega}_2(p_*)}{\Delta\overline{M}_с(p_*)}\tau_{м2} = (-1)\,p_*\frac{p_*^4 + Ap_*^3 + Bp_*^2 + Cp_* + d}{H_1(p_*)};$$

$$\frac{\Delta\overline{\omega}_1(p_*)}{\Delta\overline{M}_с(p_*)}\tau_{м2} = (-1)\,p_*\frac{fp_*^2 + Gp_* + h}{H_1(p_*)}.$$

Коэффициенты A, B, C и G имеют те же выражения, что и в формулах (2.25). Значения коэффициентов d, f и h приведены в табл. 2.2. При $\tau_{\mu э} \to 0$ переходный процесс в системе с обратными связями по ω_1, M_{21} и ω_2 зависит только от значения $\sqrt{\gamma}\,\tau_у$ (рис. 2.16, *а*). При переходе от связи по M_{21} к связи по производной от ω_2 реакция на возмущение оказывается зависящей от $\sqrt{\gamma}\,\tau_у$ и от γ. Если $\gamma \approx 1$, то система приобретает астатизм 2-го порядка по возмущению, а нормированный переходный процесс $\Delta\overline{\omega}_2/\Delta\overline{M}_с = f(t\omega_{01})$ остается одинаковым независимо от параметров объекта. Значение $\sqrt{\gamma}\,\tau_у$ определяет характер изменения скорости двигателя (рис. 2.16, *б*). При коэффициентах соотношения масс $\gamma > 1$ и характер изменения скорости двигателя и характер изменения скорости ИО будут различными при разных $\sqrt{\gamma}\,\tau_у$. В качестве примера кривые $\Delta\overline{\omega}_2/\Delta\overline{M}_с = f(t\omega_{01})$ при $\gamma = 10$ и трех значениях $\tau_у$ показаны на рис. 2.16, *в*. Если выбор параметров произведен в со-

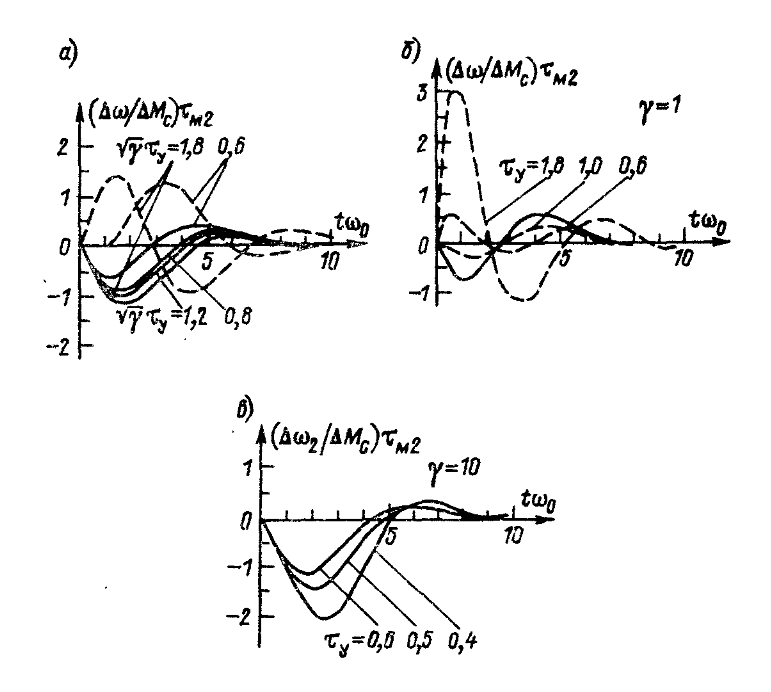


Рис. 2.16. Характер переходных процессов по возмущению в системе с введением интеграла при $\tau_{\mu э} \to 0$: *а* — при замыкании по вектору состояния механизма; *б, в* — при переходе от связи по M_{21} к связи по $p\bar{\omega}_2$ для разных значений γ и $\tau_у$ соответственно [— — — — $\tau_{м2}(\Delta\omega_1/\Delta M_c)$; ———— — $\tau_{м2}(\Delta\omega_2/\Delta M_c)$]

ответствии с номограммой рис. 2.13, переходные процессы по длительности и значению динамического отклонения будут отличаться от приведенных на рис. 2.16 не более чем на 20 %.

2.4. Возможности настройки контура скорости системы подчиненного регулирования с упругостью без изменения ее структуры

Замыкание двухмассовой электромеханической системы по вектору состояния механизма — не единственный способ реализации АСУ ЭП с упругостью. В некоторых случаях удовлетворительный результат может быть достигнут более простыми средствами, в частности, в результате правильного выбора коэффициента регулятора скорости $\bar{k}_{р.с}$ (см. рис. 2.7). Будем предполагать пока, что малые постоянные времени в контуре скорости пренебрежимо малы: $\bar{W}_{I3}(p) \approx 1$, $T_{т.г} = 0$, а затем определим предельно допустимое значение $T_{\mu э}$, при котором могут быть реализованы настройки,

полученные для системы без малых постоянных времени. Интересуясь, в первую очередь, возможностью демпфирования упругих колебаний с помощью автоматизированного электропривода, пренебрежем влиянием диссипативных сил.

Структурная схема, построенная на основании рис. 2.7 с учетом этих допущений, приведена на рис. 2.17. Если применяется пропорциональный регулятор скорости с $\overline{W}_{р.с}(p) = \overline{k}_{р.с}$, то после введения переменной $p_* = p/\omega_0$, где ω_0 — среднегеометрический корень (СГК), передаточные функции, характеризующие изменение скорости двигателя и исполнительного вала при управляющем воздействии (без учета показанных штриховыми линиями связей), запишутся в виде:

$$\left.\begin{aligned} \overline{W}_{\omega 1з}(p_*) &= \frac{\Delta\overline{\omega}_1(p_*)}{\Delta\overline{u}_у(p_*)} = \frac{\gamma\tau_у^2 p_*^2 + 1}{p_*^3 + a_1 p_*^2 + a_2 p_* + 1}; \\ \overline{W}_{\omega 2з}(p_*) &= \frac{\Delta\overline{\omega}_2(p_*)}{\Delta\overline{u}_у(p_*)} = \frac{1}{p_*^3 + a_1 p_*^2 + a_2 p_* + 1}, \end{aligned}\right\} \qquad (2.28)$$

где при $\omega_0 = [\overline{k}_{р.с}/(T_м T_у^2)]^{1/3}$ имеем

$$a_1 = \gamma\left(\frac{T_м}{T_у \overline{k}_{р.\,с}}\right)^{-1/3}; \quad a_2 = \left(\frac{T_м}{T_у \overline{k}_{р.\,с}}\right)^{1/3}. \qquad (2.29)$$

Очевидно, что

$$a_1 a_2 = \gamma. \qquad (2.30)$$

Единственной величиной, которая может варьироваться в процессе настройки такой системы, является коэффициент регулятора скорости. Оценивая возможность настройки, удобно воспользо-

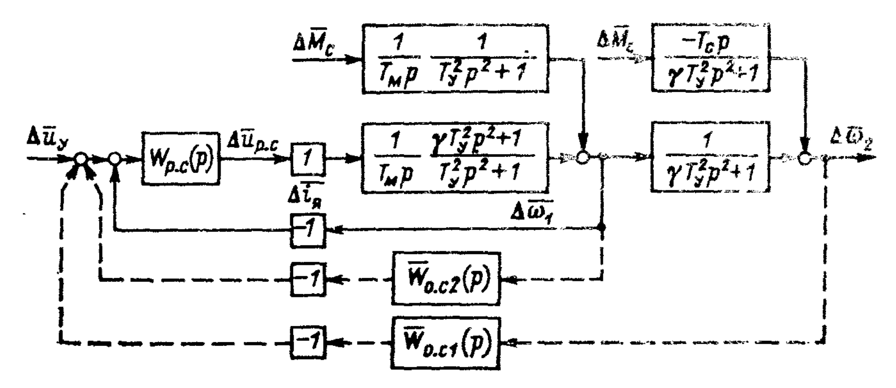


Рис. 2.17. Упрощенная структурная схема системы управления скоростью и введение в нее дополнительных связей

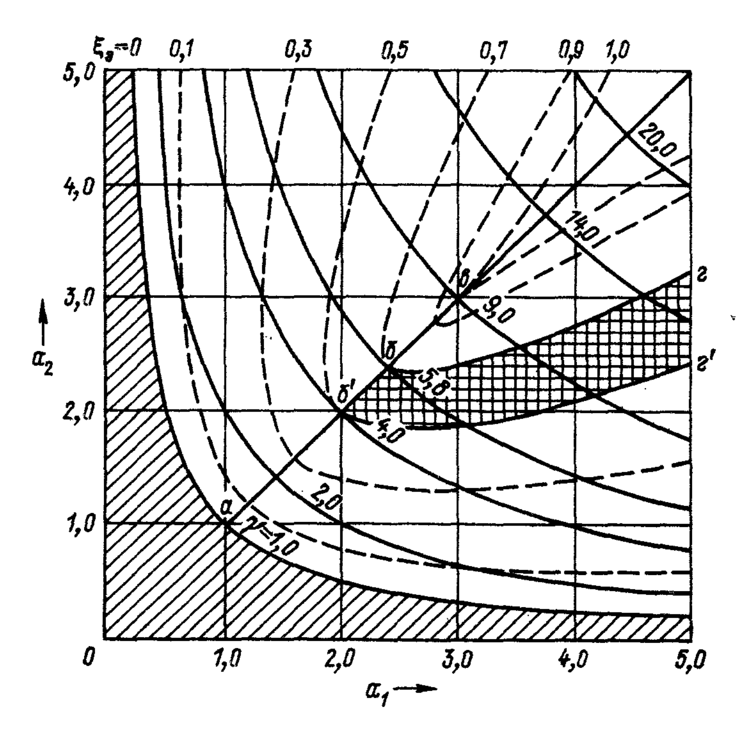


Рис. 2.18. К выбору параметров регулятора скорости и обратных связей

ваться известной диаграммой Вышнеградского [10]. При заданных параметрах объекта изменение $\bar{k}_{р.с}$ будет приводить к тому, что рабочая точка будет перемещаться по характеристической кривой в виде равнобочной гиперболы, положение которой на диаграмме определяется коэффициентом соотношения масс γ (рис. 2.18), причем увеличение $\bar{k}_{р.с}$ перемещает рабочую точку в область бо́льших значений a_1 и меньших значений a_2.

При $\gamma = 1$ характеристическая кривая $a_1 a_2 = 1$ совпадает с границей колебательной устойчивости. Это указывает на то, что независимо от выбора $\bar{k}_{р.с}$ автоматизированный электропривод не будет демпфировать колебания исполнительного вала, частота которых равна $(\sqrt{\gamma}\, T_у)^{-1} = T_у^{-1}$, а амплитуда тем больше, чем больше $\bar{k}_{р.с}$. Демпфирующая способность автоматизированного электропривода независимо от значения $\bar{k}_{р.с}$ будет оставаться незначительной и при $\gamma = 1{,}1 \div 1{,}2$.

Однако уже при $\gamma > 2{,}0 \div 2{,}5$ существует принципиальная возможность сделать плавным движение исполнительного органа в результате выбора $\bar{k}_{р.с}$. При $\gamma < 9$ независимо от выбора $\bar{k}_{р.с}$ характеристический полином третьего порядка имеет один вещест-

венный и два комплексно-сопряженных корня, благодаря чему передаточная функция $\overline{W}_{\omega 2з}\ (p_*)$ может быть представлена в виде

$$W_{\omega 2з}(p_*) = \frac{\Delta\overline{\omega}_2(p_*)}{\Delta\overline{u}_у(p_*)} = \frac{1}{(\tau_1 p_* + 1)(\tau_2^2 p_*^2 + 2\xi_э \tau_2 p_* + 1)}.$$

Штриховые линии равного значения $\xi_э = \text{const}$ нанесены на диаграмму рис. 2.18.

Требуемое значение коэффициента регулятора скорости определяется на основании выражений (2.29) и (2.30) как

$$\overline{k}_{р.\ с} = \left(\frac{a_1}{\gamma}\right)^{3/2} \frac{T_м}{T_у} = \left(\frac{1}{a_2}\right)^{3/2} \frac{T_м}{T_у}, \tag{2.31}$$

с учетом чего

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{\gamma}\, T_у} = \frac{1}{\sqrt{a_2}\, T_у}. \tag{2.32}$$

При данном γ наибольшему из возможных значению $\xi_э$ соответствует выбор такого значения $\overline{k}_{р.с}$, при котором $a_1 = a_2 = \sqrt{\gamma}$.

Как следует из выражений (2.31), выполнение этого равенства приводит к необходимости выбирать коэффициент усиления регулятора скорости в соответствии с формулой

$$\overline{k}_{р.\ с} = \overline{k}_{р.\ с0} = T_м/(T_у \gamma^{3/4}). \tag{2.33}$$

Реакция на скачок управляющего воздействия при таком выборе показана на рис. 2.19 при $\gamma = 1 \div 4$ сплошными, а при $\gamma =$

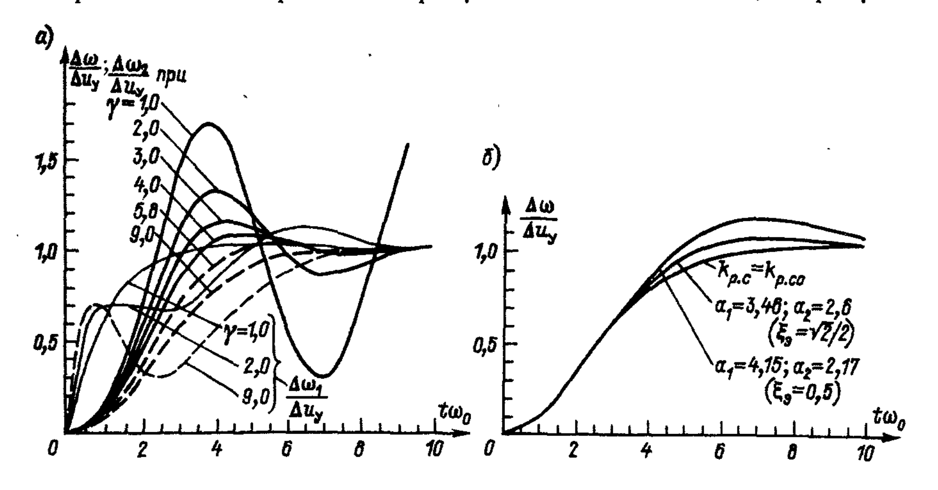


Рис. 2.19. Реакция на скачок управляющего воздействия: *а* — при выборе $\overline{k}_{р.с} = \overline{k}_{р.с0}$ и разных значениях γ; *б* — при $\gamma = 9$ и разных $\overline{k}_{р.с}$.

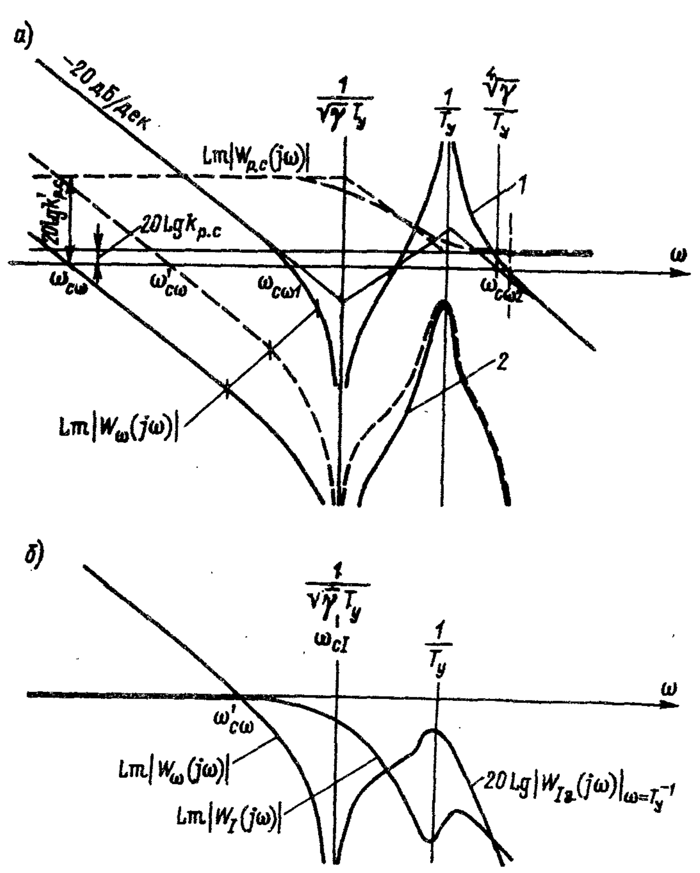


Рис. 2.20. Логарифмические амплитудные частотные характеристики регулятора скорости и контура скорости (*а*), возможность увеличения частоты среза ЛАЧХ контура скорости в результате влияния упругости на контур тока (*б*)

$= 5{,}8$ и 9 — штриховыми линиями. Реальная длительность процессов определяется значением среднегеометрического корня $\omega_0 = 1/(\gamma^{1/4}T_у)$, которое получается после подстановки значения $\bar{k}_{р.с} = \bar{k}_{р.с0}$ в выражение для ω_0. Видно, что уже при $\gamma = 2$ колебания скорости исполнительной оси существенно демпфируются электроприводом. При $\gamma = 4$ ($a_1 = a_2 = 2$) переходный процесс соответствует стандартному распределению корней по Баттерворту ($\xi_э = 0{,}5$), однако в отличие от рассмотренного в § 2.3 случая замыкания системы по вектору состояния механизма, значение ω_0 здесь жестко фиксировано.

При $\gamma = 9$ ($a_1 = a_2 = 3$) все три корня полинома знаменателя равны между собой, что соответствует биномиальному распределе-

нию [58]. При $\gamma = 5{,}8$ ($a_1 = a_2 = 2{,}41$) коэффициент демпфирования колебательного звена равен $\xi_э = \sqrt{2}/2$. Вид ЛАЧХ разомкнутой системы при выборе $\bar{k}_{р.с} = \bar{k}_{р.со}$ и $T_{\mu э} = 0$ показан на рис. 2.20, *а* (кривая *1*).

При значениях γ, превышающих $\gamma = 4 \div 5{,}8$, и $T_{\mu э} = 0$ можно рекомендовать выбирать $\bar{k}_{р.с}$ так, чтобы коэффициент демпфирования составлял $\xi_э = 0{,}5 \div \sqrt{2}/2$. Этого можно достичь и при уменьшении $\bar{k}_{р.с}$ по сравнению с $\bar{k}_{р.со}$ ($a_1 < a_2$) и при увеличении его ($a_1 > a_2$). В этом случае переходный процесс будет более длительным, чем при $\bar{k}_{р.с} = \bar{k}_{р.со}$. Поэтому практический интерес представляет второй случай, когда рабочая точка выбирается в заштрихованной зоне между линиями *бг* и *б'г'* на рис. 2.18. Зная γ и выбрав желаемое значение $\xi_э$, можно определить a_1 и a_2 на пересечении линий $\xi_э = \mathrm{const}$ и $\gamma = \mathrm{const}$, а на основании одного из выражений (2.29) определить требуемое значение $\bar{k}_{р.с}$. При таком выборе $\bar{k}_{р.с}$ чем выше γ, тем ближе переходная характеристика $\Delta\bar{\omega}_2/\Delta\bar{u}_у$ к кривой второго порядка при коэффициенте демпфирования $\xi_э$. На рис. 2.19, *б* приведены переходные характеристики при $\gamma = 9$ и различных способах выбора $\bar{k}_{р.с}$. При $\bar{k}_{р.с} = \bar{k}_{р.со}$ (характеристика перенесена с рис. 2.19, *а*) процесс имеет монотонный характер. Переход к значениям $\bar{k}_{р.с}$, соответствующим $\xi_э = \sqrt{2}/2$ и $\xi_э = 0{,}5$, приводит к появлению перерегулирования. Эффект увеличения быстродействия при выборе $\bar{k}_{р.с}$, соответствующего расположению рабочих точек на линиях *бг* и *б'г'*, становится очевидным после сравнения рассчитанных по формуле (2.32) значений среднегеометрического корня: при $\bar{k}_{р.с} = \bar{k}_{р.со}$ ($a_1 = a_2 = 3$), $\omega_0 = 0{,}58/T_у$; при $\xi_э = \sqrt{2}/2$ ($a_1 = 3{,}45$; $a_2 = 2{,}6$), $\omega_0 = 0{,}62/T_у$; при $\xi_э = 0{,}5$ ($a_1 = 4{,}1$; $a_2 = 2{,}6$) $\omega_0 = 0{,}675/T_у$.

Практическая возможность реализации описанных настроек зависит от справедливости предположения о том, что малые постоянные времени в контуре скорости реально малы. Если при выборе коэффициента регулятора скорости равным $\bar{k}_{р.со}$, суммарная малая постоянная времени контура скорости будет

$$T_{\mu э} \leqslant 0{,}5 T_у/\sqrt[4]{\gamma}, \tag{2.34}$$

т. е. соответствующая ей частота будет хотя бы в два раза больше, чем частота $\sqrt[4]{\gamma}/T_у$ (рис. 2.20, *а*), то запас по фазе при частоте среза $\omega_{с\omega 2}$ будет составлять 50—60° и замыкание системы при $\bar{k}_{р.с} = \bar{k}_{р.со}$ будет возможно без значительного увеличения колебательности контура скорости.

Поскольку в жесткой системе со стандартной настройкой быстродействие определяется значением $T_{\mu э}$, а в системе с упругостью зависит от $T_у$, необходимость выполнения неравенства (2.34) ука-

зывает на то, что при реализации рассматриваемой настройки быстродействие упругой системы по сравнению с быстродействием жесткой системы будет тем хуже, чем больше γ.

При выборе рабочей точки на кривой *бг* или *б'г'* ЛАЧХ $\mathrm{Lm}\,|\overline{W}_\omega(j\omega)|$ пойдет выше характеристики, соответствующей $\overline{k}_{р.с} = \overline{k}_{р.с0}$, частота $\omega_{c\omega 2}$ возрастает и требования к допустимому значению $T_{\mu э}$ будут более жесткими.

Если реализовать рассмотренные настройки невозможно из-за большого значения малой постоянной времени, то коэффициент усиления регулятора скорости снижают так, чтобы резонансный всплеск ЛАЧХ при частоте $1/T_у$ лежал ниже оси частот (кривая 2 на рис. 2.20, *а*). При рассмотрении этого случая нельзя пренебрегать механическим демпфированием. Быстродействие системы будет определяться частотой среза $\omega_{c\omega}$, которая значительно ниже частоты $\omega_{c\omega 1}$ и среднегеометрического значения корня ω_0, определяющего быстродействие системы при $T_{\mu э} = 0$.

Таким образом, характер влияния упругости на работу унифицированной системы управления скоростью в значительной степени зависит от значения коэффициента соотношения масс. При близких к единице значениях γ влияние упругости проявляется в сильно колебательном движении ИО при сохраняющейся возможности настраивать контур скорости так же, как в жесткой системе. В другом крайнем случае, когда коэффициент γ велик, основные затруднения связаны с устойчивостью контура скорости двигателя при обеспечении удовлетворительного быстродействия, так как при значительных коэффициентах соотношения масс частота $T_у^{-1}$ может оказаться соизмеримой с малой постоянной времени контура скорости.

2.5. Введение последовательной или параллельной коррекции в контур скорости системы подчиненного регулирования

Дополнительная коррекция системы подчиненного регулирования, необходимость которой вызывается влиянием упругой связи двигателя с исполнительным органом, может осуществляться в результате использования последовательных или параллельных корректирующих средств.

При значениях γ, бо́льших 10—20, быстродействие системы может быть повышено по сравнению со случаем, соответствующим характеристике *2* на рис. 2.20, *а* в результате применения регулятора скорости с передаточной функцией

$$\overline{W}_{р.с}(p) = \overline{k}'_{р.с}\frac{T_{р2}p+1}{T_{р1}p+1},$$

высокочастотная часть ЛАЧХ которого проходит на высоте $20\lg\overline{k}_{р.с}$,

где значение $\overline{k}_{\text{р.с}}$ соответствует характеристике *2* на рис. 2.20, *а*. Там же показана характеристика $\text{Lm}\,|\overline{W}_{\text{р.с}}(j\omega)|$ при $T_{\text{р1}} = \sqrt{\gamma}\ T_{\text{у}}$ и $T_{\text{р2}} = T_{\text{у}}$. Быстродействие в этом случае определяется частотой среза $\omega_{\text{с}\omega}$ и повышается примерно в γ раз по сравнению со случаем, когда используется пропорциональный регулятор скорости.

Другим распространенным способом коррекции систем с большим значением γ является использование полоснозадерживающего фильтра, настроенного на частоту $T_{\text{у}}^{-1}$ и включенного на выход регулятора скорости [43]. С его помощью может быть подавлен резонансный всплеск ЛАЧХ, что также позволяет повысить частоту среза системы по сравнению со значением $\omega_{\text{с}\omega}$. Недостатком такого решения является необходимость острой настройки фильтра и высокая чувствительность системы к изменению параметров объекта. Устранения его добиваются применением фильтров с самонастройкой.

Выше предполагалось, что в зоне частоты $T_{\text{у}}^{-1}$, вследствие высокого быстродействия и отсутствия влияния обратной связи по ЭДС двигателя, амплитуда частотной характеристики замкнутого контура тока равна единице. Если на самом деле быстродействие токового контура ограничено и в результате действия обратной связи по ЭДС ЛАЧХ замкнутого контура тока имеет на этой частоте провал, то это также может позволить увеличить частоту среза контура скорости по сравнению с $\omega_{\text{с}\omega}$. Следует, однако, иметь в виду, что снижение быстродействия контура тока может ухудшить отработку основного для токового контура возмущения — изменения напряжения сети, а также снизить качество ограничения якорного тока.

При значениях $\gamma \approx 1$ добиться эффективного демпфирования колебаний скорости исполнительного органа в результате выбора структуры и параметров регулятора скорости невозможно и последовательная коррекция может быть применена во внешнем контуре положения. При построении следящей системы, замкнутой по положению ИО, в контуре положения оказывается включенным звено $1/(\gamma T_{\text{у}}^2 p^2 + 1)$ (см. рис. 2.17). Быстродействие контура положения можно повысить, подавив резонансный всплеск ЛАЧХ объекта на частоте $1/(\sqrt{\gamma}T_{\text{у}})$, путем придания определенных динамических свойств регулятору положения.

Наиболее эффективные способы коррекции систем с близким к единице коэффициентом соотношения масс состоят в применении тех или иных дополнительных корректирующих связей по скорости механизма. Один из них заключается во введении на вход системы сигнала по производной от скорости исполнительного органа. Чтобы оценить принципиальные возможности рассматриваемого способа коррекции, обратимся снова к системе без малых постоянных времени, считая, что осуществляется идеальное дифференци-

рование. Если положить в схеме на рис. 2.17 $\overline{W}_{\text{о.с}1}(p) = T_{\text{о.с }1}p$, $\overline{W}_{\text{о.с }2}(p) = 0$, то можно получить

$$\overline{W}_{\omega 2 з}(p) = \frac{\Delta\overline{\omega}_2(p)}{\Delta\overline{u}_{\text{у}}(p)} = \frac{1}{\frac{T_{\text{м}}T_{\text{у}}^2}{\overline{k}_{\text{р. с}}}p^3 + \gamma T_{\text{у}}^2 p^2 + \left(\frac{T_{\text{м}}}{\overline{k}_{\text{р. с}}} + T_{\text{о. с}1}\right)p + 1}. \tag{2.35}$$

Приведение к нормированному виду (2.28) производится при

$$a_1 = \gamma\sqrt[3]{\left(\frac{T_{\text{у}}}{T_{\text{м}}}\overline{k}_{\text{р. с}}\right)^2}; \quad a_2 = \left(1 + \overline{k}_{\text{р. с}}\frac{T_{\text{о. с}1}}{T_{\text{м}}}\right)\sqrt[3]{\left(\frac{T_{\text{м}}}{T_{\text{у}}\overline{k}_{\text{р. с}}}\right)^2},$$

откуда

$$a_1 a_2 = \gamma\left[1 + \overline{k}_{\text{р. с}}(T_{\text{о. с}1}/T_{\text{м}})\right].$$

Сравнивая это выражение с (2.30), можно сделать вывод, что введение обратной связи по производной от скорости исполнительного органа приводит к эффекту, эквивалентному увеличеиию коэффицнеита соотношения масс. Следовательно, в системе без малых постоянных времени при небольших значениях γ можно, вводя обратную связь по производной от скорости ИО, получить плавные переходные процессы и, в частности переходный процесс по управлению, соответствующий распределению корней характеристического уравнения по Баттерворту.

Для получения в системе нормированной передаточной функции $\overline{W}_{\omega 2 з}(p_*)$ вида (2.28) при $a_1 = a_2 = 2$ необходимо выполнение равенств:

$$\omega_0^3 = \overline{k}_{\text{р. с}}/(T_{\text{м}}T_{\text{у}}^2); \quad \gamma T_{\text{у}}^2\omega_0^2 = 2; \left(\frac{T_{\text{м}}}{\overline{k}_{\text{р. с}}} + T_{\text{о. с}1}\right)\omega_0 = 2,$$

откуда при $\gamma < 4$ коэффициент регулятора скорости и постоянная времеии обратной связи по производной получаются в виде:

$$\overline{k}_{\text{р. с}} = \sqrt{\left(\frac{2}{\gamma}\right)^3}\frac{T_{\text{м}}}{T_{\text{у}}}; \quad T_{\text{о. с}1} = \frac{\sqrt{\gamma}\,T_{\text{у}}}{2\sqrt{2}}(4-\gamma). \tag{2.36}$$

Изменение скорости ω_2 при скачке управления соответствует переходной характеристике для $\gamma = 4$ на рис. 2.19, *а*. Реальная длительность переходного процесса определяется значением СГК

$$\omega_0 = \sqrt{2}/(\sqrt{\gamma}\,T_{\text{у}}). \tag{2.37}$$

Оценить возможность введения такой обратной связи при $T_{\mu э} \neq 0$ можно в результате рассмотрения передаточной функции разомкнутой системы:

$$W(p) = \frac{\overline{k}_{\text{р. с}}}{T_{\text{м}}p\left(T_{\text{у}}^2p^2 + 1\right)}\,\frac{\gamma T_{\text{у}}^2p^2 + T_{\text{о. с}}p + 1}{0{,}5T_{\mu э}^2p^2 + T_{\mu э}p + 1}.$$

Подстановка в эту формулу выражений для $\bar{k}_{р.с}$ и $T_{о.с\ 1}$ при $T_{\mu э} = 0$ и построение соответствующих ЛЧХ позволяет убедиться в том, что при отсутствии малых постоянных времени частота среза характеристик разомкнутой системы лежит в пределах от $3/T_у$ при $\gamma = 1$ до $1{,}8/T_у$ при $\gamma = 4$. Наименьший запас по фазе при $\gamma = 1$ составляет 69°. Достаточный, около 50°, запас по фазе в реальиой системе будет обеспечен при

$$T_{\mu э} \leqslant (0{,}15 \div 0{,}35)\, T_у, \tag{2.38}$$

причем меньшее значение относится к системе $\gamma = 1$, а большее — к системе с $\gamma \approx 4$.

Положительный эффект может быть получен и при введении на вход регулятора скорости сигнала по второй производной от скорости исполнительного вала. Однако двукратное дифференцирование обычно трудно выполнить из-за наличия пульсаций напряжения на выходе измерителя скорости. В отношении качества переходного процесса по управлению тот же результат может быть получен, если на вход регулятора скорости ввести сигнал, пропорциональный разности скорости двигателя и приведенной к двигателю скоростн исполнительного вала, т. е. принять в схеме на рис. 2.17 $\bar{W}_{о.с1}(p) = -\bar{W}_{о.с\ 2}(p) = \bar{k}_{о.с}$. Передаточная функция по управлению имеет в этом случае вид

$$\bar{W}_{\omega 2з}(p) = \frac{1}{\dfrac{T_м T_у^2}{\bar{k}_{р.\ с}}\, p^3 + \gamma T_у^2 \left(1 + \bar{k}_{о.\ с}\right) p^2 + \dfrac{T_м}{\bar{k}_{р.с}}\, p + 1}.$$

Можио показать, что коэффициент передачи регулятора скорости и коэффициент обратной связи при $\gamma < 4$ надо выбрать в соответствии с выражениями:

$$\bar{k}_{р.\ с} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\, \frac{T_м}{T_у}; \quad \bar{k}_{о.\ с} = (4 - \gamma)/\gamma. \tag{2.39}$$

Значение среднегеометрического корня равно

$$\omega_0 = (\sqrt{2}\ T_у)^{-1}, \tag{2.40}$$

благодаря чему при том же характере переходной функции по управлению длительность процесса будет в $2\sqrt{\gamma}$ раз больше, чем при введении обратной связи по производной от ω_2. Вне зависимости от значения γ допустимое значение эквивалентной малой постоянной времени, определенной из тех же условий, что и при введении сигнала по производной от ω_2, составляет

$$T_{\mu э} \leqslant 0{,}35 T_у. \tag{2.41}$$

Система подчиненного регулирования с введением дополнительных обратных связей по производной от скорости ИО или по раз-

ности скоростей двигателя и ИО может рассматриваться как частный случай системы управления скоростью при замыкании по вектору состояния механизма. Можно сравнить их в отношении возможности получения высокого быстродействия.

При введении связи по производной относительное значение постоянной времени упругости определяется по формуле (2.37) как $\tau_у = \sqrt{2/\gamma}$. Разным значениям γ от 1 до 4 при $T_{\mu э}/T_у \to 0$ соответствуют точки участка *ед* оси ординат графика на рис. 2.13 и каждому из них соответствует определенное быстродействие, характеризуемое среднегеометрическим корнем $\omega_0 = \sqrt{2}/(\sqrt{\gamma}\, T_у)$. Предельно допустимое значение эквивалентной малой постоянной времени определяется в соответствии с неравенством (2.38) и характеризуется на рис. 2.13 кривой *е'д'*.

Система с введением сигнала по разности скоростей вне зависимости от значения γ характеризуется точкой *д*, что очевидно из выражения (2.40), которое может быть записано в виде $\tau_у = 1/\sqrt{2}$. На основании формулы (2.41) максимально допустимое значение $T_{\mu э}$ определяется как $T_{\mu э} = 0{,}35\ T_у$, чему соответствует точка *д'*.

Расположение характеризующих точек на рис. 2.13 позволяет оценить возможности системы, замкнутой по вектору состояния механизма, в сравнении с унифицированной системой с дополнительными связями. Так, в первой из них при $\gamma = 1$ и $T_{\mu э}/T_у \to 0$ предельное быстродействие характеризуется значением $\tau_{у.пред} = 1{,}8$, в то время как во второй $\tau_у = \sqrt{2}/2$, причем в первом случае значение СГК, равное $\omega_0 = 1{,}8\ T_у$, может быть реализовано при $T_{\mu э}/T_у \leqslant 2{,}5$, а во втором — при меньшем значении $\omega_0 = \sqrt{2}/T_у$ должно выполняться более жесткое условие $T_{\mu э}/T_у \leqslant 0{,}15$.

Еще более явно преимущество системы, замкнутой по вектору состояния механизма, проявляется в сравнении с системой, в которую вводится сигнал разности скоростей. При малых значениях $T_{\mu э}/T_у$ быстродействие ее оказывается выше в $1{,}8/0{,}7 \approx 2{,}6$ раза, а при предельно допустимом для системы с введением разности скоростей значении $T_{\mu э}/T_у = 0{,}35$ — примерно в 1,8 раза. С другой стороны, соответствующее системе с разностью скоростей быстродействие в системе, замкнутой по вектору состояния механизма, может быть получено при большем в 2,3 раза значении эквивалентной малой постоянной времени.

2.6. Двухмассовая электромеханическая система, замкнутая через наблюдатель

Улучшение качества управления в результате увеличения объема информации о координатах объекта часто оказывается связанным с необходимостью восстанавливать неизмеряемые координаты с помощью наблюдающего устройства (наблюдателя) [51, 58].

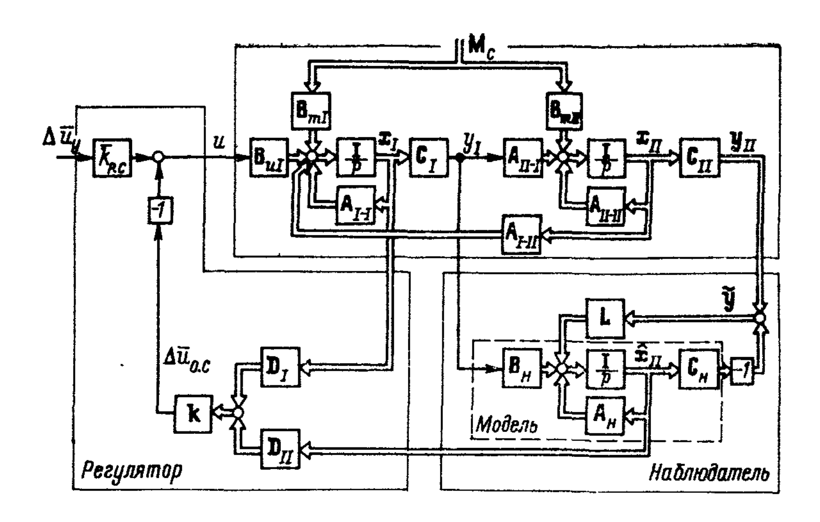


Рис. 2.21. Матричная структурная схема системы, замкнутой через наблюдатель

При этом может оказаться целесообразным восстанавливать лишь часть неизмеряемых координат объекта, в состав которого может входить наряду с силовой частью электропривода и механизмом и часть контуров регулирования, например замкнутый контур регулирования тока якоря.

На рис. 2.21 показан тот же объект, что и на рис. 2.10, *б*, но под $\mathbf{x}_{\rm I}$ понимается вектор, компонентами которого являются координаты объекта, не подлежащие восстановлеиию, а под $\mathbf{x}_{\rm II}$ — вектор, компоненты которого должны быть восстановлены наблюдателем. С помощью матрицы $\mathbf{C}_{\rm I}$ из вектора $\mathbf{x}_{\rm I}$ формируется координата $y_{\rm I}$, связывающая восстанавливаемую и невосстанавливаемую части системы и используемая в качестве управления для наблюдателя. В результате объект описывается матричным уравнением (2.18), в котором последнее слагаемое записывается как $\mathbf{B}_m\mathbf{M}_c$ при

$$\mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{m\rm I} & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_{m\rm II} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} \Delta\overline{M}_{c1} \\ \Delta\overline{M}_{c2} \end{bmatrix},$$

так как для общности предполагается, что возмущение может действовать и на ту и на другую часть системы. Скалярный входной сигнал управления u предполагается действующим на невосстанавливаемую часть системы. Модель, положенная в основу наблюдателя, полного по отношению к восстанавливаемой части объекта порядка, должна соответствовать уравнению

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{\rm II} = \mathbf{A}_н\hat{\mathbf{x}}_{\rm II} + \mathbf{B}_н y_{\rm I},$$

где в отличие от математического описаиия объекта используется не реальный вектор состояния $\mathbf{x}_{II}$, а вектор состояния модели $\hat{\mathbf{x}}_{II}$. На входы модели вводятся сигналы ошибок воспроизведения тех переменных восстанавливаемой части $\mathbf{y}_{II}$, которые доступны измерению. Вектор ошибок восстановления $\mathbf{y} = \mathbf{y}_{II} - \hat{\mathbf{y}}_{II}$ вводится через матрицу коэффициентов наблюдателя

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & \dots & l_{1r} \\ l_{21} & l_{22} & \dots & l_{rr} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ l_{m1} & l_{m2} & \dots & l_{mr} \end{bmatrix}$$

размером $m \times r$, где m — число входов наблюдателя, на которые вводятся ошибки, равное порядку уравнения восстанавливаемой частн объекта; r — число измеряемых переменных восстанавливаемой части.

Если считать, что все внешние воздействия приложены к невосстанавливаемой части объекта ($\Delta\overline{M}_{c2} = 0$), то для восстанавливаемой части и наблюдателя могут быть записаны уравнения:

$$\dot{\mathbf{x}}_{II} = \mathbf{A}_{II\text{-}I}\mathbf{C}_I\mathbf{x}_I + \mathbf{A}_{II\text{-}II}\mathbf{x}_{II};$$

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{II} = \mathbf{B}_н\mathbf{C}_I\mathbf{x}_I + \mathbf{A}_н\hat{\mathbf{x}}_{II} + \mathbf{L}\left(\mathbf{C}_{II}\mathbf{x}_{II} - \mathbf{C}_н\hat{\mathbf{x}}_{II}\right).$$

Для обеспечения равенства $\hat{\mathbf{x}}_{II} = \mathbf{x}_{II}$ иеобходимо принять

$$\mathbf{A}_н = \mathbf{A}_{II\text{-}II}; \quad \mathbf{B}_н = \mathbf{A}_{II\text{-}I}; \quad \mathbf{C}_н = \mathbf{C}_{II}. \qquad (2.42)$$

Тогда замыкание системы по вектору $\mathbf{D}_I\mathbf{x} + \mathbf{D}_{II}\hat{\mathbf{x}}_{II}$ равносильно замыкаиию по вектору $\mathbf{x} = \mathbf{D}_I\mathbf{x}_I + \mathbf{D}_{II}\mathbf{x}_{II}$, что обеспечивает разделение корней замкнутой системы на корни системы объект — регулятор, распределение которых может быть выбрано в предположении непосредственного измерения вектора $\mathbf{x}_{II}$. Собственная динамика наблюдателя, определяемая выбором элементов матрицы $\mathbf{L}$, входящей в характеристический полином наблюдателя

$$H_н(p) = \det\left[p\mathbf{I} - (\mathbf{A}_н - \mathbf{L}\mathbf{C}_н)\right] = \det\left[p\mathbf{I} - (\mathbf{A}_{II\text{-}II} - \mathbf{L}\mathbf{C}_{II})\right], \qquad (2.43)$$

не влияет на вид переходных процессов при управлении и возмущении.

Применительно к упругой двухмассовой электромехаиической системе рассмотренным структурным схемам могут соответствовать различные реализации наблюдателей, зависящие от выбора координаты, используемой в качестве сигнала управления, возможностей измерения координат объекта и значений элементов матрицы коэффициентов наблюдателя.

Наблюдатель, управляемый током якоря с выделением ошибки по скорости двигателя. Если в объекте на рис. 2.10, *а* существует

возможность измерять только ток якоря двигателя и его скорость, то для восстановления вектора состояния механизма col $[\overline{\omega}_1 \overline{M}_{21} \overline{\omega}_2]$ может быть построен наблюдатель, для которого ток является сигналом управления ($y = \Delta\overline{i}_я$), а ошибка восстановления определяется по скорости двигателя $y_{II} = \omega_1 - \widehat{\omega}_1$, где $\widehat{\omega}_1$ — восстановленная скорость двигателя. По-прежнему полагая, что условия пренебрежения обратной связью по ЭДС двигателя выполняются и токовый контур можно приближенно считать звеном, настроенным на оптимум по модулю, надо рассматривать объект с вектором состояния

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_I \\ \dots \\ \mathbf{x}_{II} \end{bmatrix} = \text{col}\,[x_1 x_2 \,\vdots\, x_3 x_4 x_5],$$

где x_1 — выход первого интегратора в звене второго порядка, аппроксимирующем контур тока, не имеет физического смысла; $x_2 = \Delta\overline{i}_я$; $x_3 = \Delta\overline{\omega}_1$; $x_4 = \Delta\overline{M}_{21}$; $x_5 = \Delta\overline{\omega}_2$. Матрицы элементов структурной схемы на рис. 2.21 для этого случая приведены в описании формулы (2.18). Кроме того, $\mathbf{C}_{II} = [1\ 0\ 0]$, матрица $\mathbf{D}_I$ размером 5×2 — нулевая, $\mathbf{D}_{II}$ — имеет вид

$$\mathbf{D}_{II} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{т},$$

а матрица регулятора есть $\mathbf{k} = [0 0 \overline{k}_1 \overline{k}_2 \overline{k}_3]$.

Структура замкнутой через наблюдатель системы показана на рис. 2.22 (канал, изображенный штриховой линией, пока не рассматривается). Поскольку ошибка восстановления представляет собой скаляр, матрица коэффициентов наблюдателя имеет вид $\mathbf{L} = \text{col}\,[l_{11} l_{21} l_{31}]$. Тогда

$$p\mathbf{I} - (\mathbf{A}_{II\text{-}II} - \mathbf{L}\mathbf{C}_{II}) = \begin{bmatrix} p + l_{11} & \dfrac{1}{T_{м1}} & 0 \\ l_{21} - \dfrac{1}{T_c} & p & \dfrac{1}{T_c} \\ l_{31} & -\dfrac{1}{T_{м2}} & p \end{bmatrix}$$

и характеристический полином (2.43) записывается как

$$H_н(p) = p^3 + l_{11}p^2 + \left(\frac{1}{T_у^2} - \frac{l_{21}}{T_{м1}}\right)p + \frac{1}{T_c}\left(\frac{l_{11}}{T_{м2}} - \frac{l_{31}}{T_{м1}}\right) = 0,$$

где $T_у$ определяется формулой (2.8).

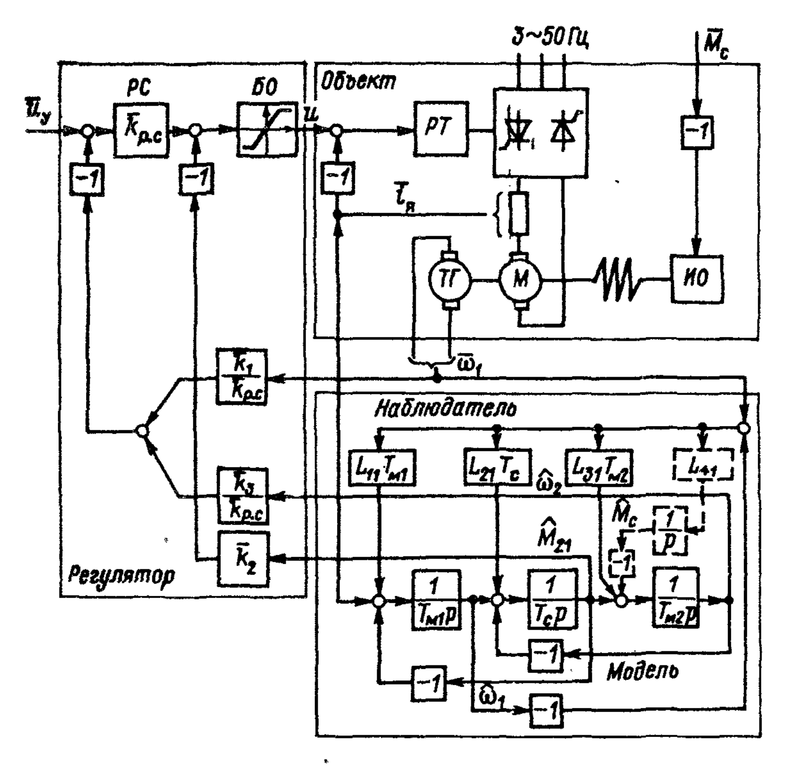


Рис. 2.22. Система, замкнутая через наблюдатель, управляемый током якоря

Выбирая стандартный полином, например, полином, соответствующий распределению Баттерворта

$$H_н^0(p) = p^3 + 2\omega_{0н}p^2 + 2\omega_{0н}^2 p + \omega_{0н}^3$$

и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях p, можно получить выражения для коэффициентов наблюдателя:

$$\left. \begin{aligned} & l_{11} = 2\omega_{0н}; \quad l_{21} = T_{м1}\left(\frac{1}{T_у^2} - 2\omega_{0н}^2\right); \\ & l_{31} = 2\,\frac{T_{м1}}{T_{м2}}\,\omega_{0н}\left(\omega_{0н}^2\gamma T_у^2 - 1\right), \end{aligned} \right\} \qquad (2.44)$$

где $\omega_{0н}$ — среднегеометрический корень, значение которого целесообразно выбрать так, чтобы быстродействие наблюдателя было выше быстродействия системы, замыкаемой через наблюдатель.

Коэффициенты наблюдателя имеют размерность частоты. На рис. 2.22 в отличие от рис. 2.21 интеграторы модели имеют постоянные времени $T_{м1}$; T_c; $T_{м2}$. Поэтому коэффициенты подаваемых иа

интеграторы связей наблюдателя представляют собой произведения соответствующих коэффициентов и постоянных времени. Как было сказано выше, коэффициенты регулятора $\bar{k}_1$; $\bar{k}_2$ и $\bar{k}_3$ могут выбираться так же, как при замыкании по непосредственно измеренным скоростям двигателя и ИО и упругому моменту, в частности, по формулам (2.24), а если предусматривается введение интегратора в закон регулирования, то по формулам (2.27).

Поскольку скорость двигателя измеряется непосредственно, на рис. 2.22 обратная связь с коэффициентом $\bar{k}_1$ введена как связь по напряжению тахогенератора. Отметим, что при ограничении входного сигнала на регуляторе тока в результате ограничения выходного напряжения блока ограничения *БО*, действие обратных связей прекращается и вследствие наличия упругости могут возникнуть колебания скорости двигателя и исполнительного органа. Такой режим в процессе нормальной эксплуатации нужно исключить. Это может быть достигнуто при использовании задатчика интенсивности на входе системы.

Описанный наблюдатель не обеспечивает точного воспроизведения вектора $\mathbf{x}_{II}$, если на объект действует возмущение $\Delta\bar{M}_c$. Существуют способы построения наблюдателей, использование которых позволяет получить точную оценку вектора состояния и в этом случае. Для этого необходимо, чтобы возмущающее воздействие могло быть идентифицировано и описано системой дифференциальных уравнений. Однако в большинстве случаев возмущение имеет произвольный характер и его математическое описание неизвестно. Тогда может быть поставлена задача точного восстановления координат лишь в установившемся режиме, когда $\bar{M}_c = \text{const}$, т. е. $\Delta\bar{M}_c = 0$. В переходных же процессах, связанных с изменением нагрузки, наблюдатель будет восстанавливать координаты системы и момент с ошибкой. Но и в этом случае наблюдатель будет восстанавливать вектор состояния с меньшей погрешностью. Связь, с помощью которой осуществляется восстановление $\bar{M}_c$ в статике, показана на рис. 2.22 штриховой линией. Восстановление $\bar{M}_c$ осуществляется в результате интегрирования ошибки восстановления скорости двигателя при действии момента нагрузки на ИО.

В этом случае рассматривается расширенный объект, порядок которого повышается на единицу, так как момент нагрузки рассматривается как одна из координат $x_6 = \Delta\bar{M}_c$ при $\dot{x}_6 = 0$. Для такого объекта на основании (2.18) можно записать

$$\dot{\mathbf{x}}_{II} = \mathbf{A}_{II-I}\mathbf{C}_I\mathbf{x}_I + \mathbf{A}_{II-II}\mathbf{x}_{II} + \mathbf{B}_{uI}u,$$

где

$$\mathbf{A}_{II-I}\mathbf{C}_I\mathbf{x}_I = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{м1}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^т \Delta\bar{i}_я;$$

$$\mathbf{A}_{\text{II-II}} = \begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{1}{T_{\text{м}1}} & 0 & 0 \\ \dfrac{1}{T_c} & 0 & -\dfrac{1}{T_c} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{T_{\text{м}2}} & 0 & -\dfrac{1}{T_{\text{м}2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{x}_{\text{II}} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\overline{\omega}_1 \\ \Delta\overline{M}_{21} \\ \Delta\overline{\omega}_2 \\ \Delta\overline{M}_{\text{c}} \end{bmatrix}.$$

Матрица выходного сигнала есть $\mathbf{C}_{\text{II}} = [1\ 0\ 0\ 0]$. Наблюдатель включает в себя четыре интегратора. Коэффициенты наблюдателя, определяющие его динамику, находятся из выражения для определнтеля матрицы

$$p\mathbf{I} - (A_{\text{II-II}} - \mathbf{L}\mathbf{C}_{\text{II}}) = \begin{bmatrix} p + l_{11} & \dfrac{1}{T_{\text{м}1}} & 0 & 0 \\ l_{21} - \dfrac{1}{T_c} & p & \dfrac{1}{T_c} & 0 \\ l_{31} & -\dfrac{1}{T_{\text{м}2}} & p & \dfrac{1}{T_{\text{м}2}} \\ l_{41} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

имеющего вид

$$H_{\text{н}}(p) = p^4 + l_{11}p^3 + \left(\frac{1}{T_{\text{у}}^2} - \frac{l_{21}}{T_{\text{м}1}}\right)p^2 + \frac{1}{T_c}\left(\frac{l_{31}}{T_{\text{м}1}} - \right.$$

$$\left. - \frac{l_{11}}{T_{\text{м}2}}\right)p + \frac{l_{41}}{T_{\text{м}1}T_cT_{\text{м}2}}.$$

Выбирая для распределения корней наблюдателя стандартную форму Баттерворта 4-го порядка

$$H_{\text{н}}^0(p) = p^4 + 2{,}6\omega_{0\text{н}}p^3 + 3{,}4\omega_{0\text{н}}^2p^2 + 2{,}6\omega_{0\text{н}}^3p + \omega_{0\text{н}}^4,$$

можно получить выражения для коэффициентов наблюдателя

$$l_{11} = 2{,}6\omega_{0\text{н}}; \quad l_{21} = \left(\frac{1}{T_{\text{у}}^2} - 3{,}4\omega_{0\text{н}}^2\right)T_{\text{м}1};$$

$$l_{31} = 2{,}6\omega_{0\text{н}}\frac{T_{\text{м}1}}{T_{\text{м}2}}(\omega_{0\text{н}}^2\gamma\tau_{\text{у}}^2 - 1);$$

$$l_{41} = \omega_{0\text{н}}^4T_{1\text{м}}T_cT_{\text{м}2}.$$

При отработке управляющего воздействия, когда наблюдатель восстанавливает координаты системы без ошибки, соблюдается равенство $\bar{\omega}_1 = \hat{\omega}_1$. Сигнал на входе интегратора, моделирующего нагрузку, в течение всего переходного процесса равен нулю, и процесс в системе с наблюдателем протекает также, как в системе, замкнутой по непосредственно измеренным координатам.

При изменении момента нагрузки равенство $\bar{\omega}_1 = \hat{\omega}_1$ нарушается и сигнал $\bar{M}_c$ поступает на вход интегратора $1/(T_{м2}p)$. Вид переходиого процесса будет зависеть от параметров системы и быстродействия наблюдателя. Этот переходный процесс может быть оценен в результате рассмотрения матричного уравнения системы, включающей в себя объект, токовый контур, иаблюдатель и обратиые связи. В установившемся режиме соблюдается равенство $\hat{M}_c = \bar{M}_c$.

Наблюдатель, управляемый скоростью двигателя с выделением ошибки по скорости исполнительного оргаиа. Когда существует возможность, кроме скорости двигателя, измерить скорость исполнительного органа и необходимо восстановить только упругий момент, можно использовать $\bar{\omega}_2$ для выделения ошибки восстановления. Наиболее простое решение получается, если в качестве сигнала управления использовать скорость двнгателя, приняв в схеме на рис. 2.21

$$\mathbf{A}_{I\text{-}I} = \begin{bmatrix} -\dfrac{2}{T_{\mu э}} & -\dfrac{2}{T_{\mu э}} & 0 \\ \dfrac{1}{T_{\mu э}} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{T_{м1}} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_{I\text{-}II} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\dfrac{1}{T_{м1}} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_{uI} = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{T_{\mu э}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{mI} = \mathbf{0};$$

$$\mathbf{A}_{II\text{-}I} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{T_c} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_{II\text{-}II} = \begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{1}{T_c} \\ \dfrac{1}{T_{м2}} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_{mII} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dfrac{1}{T_{м2}} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}_I = [0\ \ 0\ \ 1]; \qquad \mathbf{D}_I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{т};$$

$$\mathbf{C}_{II} = [0\ \ 1];$$

$$\mathbf{D}_{II} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{т}.$$

Для двухмассового объекта наблюдатель, не восстанавливающий момент нагрузки, имеет второй порядок. Его структурная схема представлеиа на рис. 2.23. Для определеиия коэффициентов l_1, l_2 должен быть использован характеристический полином $H_н(p) = T_{м2}T_cp^2 + l_2T_cT_{м2}p + (1 + l_1T_c)$. Наблюдатель предельно прост. Использование в качестве управляющего воздействия скорости двигателя создает практическое удобство настройки, состоящее в том, что она может проводиться поэтапно: сначала настраивается модель, затем система, замкнутая через модель, и только после этого вводятся и подстраиваются связи наблюдателя. При использовании наблюдателя, управляемого током, это затруднительно, так как характеристическое уравнение, лежащее в ос-

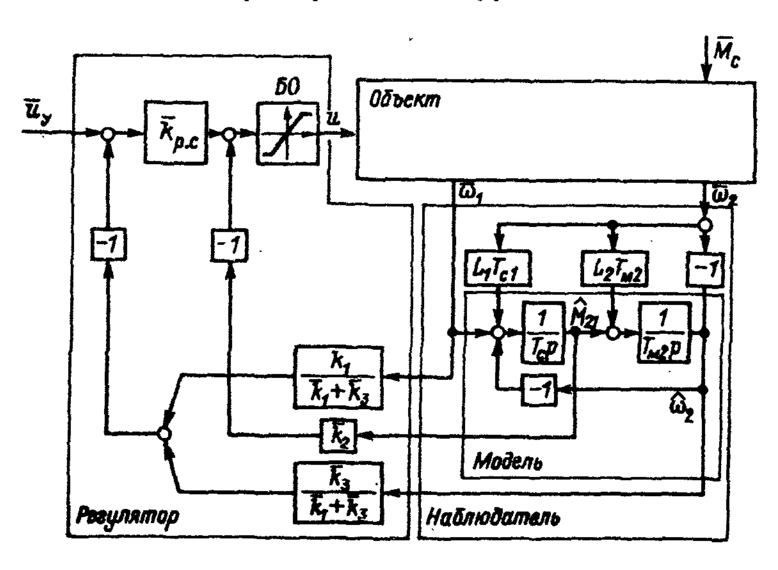


Рис. 2.23. Система, замкнутая через наблюдатель, управляемый скоростью двигателя

нове его модели, имеет нулевой корень, что исключает возможность ее настройки при отключенных связях наблюдателя и регулятора.

Рассмотренные в настоящем параграфе наблюдатели относятся к наблюдателям полного порядка, восстанавливающим и те координаты системы, которые могут быть измерены непосредственно. Существует возможность построения редуцированных наблюдателей, восстанавливающих лишь неизмеряемые координаты [58]. Однако к достоинствам описанных наблюдателей полного порядка можно отнести то, что в основе их лежит модель, структурно повторяющая объект, что упрощает их проектирование, наладку и контроль в процессе функционирования.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

МИКРОПРОЦЕССОРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ

3.1. Проектирование цифровой системы управления электроприводом по аналоговому прототипу

При цифровой реализации АСУ ЭП связь между непрерывным объектом и ЭВМ в контуре регулирования, являющейся дискретным устройством, осуществляется через преобразователи аналоговых величин в цифровой код (АЦП) и цифрового кода в аналоговую величину (ЦАП). Функциональная схема одноконтурной системы в предположении, что сигналы квантуются синхронно с периодом дискретизации T_0, приведена на рис. 3.1, *а*.

Входной сигнал $u_у^*$ и сигнал, пропорциональный истинному значению регулируемой величины x^* в цифровой форме, обрабатываются с помощью ЭВМ, выполняющей роль регулятора. Цифровой сигнал на ее выходе u^* преобразуется ЦАП, благодаря чему аналоговый сигнал u на входе непрерывного объекта остается постоянным в течение периода дискретизации.

Сигналы АЦП и ЦАП квантованы по уровню, вследствие чего системы управления непрерывными объектами с ЭВМ в контуре регулирования относятся в общем случае к классу дискретных нелинейных систем. Однако, если разрядность преобразователей достаточно велика, в первом приближении можно пренебречь квантованием сигналов по уровню, заменив нелинейные статические характеристики АЦП и ЦАП линейными и введя коэффициенты передачи

$$k_{АЦП}=1/\Delta_1;\quad k_{ЦАП}=\Delta_2,$$

где Δ_1 — приращение аналоговой величины x на входе АЦП, соответствующее изменению выходной величины x^* на одну дискрет-

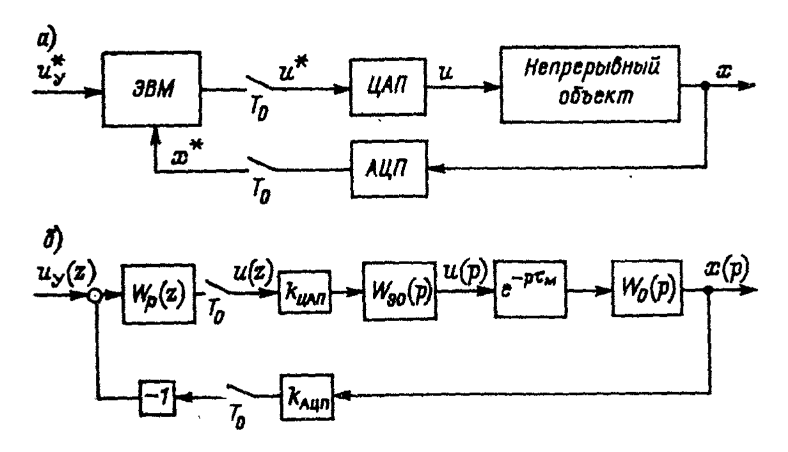


Рис. 3.1. Схема цифровой одноконтурной системы: *а* — функциональная; *б* — структурная

ную единицу; Δ_2 — приращение выходного напряжения ЦАП u при изменении на одну дискретную единицу входного сигнала u^*. Тогда математическое описание АСУ ЭП с ЭВМ в контуре регулирования может быть представлено линеаризованной структурной схемой на рис. 3.1, *б*, на которой обозначено: $W_р(z)$ — передаточная функция цифрового регулятора при описании алгоритма его работы в области комплексной переменной z; $W_{э0}(p) = (1-e^{-T_0 p})/p$ — передаточная функция экстраполятора нулевого порядка, $W_0(p)$ — передаточная функция объекта управления. В схему введено звено чистого запаздывания $e^{-p\tau_м}$, учитывающее, что на вычисление управляющего воздействия в соответствии с передаточной функцией регулятора $W_р(z)$ ЭВМ затрачивает время $\tau_м$.

Таким образом в АСУ ЭП объект управления описывается системой дифференциальных уравнений или передаточными функциями в области комплексного аргумента p, а алгоритм работы ЭВМ — разностными уравнениями или передаточными функциями в области аргумента z дискретного преобразования Лапласа.

Могут быть рассмотрены два подхода к проектированию цифровой системы управления электроприводом.

Первый подход основан на синтезе системы, рассматриваемой как непрерывная и описываемой в области комплексной переменной величины p. Требуемый алгоритм работы цифровой системы управления электроприводом определяется при этом в результате дискретной аппроксимации аналогового прототипа.

При втором подходе дискретной аппроксимацией заменяется описание непрерывного объекта, в результате чего вся система оказывается описанной в области комплексной переменной z, а алго-

ритм работы цифровой части определяется в результате синтеза дискретной системы.

Основу проектирования цифровой АСУ ЭП при первом подходе составляет математическое описание аналоговой системы, структура и параметры регулирующей части которой уже определены, например, теми методами, которые описаны в гл. 2. При этом должны быть записаны передаточные функции, связывающие управляющий сигнал, действующий на входе непрерывного объекта, с внешним входным воздействием и координатами системы, по которым осуществляется ее замыкание.

Для представленной в наиболее общем виде системы на рис. 2.21 математическое описание задается системой трех уравнений:

$$\bar{u} = \bar{k}_{\text{р. с}} \Delta \bar{u}_{\text{у}} - \Delta \bar{u}_{\text{о. с}};$$

$$\Delta \bar{u}_{\text{о. с}} = \mathbf{k} (\mathbf{D}_{\text{I}} \mathbf{x}_{\text{I}} + \mathbf{D}_{\text{II}} \hat{\mathbf{x}}_{\text{II}});$$

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{\text{II}} = \mathbf{A}_{\text{н}} \hat{\mathbf{x}}_{\text{II}} - \mathbf{L}\mathbf{C}_{\text{н}} \hat{\mathbf{x}}_{\text{II}} + \mathbf{L}\mathbf{y}_{\text{II}} + \mathbf{B}_{\text{н}} \mathbf{y}_{\text{I}},$$

на основании которых выражение для управляющего сигнала

$$u = \bar{k}_{\text{р. с}} \Delta \bar{u}_{\text{у}} + \mathbf{k} \left\{ \left[\mathbf{D}_{\text{I}} + \mathbf{D}_{\text{II}} (p\mathbf{I} - \mathbf{A}_{\text{н}} + \mathbf{L}\mathbf{C}_{\text{н}})^{-1} \mathbf{B}_{\text{н}} \mathbf{C}_{\text{I}} \right] \mathbf{x}_{\text{I}} + \right.$$
$$\left. + \mathbf{D}_{\text{II}} (p\mathbf{I} - \mathbf{A}_{\text{н}} + \mathbf{L}\mathbf{C}_{\text{н}})^{-\text{I}} \mathbf{L}\mathbf{C}_{\text{II}} \mathbf{x}_{\text{II}} \right\}.$$

Если обратиться к системе (рис. 2.23), описание которой дано на стр. 110, то после подстановки сюда соответствующих матриц и последующих преобразований это выражение может быть записано в виде

$$u = \bar{k}_{\text{р. с}} \Delta \bar{u}_{\text{у}} - W_1 (p) x_3 - W_2 (p) x_5,$$

где $W_1 (p)$ и $W_2 (p)$ — передаточные функции, характеристики которых при цифровой реализации АСУ ЭП должны быть аппроксимированы соответствующими функциями $W_1 (z)$ и $W_2 (z)$.

Аппроксимация передаточной функции может быть выполнена с использованием таблицы z-преобразования. В этом случае передаточную функцию высокого порядка предварительно раскладывают в сумму дробно-рациональных членов, каждому из которых можно найти соответствие в таблицах изображения решетчатых функций [10].

Другим широко используемым методом перехода от непрерывного математического описания к дискретному является подстановочный, основанный на дискретной аппроксимации интеграторов и подстановке вместо комплексной переменной p^{-1} одного из выражений

$$T_0 z/(z-1); \frac{T_0}{2} \frac{z+1}{z-1}; \quad \frac{T_0 (z+1)}{z-1}.$$

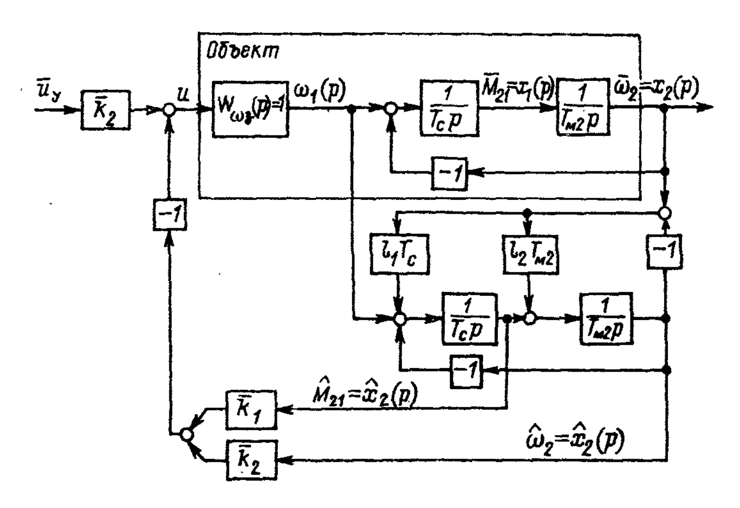


Рис. 3.2. Упрощенная структурная схема аналоговой системы управления скоростью с наблюдателем

Даже для такой сравнительно простой системы, как показанная на рис. 2.23, преобразования и их результаты оказываются достаточно громоздкими. Поэтому для пояснения сказанного и получения обозримого результата в общем виде введем некоторые упрощающие допущения. Пусть $\gamma \approx 1$. Тогда, как это следует из изложенного на стр. 98, контур регулирования скорости двигателя может быть замкнут так же, как в жесткой системе. Если при этом частота среза его ЛАЧХ существенно выше частоты упругих колебаний исполнительного органа $(\sqrt{\gamma}\, T_у)^{-1} = 1/\sqrt{T_c T_{м2}}$, то при $k_c = 0$ объект управления может быть представлен в виде рис. 3.2, где считается, что замкнутый контур скорости двигателя почти безынерционен. Для обеспечения плавного движения ИО вводятся обратные связи по скорости исполнительного органа и упругому моменту, восстанавливаемому наблюдателем. Тогда передаточные функции $W_1(p)$ и $W_2(p)$ могут быть представлены в виде

$$W_1(p) = \frac{\bar{u}_{о1}(p)}{\bar{\omega}_1(p)} = \frac{T_c^{-1} p^{-1} + \left[\left(l_2 \bar{k}_1 T_{м2} + \bar{k}_2\right)/\left(T_c T_{м2}\right)\right] p^{-2}}{1 + l_2 p^{-1} + \left[(T_{м2} + l_1)/(T_c T_{м2})\right] p^{-2}};$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{u}_{о2}(p)}{\bar{\omega}_2(p)} = \frac{(l_1 \bar{k}_1 + l_2 \bar{k}_2)\, p^{-1} + \left[(l_1 \bar{k}_2)/T_{м2} - (l_1 \bar{k}_1)/T_c\right] p^{-2}}{1 + l_2 p^{-1} + \left[(T_{м2} + l_1)/(T_c T_{м2})\right] p^{-2}},$$

где $\bar{k}_1 = 1{,}4\omega_0 T_c$; $\bar{k}_2 = T_c T_{м2} \omega_0^2 - 1$; $l_1 = T_{м2} \omega_{0н}^2 - T_c^{-1}$; $l_2 = 1{,}4\,\omega_{0н}$. Значения ω_0 и $\omega_{0н}$ по-прежнему характеризуют быстродействие системы и наблюдателя.

Переход от непрерывного описания алгоритма управления к дискретному выполняется способом подстановки в $W_1(p)$ и $W_2(p)$

вместо p^{-1} его дискретной аппроксимации вида $T_0z/(z-1)$. В результате, после преобразований, закон управления в дискретной форме можно представить как:

$$u(z) = \bar{k}_{р.с}\bar{u}_у(z) - \bar{u}_{о.с}(z);$$

$$\bar{u}_{о.с}(z) = a_1\bar{u}_{о.с}(z)z^{-1} - a_2\bar{u}_{о.с}(z)z^{-2} + a_3\bar{\omega}_1(z) - $$
$$- a_4\bar{\omega}_1(z)z^{-1} + a_5\bar{\omega}_2(z) - a_6\bar{\omega}_2(z)z^{-1}$$

или в виде системы разностных уравнений:

$$u(n+1) = \bar{k}_{р.с}\bar{u}_у(n+1) - \bar{u}_{о.с}(n+1);$$

$$\bar{u}_{о.с}(n+1) = a_1\bar{u}_{о.с}(n) - a_2\bar{u}_{о.с}(n-1) + a_3\bar{\omega}_1(n+1) -$$
$$- a_4\bar{\omega}_1(n) + a_5\bar{\omega}_2(n+1) - a_6\bar{\omega}_2(n),$$

где $a_1 = (2 + l_2T_0)/N$; $a_2 = 1/N$;

$$a_3 = \left[T_0T_{м2} + T_0^2\left(l_2\bar{k}_1T_{м2} + \bar{k}_2\right)\right]/(T_cT_{м2}N); \quad a_4 = T_0/(T_cN);$$

$$a_5 = \left[T_0\left(l_1\bar{k}_1 + l_2\bar{k}_2\right) + T_0^2\left(l_1\bar{k}_2/T_{м2} - l_2\bar{k}_1/T_c\right)\right]/N;$$

$$a_6 = T_0\left(l_1\bar{k}_1 + l_2\bar{k}_2\right)/N; \quad N = 1 + T_0l_2 + T_0(T_{м2} + l_1)/(T_cT_{м2}).$$

Структурная схема системы с наблюдателем и регулятором, реализованными в цифровой форме на основе подстановочного метода, приведена на рис. 3.3. В этом случае алгоритм управления уже не может быть разделен на отдельные части: наблюдатель и регулятор, поскольку разностные уравнения определены по общим передаточным функциям $W_1(p)$ и $W_2(p)$. Все коэффициенты a_i, входящие в описание алгоритма, в неявном виде зависят как от параметров объекта, так и от коэффициентов наблюдателя — **L** и регулятора — **k**. Следовательно, изменение любого из параметров системы требует пересчета всех коэффициентов алгоритма управления. Кроме этого, к недостаткам подстановочных методов следует отнести то, что при проектировании наблюдателя и регулятора не учитываются характеристики ЦАП и звена чистого запаздывания.

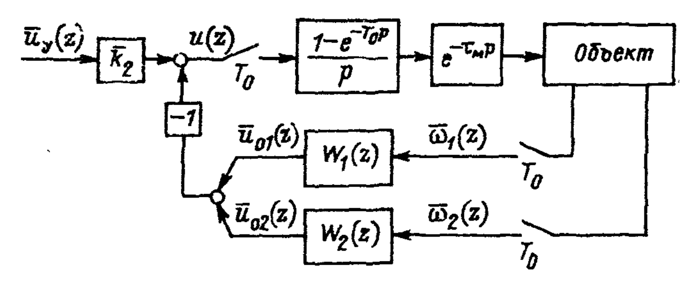


Рис. 3.3. Структурная схема цифровой системы с наблюдателем

3.2. Проектирование цифровой системы управления по дискретному векторно-матричиому описанию объекта

Рассматривая второй подход к проектированию АСУ ЭП, обратимся к системе, замкнутой по принципам модального управления. Пусть объект управления порядка n со скалярным входным воздействием описывается матричными уравнениями:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u; \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{aligned}\right\} \qquad (3.1)$$

где $\mathbf{A}$ — квадратная матрица объекта размером $n \times n$; $\mathbf{B}$ — матрица управления $n \times 1$; $\mathbf{C}$ — матрица выхода $1 \times r$; r — число измеряемых переменных.

Известно [49], что решением уравнения (3.1) является

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\,\mathbf{x}(0) + \int_0^t \mathbf{\Phi}(t-\tau)\,\mathbf{B}u(t)\,d\tau, \qquad (3.2)$$

где $\mathbf{\Phi}(t) = e^{\mathbf{A}t}$ — переходная матрица объекта.

При переходе к дискретной аппроксимации непрерывного объекта (рис. 3.4, *а*) считается, что входной сигнал квантуется с периодом дискретности T_0, а затем преобразуется экстраполятором нулевого порядка. Выполнение этого условия означает, что входной сигнал остается постоянным в течение n-го такта квантования, т. е. $u(t) = u(nT_0)$, при $nT_0 \leqslant t \leqslant (n+1)T_0$.

Уравнение состояния объекта в этом временном интервале при ненулевых начальных условиях $\mathbf{x}(nT_0)$ в соответствии с решением (3.2) будет определяться выражением

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}(t - nT_0)\,\mathbf{x}(nT_0) + u(nT_0)\int_0^t \mathbf{\Phi}(t-\tau)\,\mathbf{B}d\tau.$$

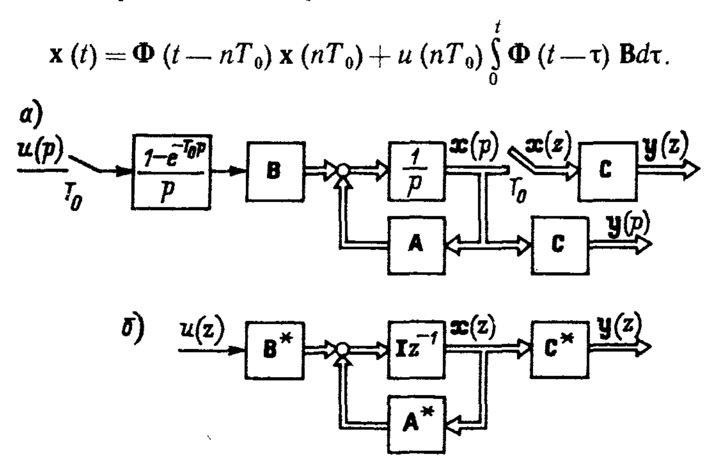


Рис. 3.4. Дискретная аппроксимация непрерывного объекта (*а*), векторно-матричная структурная схема (*б*)

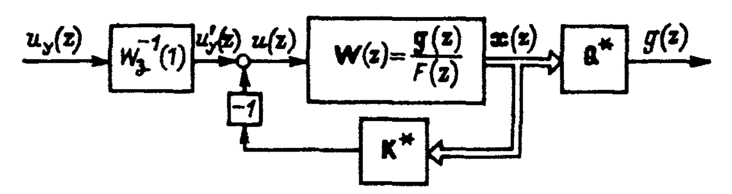


Рис. 3.5. Структурная схема системы с модальным регулятором

На основании этого уравнения можно получить решение для момента времени $t = (n + 1)\, T_0$:

$$\mathbf{x}\,[(n+1)\,T_0] = \mathbf{\Phi}\,(T_0)\,\mathbf{x}\,(nT_0) + u\,(nT_0) \int\limits_{nT_0}^{(n+1)\,T_0} \mathbf{\Phi}\,[(n+1)\,T_0 - \tau]\,\mathbf{B}d\tau$$

и после преобразования

$$\mathbf{x}\,(n+1)\,\mathbf{\Phi}\,(T_0)\,\mathbf{x}\,(n) + u\,(n) \int\limits_0^{T_0} \mathbf{\Phi}\,(\tau)\,\mathbf{B}d\tau,$$

где $\mathbf{\Phi}\,(T_0) = e^{\mathbf{A}T_0} = \mathscr{L}^{-1}\,[(p\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}]$ — переходная матрица объекта при $t = T_0$, определяемая через обратное преобразование Лапласа.

Если обозначить $\mathbf{A}^* = \mathbf{\Phi}\,(T_0)$, $\mathbf{B}^* = \left[\int\limits_0^{T_0} \mathbf{\Phi}\,(\tau)\,d\tau\right]\mathbf{B}$, то математическое описание объекта приобретает вид

$$\mathbf{x}\,(n+1) = \mathbf{A}^*\mathbf{x}\,(n) + \mathbf{B}^* u\,(n).$$

Переходя от разностного уравнения к изображениям в комплексной плоскости z и дополняя его уравнением связи вектора состояния $\mathbf{x}$ с вектором измеряемых переменных $\mathbf{y}$, можно записать:

$$\left.\begin{aligned} &\mathbf{x}\,(z)\,z = \mathbf{A}^*\mathbf{x}\,(z) + \mathbf{B}^* u\,(z); \\ &\mathbf{y}\,(z) = \mathbf{C}^*\mathbf{x}\,(z), \end{aligned}\right\} \qquad (3.3)$$

где $\mathbf{C}^* = \mathbf{C}$.

Векторно-матричная структурная схема, соответствующая уравнениям (3.3), показана на рис. 3.4, *б*. Погрешность рассмотренной дискретной аппроксимации объекта управления определяется характеристиками экстраполятора нулевого порядка и, следовательно, полностью зависит от выбора периода дискретизации T_0.

Структурная схема, на которой объект представлен матричной передаточной функцией $\mathbf{W}\,(z) = \mathbf{g}\,(z)/F\,(z)$, а матрица $\mathbf{Q}^*$ размером $1 \times n$, устанавливает связь между вектором состояния $\mathbf{x}$ и управляемой переменной $q\,(z)$, приведена на рис. 3.5. Передаточная функция, связывающая в замкнутой системе управляемую пере-

менную с управляющим воздействием $u_у'(z)$, записывается в виде

$$W_з(z) = \frac{q(z)}{u_у'(z)} = \frac{\mathbf{Q}^*\mathbf{g}(z)}{F(z) + \mathbf{k}^*\mathbf{g}(z)},$$

где $\mathbf{k}^* = [\bar{k}_1^* \bar{k}_2^* \ldots \bar{k}_n^*]$ — матрица коэффициентов цифрового регулятора; $F(z) = \mathbf{k}^*\mathbf{g}(z) = H(z)$ — характеристический полином замкнутой системы.

Известно [49], что реализуя закон управления

$$u(z) = [W_з(1)]^{-1} u_у - \mathbf{k}^*\mathbf{x}(z) \tag{3.4}$$

можно поместить корни характеристического уравнения замкнутой дискретной системы в наперед заданное положение на комплексной плоскости z.

Если желаемые динамические свойства разрабатываемой системы задаются видом характеристического уравнения, в качестве которого рассматривается некоторая стандартная форма

$$H^0(z) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \ldots + a_1 z + a_0, \tag{3.5}$$

то коэффициенты обратной связи $k_1^* - k_n^*$ могут быть определены из равенства

$$H(z) = H^0(z).$$

Один из возможных путей выбора стандартной формы состоит в формировании ее в виде аппроксимации непрерывной стандартной формы. Такой подход вполне логичен при непрерывном объекте управления. В этом случае непрерывную систему можно рассматривать как некоторый эталон, к свойствам которого следует стремиться при разработке цифровой системы управления непрерывным объектом. Если непрерывная стандартная форма имеет n корней p_i при $i = 1 \ldots n$, то при таком подходе дискретную стандартную форму (3.5) следует формировать как

$$H^0(z) = (z - e^{p_1 T_0})(z - e^{p_2 T_0}) \ldots (z - e^{p_n T_0}).$$

Если для осуществления управления по полному вектору состояния необходимо использование наблюдателя, то он должен быть реализован в соответствии с уравнением

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(z) = \mathbf{A}^*\hat{\mathbf{x}}(z) + \mathbf{B}^*u(z) + \mathbf{L}^*[\mathbf{y}(z) - \mathbf{C}^*\hat{\mathbf{x}}(z)],$$

где $\mathbf{L}^*$ — матрица коэффициентов наблюдателя размером $n \times r$. Аналогично тому, как это делается в непрерывной системе, коэффициенты наблюдателя могут быть определены в результате приравнивания характеристического полинома наблюдателя

$$H_н(z) = \det(z\mathbf{I} - \mathbf{A}^* + \mathbf{L}^*\mathbf{C}^*)$$

стандартной форме $H_н^0(z)$. Структурная схема системы с наблюдателем приведена на рис. 3.6.

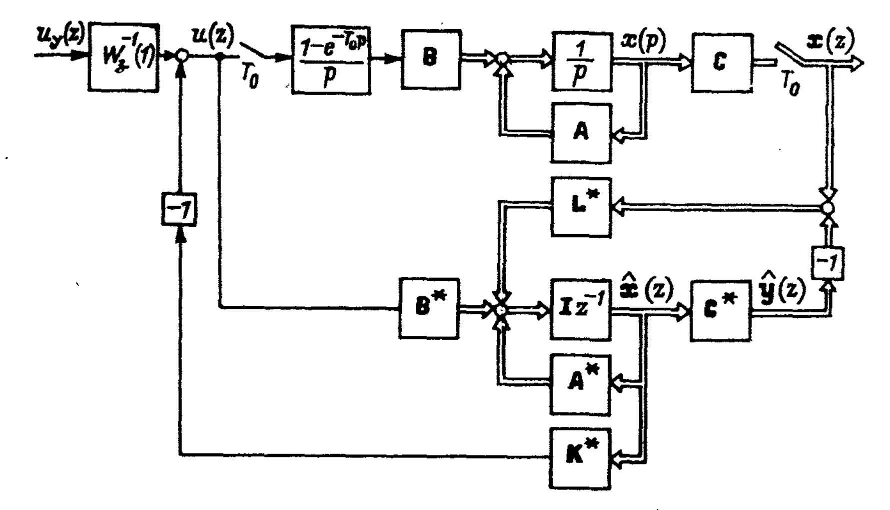


Рис. 3.6. Матричная структурная схема системы с наблюдателем

Для пояснения сказанного обратимся к упрощенной системе на рис. 3.2 с объектом второго порядка. При разделении корней характеристических уравнений системы и наблюдателя корни характеристического полинома замкнутой системы могут быть расположены в соответствии со стандартной формой Баттерворта 2-го порядка $H_0(p) = p^2 + 1{,}414\,\omega_0 p + \omega_0^2$. Этим корням $p_{1,2} \approx -0{,}707\,\omega_0 \pm \pm j\,0{,}707\,\omega_0$ на комплексной плоскости z соответствуют корни $z_{1,2} = e^{-0{,}707\omega_0 T_0 \pm j\,0{,}707\omega_0 T_0}$.

Следовательно, дискретную аппроксимацию стандартной формы Баттерворта второго порядка следует сформировать как

$$H^0(z) = (z - z_1)(z - z_2) = z^2 - 2\cos(0{,}707\omega_0 T_0)\, e^{-0{,}707\omega_0 T_0} z + e^{-1{,}414\omega_0 T_0}. \tag{3.6}$$

В соответствии с рис. 3.2 непрерывный объект может быть описан матрицами:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{T_c} \\ \frac{1}{T_{м2}} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_c} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = [0 \quad 1],$$

а его дискретная аппроксимация

$$\mathbf{A}^* = \mathscr{L}^{-1}[(p\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}] = \mathbf{\Phi}(T_0) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}^* = \left[\int_0^{T_0} \mathbf{\Phi}(\tau)\, d\tau\right] \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}^* = \mathbf{C} = [0 \quad 1],$$

где

$$a_{11}=a_{22}=\cos(\beta T_0);\quad a_{12}=-\frac{1}{T_c\beta}\sin(\beta T_0);$$

$$a_{21}=\frac{1}{T_{м2}\beta}\sin(\beta T_0);$$

$$b_{11}=\frac{1}{T_c\beta}\sin(\beta T_0);\quad b_{12}=1-\cos(\beta T_0);\quad \beta=\frac{1}{\sqrt{T_cT_{м2}}}=\frac{1}{\sqrt{\gamma}\,T_у}.$$

Матричная передаточная функция дискретно аппроксимированного объекта имеет вид

$$\mathbf{W}(z)=(z\mathbf{I}-\mathbf{A}^*)^{-1}\mathbf{B}^*=\frac{1}{F(z)}\begin{bmatrix}g_{11}(z)\\ g_{21}(z)\end{bmatrix},$$

где

$$F(z)=\det(z\mathbf{I}-\mathbf{A}^*)=z^2-2\cos(\beta T_0)z+1;$$

$$g_{11}(z)=\frac{z-1}{T_c\beta}\sin(\beta T_0);\quad g_{21}(z)=[1-\cos(\beta T_0)](z+1).$$

В результате решения уравнения

$$F(z)+\left[k_1^*k_2^*\right]\begin{bmatrix}g_{11}(z)\\ g_{21}(z)\end{bmatrix}=H^0(z),$$

в котором $H^0(z)$ соответствует (3.6), можно определить коэффициенты регулятора:

$$\bar{k}_1^*=T_c\beta\left[\cos(\beta T_0)-\cos(0{,}707\omega_0T_0)\,e^{-0{,}707\omega_0T_0}-0{,}5\left(1-e^{-1{,}414\omega_0T_0}\right)\right];$$

$$\bar{k}_2^*=\left[\cos(\beta T_0)-\cos(0{,}707\omega_0T_0)\,e^{-0{,}707\omega_0T_0}+0{,}5\left(e^{-1{,}414\omega_0T_0}-1\right)\right]\times$$
$$\times[1-\cos(\beta T_0)]^{-1}.$$

Если за $H_н^0(z)$, как и при синтезе регулятора, принять стандартную форму (3.6), при $\omega_0=\omega_{0н}$, то значения коэффициентов наблюдателя будут:

$$l_1^*=\frac{T_{м2}\beta}{\sin(\beta T_0)}\left\{2\cos(\beta T_0)\left[\cos(\beta T_0)-\cos(0{,}707\omega_{0н}T_0)\,e^{-0{,}707\omega_{0н}T_0}\right]^{-1}+\right.$$
$$\left.+e^{-1{,}414\omega_{0н}T_0}-1\right\};$$

$$l_2^*=2\left[\cos(\beta T_0)-\cos(0{,}707\omega_{0н}T_0)\,e^{-0{,}707\omega_{0н}T_0}\right].$$

Структурная схема разработанной таким образом цифровой системы управления непрерывным объектом показана на рис. 3.7. Из нее следует, что для реализации наблюдателя и регулятора в ЭВМ необходимо вычислять следующие разностные уравнения:

$$\hat{x}_1(n+1)=a_{11}^*\hat{x}_1(n)+a_{12}^*\hat{x}_2(n)+l_1^*[x_2(n)-\hat{x}_2(n)]+b_{11}^*\bar{\omega}_1(n);$$

$$\hat{x}_2(n+1)=a_{21}^*\hat{x}_1(n)+a_{22}^*\hat{x}_2(n)+l_2^*[x_2(n)-\hat{x}_2(n)]+b_{21}^*\bar{\omega}_1(n);$$

$$\bar{u}(n+1)=\bar{k}_2^*\bar{u}_у(n+1)-\bar{k}_1^*\hat{x}_1(n+1)-\bar{k}_2^*\hat{x}_2(n+1).$$

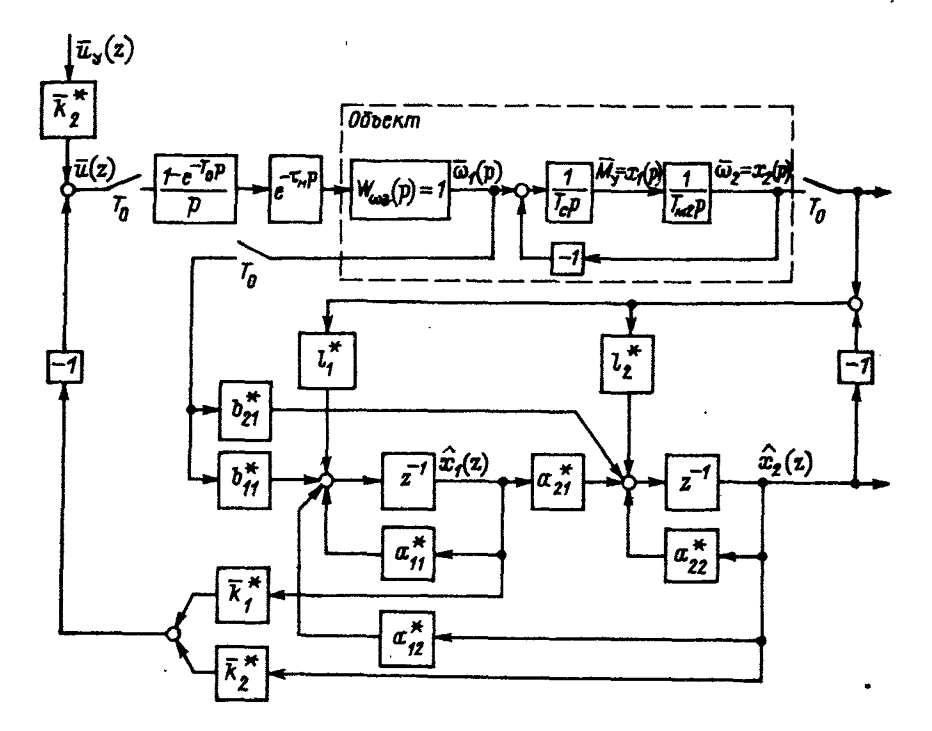


Рис. 3.7. Структурная схема цифровой системы управления непрерывным объектом

Достоинства рассмотренного подхода к разработке дискретных систем управления непрерывными объектами определяются, в первую очередь, применением векторно-матричного описания, обеспечивающим высокий уровень формализации всех стадий расчета. Ошибки аппроксимации, обусловленные переходом к дискретному векторно-матричному описанию, полностью определяются характеристиками экстраполятора нулевого порядка вне зависимости от порядка объекта управления.

К недостаткам следует отнести: расчет параметров регулятора без учета влияния фазовой характеристики звена $e^{-\tau_м p}$; трудность применения такого подхода к разработке систем управления нелинейными объектами; зависимость всех коэффициентов, входящих в алгоритм вычисления управляющего воздействия на объект, от большинства параметров непрерывного объекта. Последнее обстоятельство значительно затрудняет перестройку параметров наблюдателя и регулятора, особенно если это необходимо производить в автоматическом режиме, реализация которого также возлагается на ЭВМ.

3.3. Структурный метод проектирования цифровых систем управления электроприводом

Анализ показывает, что применение различных методов проектирования цифровых систем приводит к различным системам разностных уравнений, реализуемых в ЭВМ. В связи с этим возникает проблема выбора метода, а следовательно, и системы разностных уравнений, наилучшим образом описывающих цифровую часть АСУ ЭП.

Область применения рассмотренных методов ограничена объектами, которые могут быть линеаризованы. При этом не учитывается влияние на динамику системы временного запаздывания между моментом определения текущего состояния объекта и моментом выдачи управления на объект. Кроме этого, к недостаткам рассмотренных методов можно отнести сложность перестройки получаемых дискретных алгоритмов управления.

В настоящем параграфе рассматривается структурный метод, основанный на представлении математического описания управляющей части АСУ ЭП, подлежащей реализации средствами ЭВМ, в виде детализированной структурной схемы аналоговой системы (ДСС). Ошибки, обусловленные реализацией непрерывных алгоритмов средствами цифровой техники, подразделяются на два типа. К ошибкам первого типа относятся ошибки дискретной аппроксимации непрерывных алгоритмов управления. Второй тип ошибок учитывает ошибки от преобразования цифрового сигнала в непрерывный и от наличия времени запаздывания $\tau_м$ между моментами опроса датчиков состояния объекта и выработки управляющего воздействия.

Дискретная аппроксимация непрерывных алгоритмов управления, представленных в виде детализированных структурных схем, осуществляется путем замены каждой операции непрерывного интегрирования соответствующей дискретной аппроксимацией. При этом аппроксимация каждого процесса непрерывного интегрирования может вносить свою часть в суммарную ошибку первого типа при аппроксимации всего алгоритма управления.

Чтобы обеспечить возможность компенсации ошибок первого типа, при структурном методе переход от непрерывного описания к дискретному выполняется путем замены каждой операции непрерывного интегрирования выражением

$$\frac{x(z)}{\dot{x}(z)} = \frac{z-1}{T_{н\,j} z} Z\left(\frac{1}{p} + \frac{\sigma_{н\,j} T_0}{p}\right) = \frac{T_0}{T_{н\,j}} \left[\frac{\sigma_{н\,j} z + (1 - \sigma_{н\,j})}{z-1}\right], \qquad (3.7)$$

вытекающим из структурной схемы на рис. 3.8, в которой для компенсации фазовых искажений, обусловленных характеристиками экстраполятора нулевого порядка с передаточной функ-

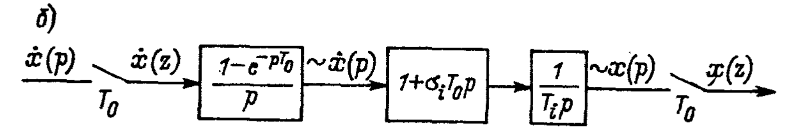


Рис. 3.8. Замена операции непрерывного интегрирования (*а*) цифровым интегратором с компенсацией фазовых искажений (*б*)

цией $(1-e^{-pT_0})/p$, введено корректирующее звено $1+\sigma_{иj}T_0 p$, где $\sigma_{иj}$ — коэффициент коррекции по фазе. Выражение $x(z)$ получается в виде

$$x(z) = x(z)z^{-1} + \frac{T_0}{T_{иj}}\left[\sigma_{иj}\dot{x}(z) + (1-\sigma_{иj})\dot{x}(z)z^{-1}\right],$$

а соответствующее разностное уравнение записывается как

$$x(n+1) = x(n) + \frac{T_0}{T_{иj}}\left[\sigma_{иj}\dot{x}(n+1) + (1-\sigma_{иj})\dot{x}(n)\right]. \quad (3.8)$$

Выбор значения коэффициента коррекции по фазе $\sigma_{иj}$ приводит последнее уравнение (3.8) к различным формулам численного интегрирования с разными фазовыми характеристиками, в том числе и к классическим формулам интегрирования. Так, при $\sigma_{иj}=1{,}0$, формула (3.8) соответствует методу прямоугольников, а при $\sigma_{иj}=0{,}5$ — методу трапеций.

Фазовые искажения в характеристиках дискретных интеграторов, реализованных в соответствии с выражением (3.8) при различных значениях $\sigma_{иj}$, по отношению к фазовой характеристике непрерывного интегратора приведены на рис. 3.9, где $\omega_* = T_0/(\pi T_{иj})$ — нормированная частота, которая определяет соотношение между информационной полосой частот π/T_0 и частотой $1/T_{иj}$.

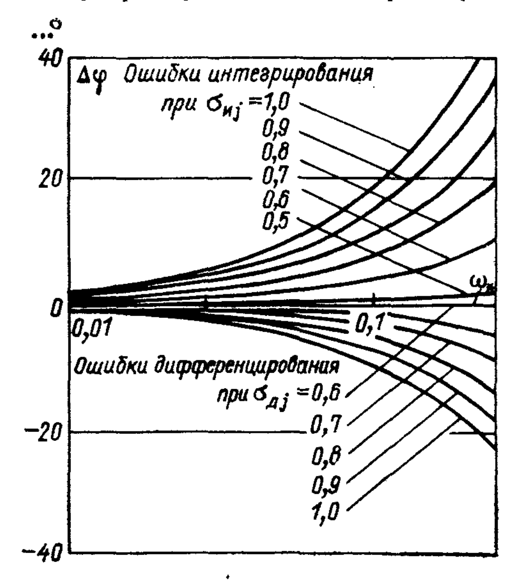


Рис. 3.9. Фазовые искажения, вносимые цифровым интегратором

Процесс цифрового дифференцирования описывается с помощью передаточной функции, обратной (3.7), т. е.

$$W_{\text{д}\,j}(z) = \frac{\dot{x}(z)}{x(z)} = \frac{T_{\text{д}\,j}}{T_0} \frac{z-1}{\sigma_{\text{д}\,j} z + 1 - \sigma_{\text{д}\,j}},$$

откуда

$$\dot{x}(z) = \frac{T_{\text{д}\,j}}{T_0 \sigma_{\text{д}\,j}} [x(z) - x(z) z^{-1}] - \dot{x}(z) z^{-1} \frac{1-\sigma_{\text{д}\,j}}{\sigma_{\text{д}\,j}},$$

а соответствующее разностное уравнение может быть записано как

$$\dot{x}(n+1) = \frac{T_{\text{д}\,j}}{T_0 \sigma_{\text{д}\,j}} [x(n+1) - x(n)] - \dot{x}(n) \frac{1-\sigma_{\text{д}\,j}}{\sigma_{\text{д}\,j}}.$$

Изменение значения коэффициента $\sigma_{\text{д}\,j}$ приводит к получению цифровых дифференциаторов с различными частотными характеристиками. Числовая устойчивость процесса дифференцирования обеспечивается при $\sigma_{\text{д}\,j} > 0{,}5$, когда $z < 1$. Характеристики фазовых ошибок в частотной области таких цифровых дифференциаторов по отношению к фазовым характеристикам непрерывного дифференциатора для различных $\sigma_{\text{д}\,j}$ также приведены на рис. 3.9.

Разностное уравнение (3.8) при всех значениях $\sigma_{\text{и}\,j}$ кроме $\sigma_{\text{и}\,j} \doteq 0$ приводит к формулам численного интегрирования неявного вида. Поэтому при структурном методе переход от непрерывного алгоритма к дискретному в общем случае связан не только с заменой каждой операции непрерывного интегрирования выражением (3.7), но и с введением временных задержек на такт квантования z^{-1} в те цепи обратных связей, где после узлов сравнения на ДСС стоят интеграторы. Временные задержки в цепях обратных связей являются дополнительным источником ошибок аппроксимации непрерывных алгоритмов. Однако и в этом случае с помощью цифровых интеграторов с регулируемыми частотными свойствами удается обеспечить компенсацию ошибок первого типа. Для пояснения этого предположим, что в ЭВМ требуется реализовать цифровой алгоритм, соответствующий апериодическому звену, на вход которого подается сигнал Δu. Дискретная аппроксимация апериодического звена, выполненная структурным методом, показана на рис. 3.10. Анализ ошибок аппроксимации может быть выполнен на основе сравнения частотных характеристик дискретной передаточной функции

$$W(z) = \frac{\Delta x(z)}{\Delta u(z)} = \frac{\frac{T_0}{T_1} \sigma_{\text{и}1} z + 1 - \sigma_{\text{и}1}}{z - 1 + \frac{T_0}{T_1} (\sigma_{\text{и}1} z + 1 - \sigma_{\text{и}1})},$$

полученной на основании структурной схемы на рис. 3.10, *б*, с частотными характеристиками аналогового апериодического звена

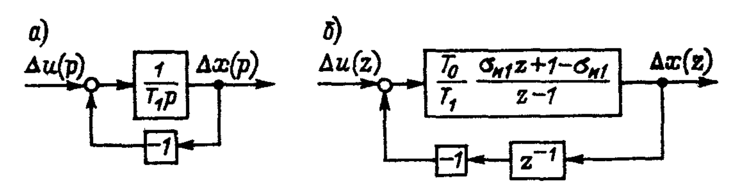


Рис. 3.10. Апериодическое звено (*а*) и его цифровая аппроксимация (*б*)

с постоянной времени T_1. Результат такого сравнения при различных значениях $\sigma_{и1}$ и $T_0/T_1 = 0{,}1$ представлен на рис. 3.11 в виде логарифмических амплитудных (сплошные линии) и фазовых (штриховые линии) частотных характеристик ошибок аппроксимации. Варьируя коэффициент $\sigma_{и1}$, удается обеспечить на частоте $1/T_1$ амплитудные искажения менее одного децибела, а фазовые — менее трех градусов по сравнению с характеристиками непрерывного апериодического процесса.

Ошибки второго типа, обусловленные характеристиками ЦАП и звена чистого запаздывания с постоянной времени $\tau_м$, также приводят к дополнительным, по отношению к непрерывным системам, фазовым искажениям в канале управления (рис. 3.12). Вопрос о возможности пренебрежения ошибками этого типа может быть решен на основе изучения частотных свойств последовательности звеньев

$$W_п(j\omega) = W_э(j\omega)\, e^{-j\tau_м\omega}. \qquad (3.9)$$

Если ввести понятие нормированных частоты $\omega_* = \omega_0 T_0$ и времени запаздывания $\tau_{м*} = \tau_м/T_0$, то выражение (3.9) при использовании ЦАП с характеристиками экстраполятора нулевого порядка получит вид

$$W_{п0}(j\omega_*) = \frac{1-e^{-j\omega_*}}{j\omega_*}\, e^{-j\tau_{м*}\omega_*}, \qquad (3.10)$$

а в случае применения ЦАП с характеристиками экстраполятора первого порядка —

$$W_{п1}(j\omega_*) = \left(\frac{1-e^{-j\omega_*}}{j\omega_*}\right)^2 (1+j\omega_*)\, e^{-j\tau_{м*}\omega_*}. \qquad (3.11)$$

На основании формул (3.10) и (3.11) определим соот-

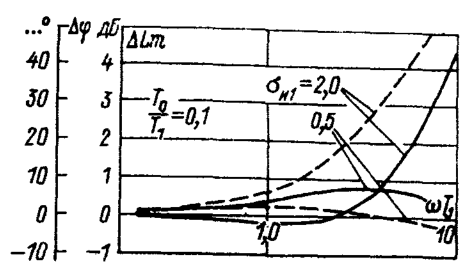


Рис. 3.11. Частотные характеристики ошибок аппроксимации: ——— — амплитудные; — — — — фазовые

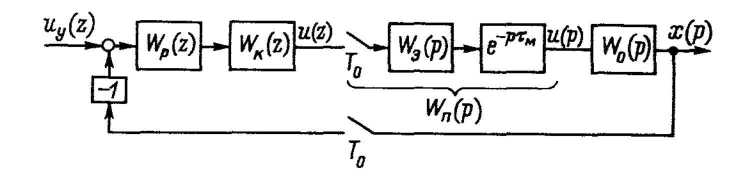


Рис. 3.12. К возникновению ошибок второго типа

ветствующие им фазовые характеристики:

$$\varphi_{п0}(\omega_*) = \varphi\,[W_{п0}(j\omega_*)] = -(0{,}5+\tau_{м*})\,\omega_*;$$

$$\varphi_{п1}(\omega_*) = \varphi\,[W_{п1}(j\omega_*)] = \operatorname{arctg}(\omega_*) - (1+\tau_{м*})\,\omega_*.$$

Пусть некоторая нормированная частота $\omega_{c*} = \omega_c T_0$ определяет область существенных частот для проектируемой системы, т. е. характеризует ее в отношении необходимости воспроизведения во всей системе или ее отдельных частях самых быстрых изменений переменных. Тогда достаточно жестким условием возможности пренебрежения ошибками второго порядка можно считать фазовые искажения, вносимые $W_{п0}(j\omega_*)$ или $W_{п1}(j\omega_*)$ на частоте ω_{c*}, не превышающие одного градуса, т. е. выполнение условия $|\varphi_{п0}| \leqslant \leqslant 0{,}0175$; $|\varphi_{п1}| \leqslant 0{,}0175$.

На основании этих выражений на рис. 3.13 построены кривые, устанавливающие в интервале $0 < \tau_{м*} < 1$ соотношения между ω_{c*} и $\tau_{м*}$, при которых ошибками второго типа можно пренебречь. Сравнение кривых показывает, что применение ЦАП с характеристиками экстраполятора первого порядка значительно расширяет диапазон возможных соотношений между ω_{c*} и $\tau_{м*}$, при которых ошибки второго типа не будут оказывать влияние на работу системы с ЭВМ в контуре регулирования. Аналогичного положительного результата можно добиться и при использовании экстраполятора нулевого порядка, если в прямой канал регулирования (рис. 3.12) ввести дополнительное корректирующее звено с передаточной функцией

$$W_к(z) = 1 + \frac{T_к}{T_0}\,\frac{z-1}{0{,}6z+0{,}4},$$

где $T_к = 0{,}5\,T_0 + \tau_м$.

При такой компенсации ошибок второго типа возможность пренебрежения их влиянием может быть изучена на основе анализа частотных свойств последовательности звеньев

$$W_{п0}(j\omega_*)\,W_к(j\omega_*) = \frac{1-e^{j\omega_*}}{j\omega_*}\,e^{-j\tau_{м*}\omega_*}\left[1+(0{,}5+\tau_{м*})\,\frac{e^{-j\omega_*}-1}{0{,}6e^{-j\omega_*}+0{,}4}\right]. \qquad (3.12)$$

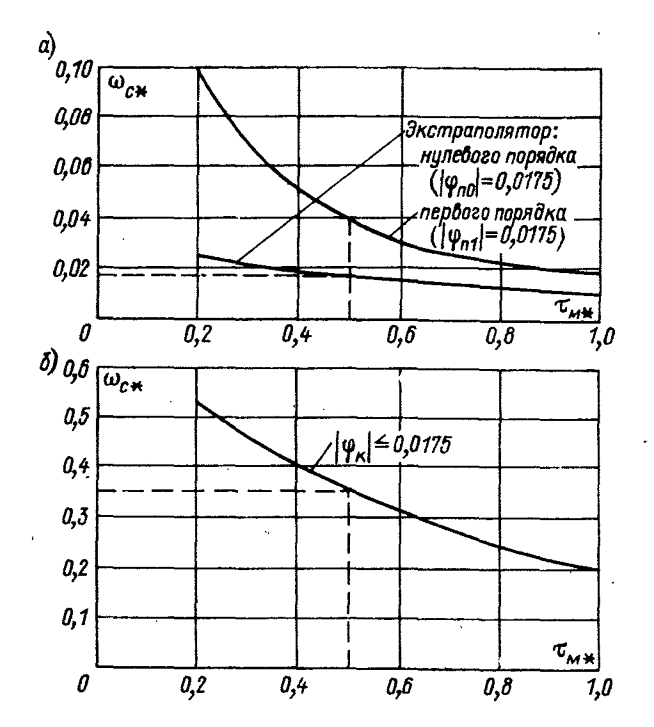


Рис. 3.13. К возможности пренебрежения ошибками второго типа

Для этого на основании последнего выражения необходимо вычислить фазовые частотные характеристики $\varphi_к = \varphi\,[W_{п0}(j\omega_*) \times W_к(j\omega_*)]$ при различных значениях $\tau_{м*}$ и определить такие соотношения между ω_{c*} и $\tau_{м*}$, при которых выполняется неравенство $|\varphi_к| \leqslant 0{,}0175$. Результаты такого расчета показаны на рис. 3.13, *б*.

Пусть в среднем на время вычисления алгоритма управления затрачивается половина периода дискретизации системы T_0, т. е. выполняется условие $\tau_{м*} = 0{,}5$. Тогда из анализа кривых на рис. 3.13 следует, что ошибками второго типа можно пренебречь, если для ω_c и информационной полосы частот дискретной системы $\omega_и = \pi/T_0$ выполняются соотношения:

$$\omega_c \leqslant 0{,}006\omega_и \quad \text{или} \quad \omega_c \leqslant 0{,}013\omega_и, \qquad (3.13)$$

когда ЦАП имеет характеристику экстраполятора, соответственно, нулевого или первого порядка, и

$$\omega_c \leqslant 0{,}11\omega_и, \qquad (3.14)$$

когда в прямом канале управления применяется дополнительное корректирующее устройство.

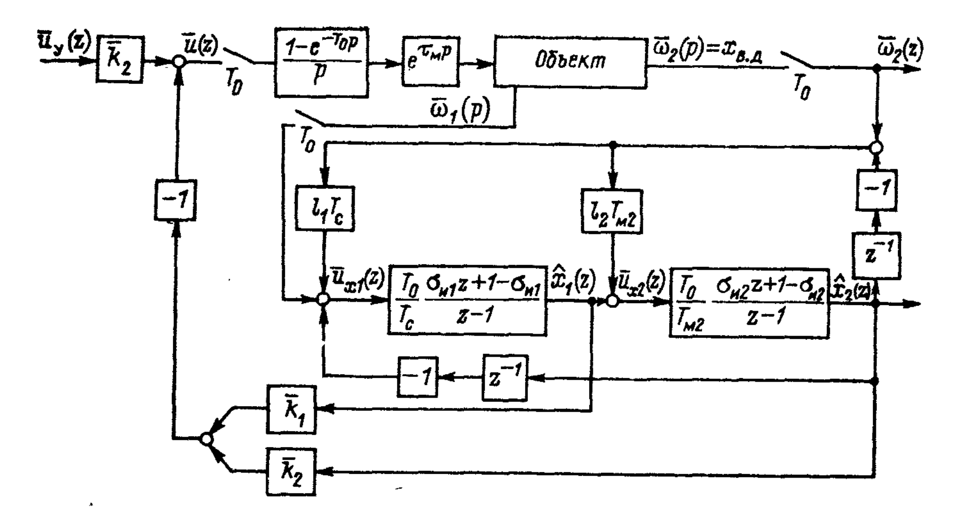


Рис. 3.14. Структурная схема системы с наблюдателем при замене интеграторов их дискретной аппроксимацией

Выбор значения T_0, при котором выполняется хотя бы условие (3.14), обеспечивает реализуемость алгоритма управления средствами ЭВМ на основе структурного метода.

В качестве примера обратимся к цифровой реализации непрерывной системы управления (см. рис. 3.2). Структурный метод предполагает формальный переход от аналоговой ДСС к описанию системы в дискретной форме. Результат такого перехода представлен в виде структурной схемы на рис. 3.14, где непрерывные процессы интегрирования заменены их дискретными аппроксимациями (3.7). В прямом канале управления учтено запаздывание на время вычисления алгоритма и преобразование сигнала из цифровой формы в дискретную, а в цепях обратных связей наблюдателя — запаздывание на время T_0. На основании выполненной дискретной аппроксимации алгоритм управления может быть представлен в виде операторных уравнений:

$$\bar{u}_{x1}(z)=\bar{\omega}_1(z)+l_1T_c\bar{\omega}_2(z)-(l_1T_c+1)\hat{x}_2(z)z^{-1};$$

$$\hat{x}_1(z)=\hat{x}_1(z)z^{-1}+(T_0/T_c)\left[\sigma_{и1}\bar{u}_{x1}(z)+(1-\sigma_{и1})\bar{u}_{x1}(z)z^{-1}\right];$$

$$\bar{u}_{x2}(z)=\hat{x}_1(z)+l_2T_{м2}\left[\bar{\omega}_2(z)-\hat{x}_2(z)z^{-1}\right];$$

$$\hat{x}_2(z)=\hat{x}_2(z)z^{-1}+(T_0/T_{м2})\left[\sigma_{и2}\bar{u}_{x2}(z)+(1-\sigma_{и2})\bar{u}_{x2}(z)z^{-1}\right];$$

$$\bar{u}(z)=\bar{k}_2\bar{u}_y(z)-\bar{k}_1\hat{x}_1(z)-\bar{k}_2\hat{x}_2(z),$$

а затем с использованием теоремы запаздывания и упреждения в виде разностных уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&\bar{u}_{x1}(n+1)=\bar{\omega}_1(n+1)+l_1T_c\bar{\omega}_2(n+1)-(l_1T_c+1)\hat{x}_2(n);\\
&\hat{x}_1(n+1)=\hat{x}_1(n)+(T_0/T_c)\left[\sigma_{н1}\bar{u}_{x1}(n+1)+(1-\sigma_{н1})\bar{u}_{x1}(n)\right];\\
&\bar{u}_{x2}(n+1)=\hat{x}_1(n+1)+l_2T_{м2}\left[\bar{\omega}_2(n+1)-\hat{x}_2(n)\right];\\
&\hat{x}_2(n+1)=\hat{x}_2(n)+(T_0/T_{м2})\left[\sigma_{н2}\bar{u}_{x2}(n+1)+(1-\sigma_{н2})\bar{u}_{x2}(n)\right];\\
&\bar{u}(n+1)=\bar{k}_2\bar{u}_{у}(n+1)-\bar{k}_1\hat{x}_1(n+1)-\bar{k}_2\hat{x}_2(n+1).
\end{aligned}\right\} \tag{3.15}$$

Для завершения подготовки математического описания дискретного алгоритма управления к программированию на ЭВМ необходимо оценить желаемое значение периода дискретизации T_0 и возможность его реализации. Следовательно, требуется определить частоту ω_c, которая характеризует область существенных частот для проектируемой системы. Если система управления выполняется по принципам модального управления с наблюдателем полного порядка, то это может быть сделано на основе анализа корней характеристического уравнения исходной непрерывной системы. В общем случае характеристическое уравнение устойчивой системы n-го порядка имеет m вещественных $(a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_m)$ и $(n-m)/2$ пар комплексно-сопряженных корней вида $\alpha_i \pm j\beta_i$, где $i = 1,\ 2,\ \ldots,\ (n-m)/2$. При определении ω_c вычисляются корни характеристического уравнения и из них составляется последовательность

$$|a_1|;\quad |a_2|;\quad \ldots;\quad |a_m|;\ \sqrt{\alpha_1^2+\beta_1^2},\ \ldots,\ \sqrt{\alpha^2_{(n-m/2)}+\beta^2_{(n-m/2)}},$$

и значение ω_c принимается равным $\omega_c = 2s$, где s — максимальное значение из этой последовательности.

В конкретном примере ω_c может быть определена на основе только корней характеристического уравнения наблюдателя, если считать, что при вычислении значений коэффициентов модального регулятора $\mathbf{k}$ и коэффициентов наблюдателя $\mathbf{L}$ соблюдается условие $\omega_0 \leqslant \omega_{0н}$. Поскольку характеристическое уравнение наблюдателя выбрано соответствующим стандартной форме Баттерворта второго порядка и его корни равны: $p_{1-2} = -0{,}707\ \omega_{0н} \pm j\ 0{,}707\,\omega_{0н}$, то область существенных частот можно определить как

$$\omega_c = 2\sqrt{0{,}49\omega_{0н}^2+0{,}51\omega_{0н}^2} = 2\omega_{0н}.$$

Теперь в результате совместного анализа производительности конкретной ЭВМ, объема и сложности вычисления алгоритма (3.15) необходимо решить вопрос о возможности выполнения одного из условий (3.13), например, соответствующего применению ЦАП с характеристиками экстраполятора нулевого порядка. Это усло-

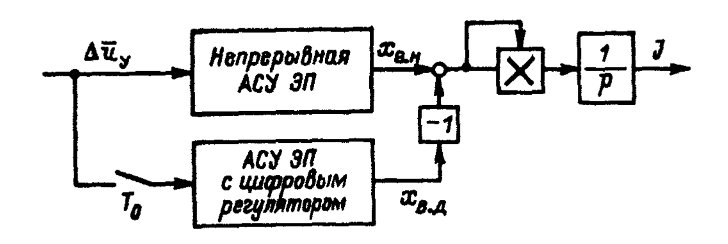


Рис. 3.15. Математическая модель для сравнения непрерывной системы и системы с цифровым регулятором

вие для конкретного значения $\omega_{0н}$ можно записать в виде $2\omega_{0н} \leqslant \leqslant 0{,}006\ \omega_н$, т. е. $2\omega_{0н} \leqslant 0{,}019/T_0$.

Если производительность ЭВМ такова, что это условие выполняется, подбор коэффициентов фазовой коррекции $\sigma_{иj}$ в алгоритме (3.15) можно не производить. В этом случае соотношение между ω_0 и T_0 таково, что ошибками первого типа можно пренебречь при любом значении $\sigma_{иj}$ из диапазона $0{,}5 \leqslant \sigma_{иj} \leqslant 1$, поэтому целесообразно принять все значения $\sigma_{иj} = 1$, что приводит к упрощению правых частей уравнений (3.15), в выражения которых входят $\sigma_{иj}$.

В противном случае период дискретизации системы должен быть выбран исходя из необходимости выполнения условия (3.14). При этом потребуется подобрать такие значения $\sigma_{иj}$, которые обеспечат минимальные ошибки дискретной аппроксимации непрерывного алгоритма.

Для определения желаемых значений $\sigma_{иj}$ следует построить математическую модель, представленную на рис. 3.15 и включающую в себя как непрерывную систему (см. рис. 3.2), так и систему с дискретным регулятором (рис. 3.14). Использование такой модели позволяет решить задачу подбора оптимальных значений $\sigma_{иj}$ путем минимизации функционала вида

$$J = \int_0^T [x_{в.\,и}(t) - x_{в.\,д}(t)]^2\, dt,$$

где $x_{в.н}$ и $x_{в.д}$ — выходные переменные соответственно в полностью непрерывной системе и в системе с дискретным регулятором; T — время перехода этих систем из одного устойчивого состояния в другое при отработке ступенчатого управляющего воздействия $\overline{\Delta u}_у$.

3.4. Программые средства для микропроцессорной реализации АСУ ЭП

Поскольку детализированная структурная схема характеризуется конечным числом математических операций, структурный метод разработки цифровых алгоритмов управления создает хорошую

методологическую основу для формализации процесса программирования и реализации соответствующих алгоритмов. Решение этой задачи может быть достигнуто путем создания библиотеки программных модулей, каждый из которых по функциональному назначению соответствует определенной математической операции на ДСС. Все программные единицы этой библиотеки, учитывая фактор реального времени, целесообразно выполнять на макроассемблере, в виде отдельных макрокоманд. Передачу входной и выходной информации для всех макрокоманд библиотеки следует производить через одни и те же регистры общего назначения ЭВМ. Соблюдение этого условия обеспечит при необходимости возможность объединения отдельных макрокоманд в общий алгоритм управления без дополнительных пересылок информации.

Состав основных макрокоманд библиотеки, которые необходимы для реализации цифровых АСУ ЭП, разработанных на основе структурного метода, представлен в табл. 3.1.

Центральной программной единицей библиотеки является макрокоманда INT1, реализующая операцию интегрирования входной переменной с заданной постоянной времени $T_{\text{и}j}$ и требуемым коэффициентом фазовой коррекции $\sigma_{\text{и}j}$, а также с заданным значением уровня выходной переменной. Вычисление интеграла производится по выражению

$$y_n = \frac{T_0}{T_{\text{и}\,j}} \sum_{i=1}^{n} [\sigma_{\text{и}\,j} x_i + (1 - \sigma_{\text{и}\,j})\, x_{i-1}],$$

где y_n и x_i — соответственно значения интеграла и входной переменной в момент времени $t = nT_0$. Алгоритм макрокоманды INT1 использует не само это выражение, а его модификацию

$$y_n = \left\{ \sum_{i=1}^{n} [10\sigma_{\text{и}j} x_i + (10 - 10\sigma_{\text{и}j}) x_{\text{и}-1}] \right\} \Big/ \left(10\, \frac{T_{\text{и}\,j}}{T_0} \right),$$

где введено масштабирование коэффициента фазовой коррекции $\sigma_{\text{и}\,j}$, а операция умножения на дробное число $T_0/(10T_{\text{и}j})$ заменена делением на целое $10T_{\text{и}\,j}/T_0$. Это позволяет средствами целочисленной арифметики реализовать дробное значение постоянной интегрирования $T_{\text{и}\,j}$ и коэффициента фазовой коррекции $\sigma_{\text{и}\,j}$.

Чтобы обеспечить возможную линейную зону изменения выходной переменной в диапазоне $y_n = \pm\ 32767$, операция $\sum_{i=1}^{n}$ в последнем выражении выполняется в формате двойной длины (32 двоичных разряда). Для эффективной реализации интегрирования коэффициент $10T_{\text{и}j}/T_0$, определяющий постоянную интегрирования $T_{\text{и}j}$ при заданном периоде дискретизации T_0, и величина ограничения выходной переменной вычисляется заранее перед запуском на выполнение программы реального времени.

Таблица 3.1

Обозначение на ДСС непрерывной системы	Обозначение на функциональной схеме цифровой системы	Синтаксис макрокоманд библиотеки
$x \rightarrow \boxed{\frac{1}{T_{иj}p}} \rightarrow y$	$T_{иj}$; $x \rightarrow \boxed{j \mid INT1} \rightarrow y$	INT1 X, Y, F F — коэффициент фазовой коррекции
$x \rightarrow \boxed{T_{дj}p} \rightarrow y$	$T_{дj}$; $x \rightarrow \boxed{j \mid DRV1} \rightarrow y$	DRV1 X, Y
$x_1, x_2 \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow y$ при $x_2 = k = \text{const}$ $x_1 \rightarrow \boxed{k} \rightarrow y$	$x_1, x_2 \rightarrow \boxed{MUL1} \rightarrow y$	MUL1 X1, X2, Y
	$x_1, x_2 \rightarrow \boxed{MUL2} \rightarrow y$	MUL2 X1, X2, Y
$x_1, x_2 \rightarrow \boxed{\div} \rightarrow y$	$x_1, x_2 \rightarrow \boxed{DIV1} \rightarrow y$	DIV1 X2, X1, Y
	$x_1, x_2 \rightarrow \boxed{DIV2} \rightarrow y$	DIV2 X2, X1, Y

Обозначение на ДСС непрерывной системы	Обозначение на функциональной схеме цифровой системы	Синтаксис макрокоманд библиотеки
	SUM1	SUM1 X1, X2, Y
	SUM2	SUM2 X1, X2, Y
	SUB1	SUB1 X2, X1, Y
	SUB2	SUB2 X2, X1, Y
	LIM1	LIM1 X, K1, K2, Y
	LIMR1	LIMR1 X, K1, K2, Y
	ABS1	ABS1 X, Y
	SQRT1	SQRT1 X, Y

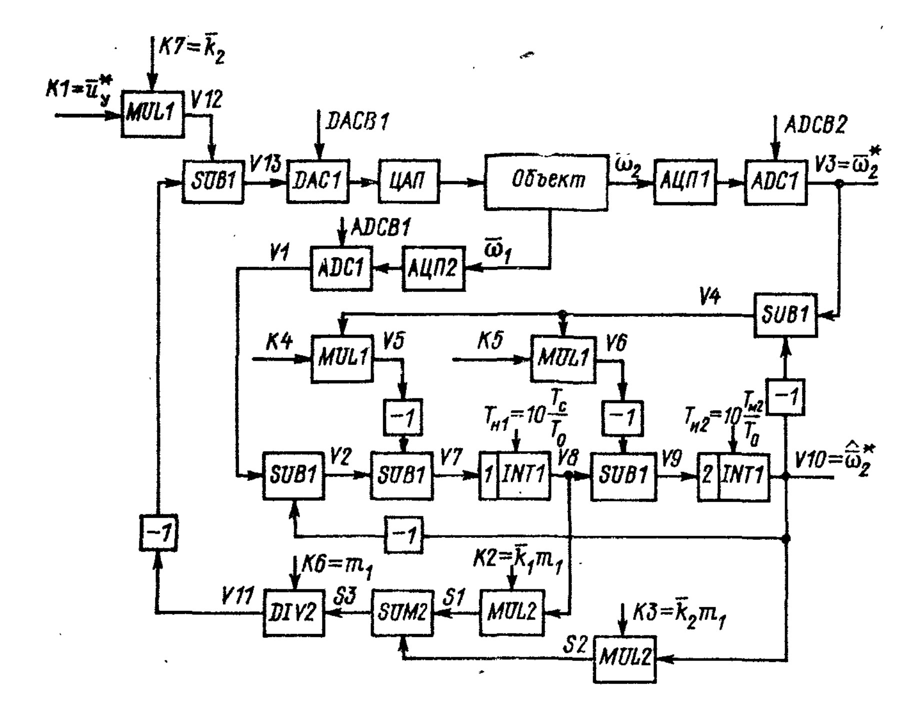


Рис. 3.16. Функциональная схема системы, реализованной средствами ЭВМ

Каждой макрокоманде библиотеки присвоен соответствующий буквенный идентификатор, который заканчивается цифрой «1», если операция преобразования выполняется в одинарном формате (16 двоичных разрядов), или цифрой «2», если допускается представление хотя бы одного операнда в формате двойной длины.

При реализации цифровых АСУ ЭП с применением различного типа датчиков и преобразователей (ЦАП, АЦП) состав макрокоманд, представленных в табл. 3.1, следует дополнить. Например, для опроса текущего состояния регистра N-го канала АЦП с символическим адресом ADCBN и пересылки результата по адресу X может быть создана макрокоманда

ADC1 X, ADCBN,

а для пересылки содержимого ячейки памяти с адресом Y в N-й канал ЦАП с адресом DACBN, макрокоманда

DAC1 Y, DACBN.

Таким образом библиотеку макрокоманд следует рассматривать как открытую единицу, состав которой при необходимости может быть всегда расширен.

С целью эффективного программирования цифровых алгоритмов управления целесообразно от математического описания непрерывной системы в виде ДСС перейти к функциональной схеме цифровой системы, в которой каждая элементарная операция на ДСС заменена соответствующей макрокомандой.

Пусть систему управления (см. рис. 3.2) требуется реализовать средствами ЭВМ. Соответствующая ей функциональная схема показана на рис. 3.16, где V_i, S_i — символические адреса одноформатных и двухформатных массивов переменных, которые используются для хранения в течение всего периода дискретизации системы T_0 результатов, полученных при выполнении соответствующих макрокоманд библиотеки; k_i — символические адреса массива постоянных коэффициентов. В конкретном примере отдельным постоянным коэффициентам алгоритма управления присвоены следующие значения: $K1 = \bar{u}_у$; $K2 = \bar{k}_1 m_1$; $K3 = \bar{k}_2 m_1$; $K4 = l_1 T_c$; $K5 = l_2 T_{м2}$; $K6 = m_1$; $K7 = \bar{k}_2$, в которых масштабный множитель m_1 введен с целью повышения точности реализации коэффициентов регулятора $\bar{k}_1$ и $\bar{k}_2$ средствами целочисленной арифметики. На основании функциональной схемы алгоритм цифровой системы управления может быть реализован следующей последовательностью макрокоманд:

```
ADC1  V1, ADCB1
SUB1  V10, V1, V2
ADC1  V3, ADCB2
SUB1  V10, V3, V4
MUL1  K4, V4, V5
SUB1  V5, V2, V7
INT1  V7, V8, F1
MUL1  K5, V4, V6
SUB1  V6, V8, V9
INT1  V9, V10, F2
MUL2  K2, V8, S1
MUL2  K3, V10, S2
SUM2  S1, S2, S3
DIV2  S3, K6, V11
MUL1  K1, K7, V12
SUB1  V11, V12, V13
DAC1  V13, DACB1
```

Постоянная интегрирования для первой по порядку реализации макрокоманды $INT1$ задается коэффициентом $10T_c/T_0$, а для второй —$10T_{м2}/T_0$.

Для каждой макрокоманды из состава библиотеки можно заранее определить время ее реализации, исходя из конкретного типа ЭВМ и тактовой частоты процессора, а следовательно, и общее машинное время $\tau_м$, которое потребуется для реализации всего алгоритма. Это позволяет при проектировании цифровых АСУ ЭП на основе структурного метода, обоснованно выбрать период дискретизации системы и значения коэффициентов фазовой коррекции цифровых интеграторов.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

ИССЛЕДОВАНИЕ И НАЛАДКА АСУ ЭП С УПРУГОСТЬЮ СРЕДСТВАМИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

4.1. Методика разработки математического описания объекта на основе экспериментальных частотных характеристик

При разработке, проектировании и наладке АСУ ЭП необходимо располагать математическим описанием объекта управления. Такое описание должно создаваться параллельно с разработкой механизма, для приведения которого предназначается АСУ ЭП. Однако в некоторых случаях, особенно когда механизм представляет собой сложную конструкцию, это описание имеет приближенный характер и может возникнуть задача идентификации объекта в ходе натурных испытаний.

Если существует возможность в процессе идентификации обеспечить линеаризацию системы в результате исключения влияния сухого трения, зазоров, ограничения промежуточных координат, то наиболее эффективным способом математического описания линеаризованной системы надо признать экспериментальное определение логарифмических частотных характеристик (ЛЧХ). Одна из сложностей разработки математического описания состоит в том, что невозможно выполнить ее по одной ЛЧХ (так же, как по одной переходной характеристике), особенно в условиях, когда структура объекта точно неизвестна. Для доказательства достаточно указать на то, что даже в двухмассовой системе ЛЧХ, полученные на основании информации о скорости двигателя, не отражают влияния упругости, если $\gamma \approx 1$.

Следовательно, для разработки математической модели объекта желательно располагать комплексом ЛЧХ, отражающим динамику

двигателя и ИО. Задача становится особенно трудной, если объект не может быть представлен в виде двухмассовой системы. Обычно вследствие сложности объекта, фактической распределенности его параметров, невозможности в процессе эксперимента полностью исключить влияние нелинейностей, неучитываемых внешних воздействий и других причин оказывается почти невозможным, даже при выборе большой размерности модели, обеспечить точное совпадение ее ЛЧХ с экспериментальными частотными характеристиками объекта. Поэтому следует решить задачу аппроксимации экспериментальных ЛЧХ характеристиками, отвечающими определенной структуре модели с сосредоточенными параметрами. При ограниченном быстродействии АСУ ЭП необходимо стремиться обеспечить возможно лучшее совпадение аппроксимирующих характеристик с экспериментальными в существенной для системы управления частотной области, не требуя такого совпадения в зоне более высоких частот. Таким образом, в ходе идентификации объекта частотными методами должно быть разработано математическое описание механической части электромеханической системы, которое, не обеспечивая абсолютного совпадения характеристик модели и объекта, обеспечивает тем не менее адекватность ее реакции на типовые для объекта внешние воздействия.

При такой постановке задачи процесс разработки математической модели должен включать в себя следующие этапы:

1. На основании заранее заданной информации о конструкции механической части определяются число сосредоточенных масс и характер связей между ними. Для предполагаемой структуры строятся расчетные частотные характеристики, отражающие связи между скоростями отдельных масс.

2. Экспериментально определяется комплект логарифмических частотных характеристик объекта, для чего должна существовать возможность измерения скоростей в нескольких точках конструкции.

3. В результате качественного сравнения экспериментальных характеристик с расчетными устанавливается правильность принятой структуры модели и возможность использования ее в требуемом диапазоне частот.

4. Поскольку определенные из эксперимента значения частот резонансов и провалов ЛЧХ в общем случае могут не удовлетворять условиям совместности для аппроксимирующей модели, осуществляется корректировка частот.

5. По скорректированным значениям частот рассчитываются параметры детализированной структурной схемы аппроксимирующей модели.

6. Рассчитывается комплект характеристик модели и сравнивается с комплектом экспериментальных характеристик.

Опыт идентификации АСУ ЭП с упругими звеньями показывает, что в зоне частот, где необходимо определять логарифмические

частотные характеристики, электромеханическая система обычно с достаточной степенью точности может быть представлена многомассовой моделью с сосредоточенными параметрами при числе масс не более трех—четырех, из которых первой является масса двигателя.

Ниже рассматриваются расчетные ЛЧХ для четырехмассовой системы в предположении, что масса двигателя связана с первой массой ИО, а три массы исполнительного органа могут быть объединены в кольцевую, разветвленную или рядную схемы. Если механическое демпфирование невелико, задачу определения частот и задачу нахождения коэффициеитов механического демпфирования можно разделить, записав передаточные функции, связывающие приращения скоростей отдельных масс механизма со скоростью двигателя при $k_{cij} = 0$, а затем определив коэффициенты демпфирования колебательных звеньев, вошедших в эти передаточные функции. Соответствующие структурные схемы без учета демпфирования приведены в табл. 4.1. Считая входным воздействием изменение скорости двигателя ω_1 и записывая для кольцевой схемы систему уравнений в матричной форме, можно получить на основании выражения (2.3):

$$\frac{\Delta\overline{\omega}_2(p)}{\Delta\overline{\omega}_1(p)} = \frac{b_1 p^4 + b_2 p^2 + 1}{a_1 p^6 + a_2 p^4 + a_3 p^2 + 1};$$

$$\frac{\Delta\overline{\omega}_3(p)}{\Delta\overline{\omega}_1(p)} = \frac{c p^2 + 1}{a_1 p^6 + a_2 p^4 + a_3 p^2 + 1}; \qquad (4.1)$$

$$\frac{\Delta\overline{\omega}_4(p)}{\Delta\overline{\omega}_1(p)} = \frac{d p^2 + 1}{a_1 p^6 + a_2 p^4 + a_3 p^2 + 1},$$

где коэффициенты полиномов следующим образом связаны с параметрами модели:

$$a_1 = T_{м2} T_{м3} T_{м4} T_{c21} \frac{T_{c32} T_{c43} T_{c42}}{T_{c32} + T_{c43} + T_{c42}};$$

$$a_2 = \frac{T_{м2} T_{м3} T_{c21} T_{c32} (T_{c42} + T_{c42}) + T_{м2} T_{м4} T_{c42} T_{c21} (T_{c32} + T_{c43}) + T_{м3} T_{м4} T_{c43} (T_{c21} T_{c42} + T_{c42} T_{c32} + T_{c32} T_{c21})}{T_{c32} + T_{c43} + T_{c42}};$$

$$a_3 = T_{c21} (T_{м2} + T_{м3} + T_{м4}) + \frac{T_{м3} T_{c32} (T_{c42} + T_{c43}) + T_{м4} T_{c42} (T_{c32} + T_{c43})}{T_{c32} + T_{c43} + T_{c42}};$$

$$b_1 = T_{м3} T_{м4} \frac{T_{c32} T_{c42} T_{c43}}{T_{c32} + T_{c42} + T_{c43}};$$

$$b_2 = \frac{T_{м3} T_{c32} (T_{c42} + T_{c43}) + T_{м4} T_{c42} (T_{c32} + T_{c43})}{T_{c32} + T_{c42} + T_{c43}};$$

$$c = \frac{T_{м4} T_{c42} T_{c43}}{T_{c32} + T_{c42} + T_{c43}}; \qquad d = \frac{T_{м3} T_{c32} T_{c43}}{T_{c32} + T_{c42} + T_{c43}}.$$

Детализированная и преобразованная структурные схемы механической части электромеханической системы, а также вид логарифмических амплитудных частотных характеристик (ЛАЧХ) для кольцевой схемы представлены в первой строке табл. 4.1. Частоты $1/T_1$—$1/T_7$ могут быть определены в результате нахождения корней полиномов знаменателей и числителей передаточных функций (4.1).

Для получения математического описания разветвленной схемы (вторая строка в табл. 4.1) в выражениях для коэффициентов передаточных функций (4.1) надо принять $T_{c43} = \infty$. В рядной схеме надо принять $T_{c42} = 0$, в результате чего передаточные функции приобретают вид, показанный на преобразованной схеме в третьей строке табл. 4.1.

В результате анализа выражений (4.1) и построенных на их основе логарифмических амплитудных частотных характеристик

$$\mathrm{Lm}\,|\Delta\overline{\omega}_2(j\omega)/\Delta\overline{\omega}_1(j\omega)|, \quad \mathrm{Lm}\,|\Delta\overline{\omega}_3(j\omega)/\Delta\overline{\omega}_1(j\omega)|$$

$$\text{и } \mathrm{Lm}\,|\Delta\overline{\omega}_4(j\omega)/\Delta\overline{\omega}_1(j\omega)|,$$

связывающих со скоростью двигателя скорости, соответствеино, второй, третьей и четвертой масс, можно отметить их особенности:

1. Для рядной схемы характерно отсутствие в характеристике $\mathrm{Lm}\,|\Delta\overline{\omega}_4(j\omega)/\Delta\overline{\omega}_1(j\omega)|$ провалов; частота провала в характеристике $\mathrm{Lm}\,|\Delta\overline{\omega}_3(j\omega)/\Delta\overline{\omega}_1(j\omega)|$ совпадает с частотой одного из провалов в $\mathrm{Lm}\,|\Delta\overline{\omega}_2(j\omega)/\Delta\overline{\omega}_1(j\omega)|$.

2. Разветвлениая схема характеризуется наличием провала ЛАЧХ как в $\mathrm{Lm}\,|\Delta\overline{\omega}_3(j\omega)/\Delta\overline{\omega}_1(j\omega)|$, так и в $\mathrm{Lm}\,|\Delta\overline{\omega}_4(j\omega)/\Delta\overline{\omega}_1(j\omega)|$, частота каждого из них совпадает с частотой одного из провалов характеристики $\mathrm{Lm}\,|\Delta\overline{\omega}_2(j\omega)/\Delta\overline{\omega}_1(j\omega)|$.

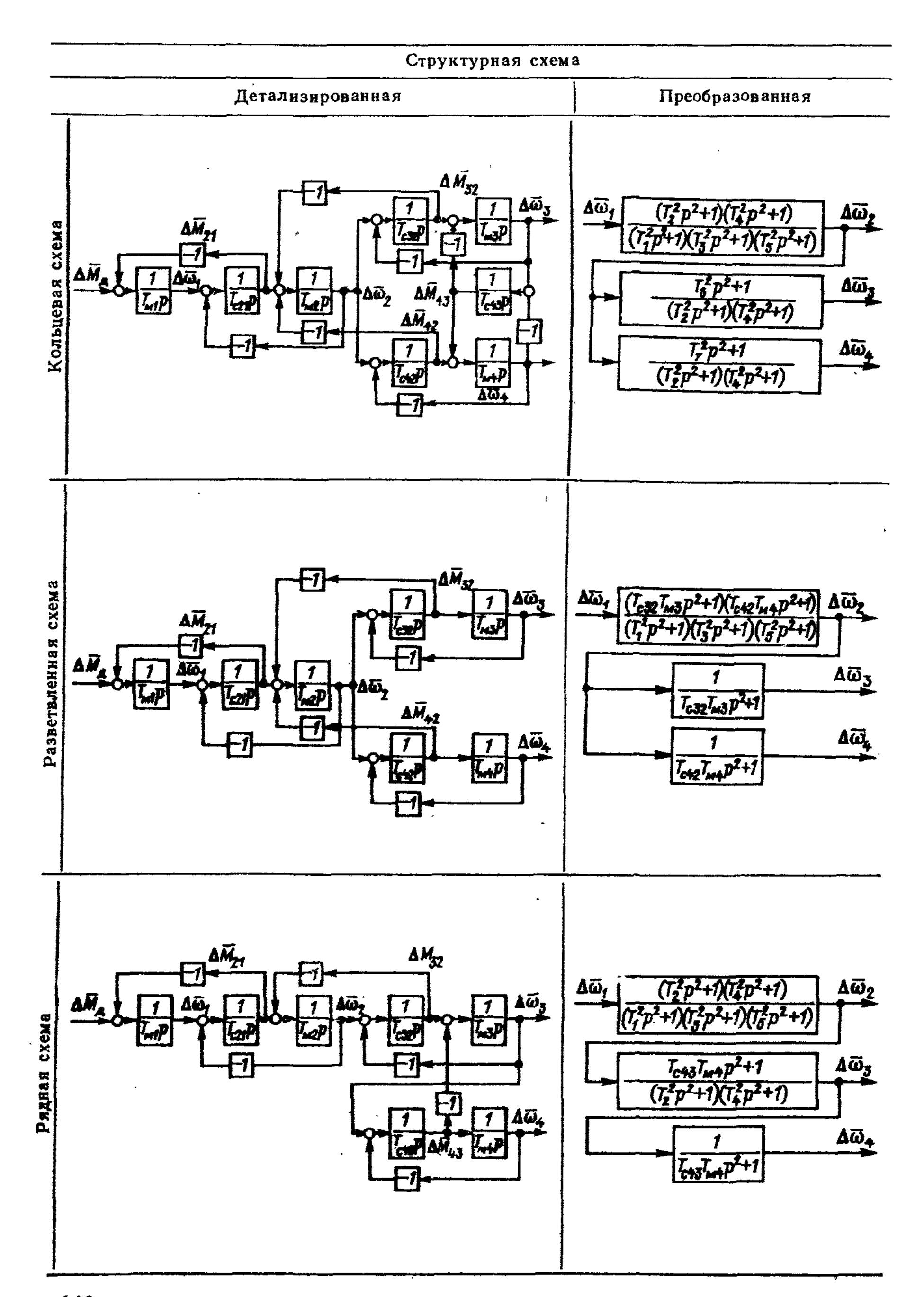
3. Характеристики кольцевой схемы внешне не отличаются от характеристик разветвленной схемы, но частоты всех провалов в

$$\mathrm{Lm}\,|\Delta\overline{\omega}_2(j\omega)/\Delta\overline{\omega}_1(j\omega)|, \quad \mathrm{Lm}\,|\Delta\overline{\omega}_3(j\omega)/\Delta\overline{\omega}_1(j\omega)|$$

и $\mathrm{Lm}\,|\Delta\overline{\omega}_4(j\omega)/\Delta\overline{\omega}_1(j\omega)|$ различны.

Зная особенности ЛАЧХ, соответствующих различным конфигурациям модели, можно с наибольшей степенью достоверности аппроксимировать экспериментальные ЛЧХ характеристиками модели того или иного вида.

Простейший способ экспериментального определения комплекта ЛЧХ объекта состоит в снятии и последующей обработке осциллограмм вынужденных колебаний элементов конструкции, возбуждаемых синусоидальными сигналами различной частоты на входе системы. Достоинством способа является возможность одновременной фиксации нескольких координат объекта. Однако метод требует большого объема ручной работы.



Структурная схема
Детализированная
Преобразованная
Кольцевая схема
Разветвленная схема
Рядная схема
ΔM̄д
Δω̄1
Δω̄2
Δω̄3
Δω̄4
ΔM̄21
ΔM̄32
ΔM̄42
ΔM̄43
(T2²p²+1)(T4²p²+1)
(T1²p²+1)(T3²p²+1)(T5²p²+1)
T6²p²+1
(T2²p²+1)(T4²p²+1)
T7²p²+1
(Tс32Tм3p²+1)(Tс42Tм4p²+1)
1
Tс32Tм3p²+1
Tс42Tм4p²+1
Tс43Tм4p²+1

Вид ЛАЧХ		
$Lm \mid \Delta\bar{\omega}_2(j\omega)/\Delta\bar{\omega}_1(j\omega)\mid$	$Lm \mid \Delta\bar{\omega}_3(j\omega)/\Delta\bar{\omega}_1(j\omega)\mid$	$Lm \mid \Delta\bar{\omega}_4(j\omega)/\Delta\bar{\omega}_1(j\omega)\mid$
$\frac{1}{T_1}$ $\frac{1}{T_3}$ ω $\frac{1}{T_2}$ $\frac{1}{T_4}$ $\frac{1}{T_6}$	$\frac{1}{T_3}$ ω $\frac{1}{T_1}$ $\frac{1}{T_6}$ $\frac{1}{T_5}$	$\frac{1}{T_1}$ $\frac{1}{T_3}$ ω $\frac{1}{T_5}$ $\frac{1}{T_6}$
$\frac{1}{T_1}$ $\frac{1}{\sqrt{T_{c32}T_{м3}}}$ $\frac{1}{T_3}$ $\frac{1}{\sqrt{T_{c42}T_{м4}}}$ ω $\frac{1}{T_5}$	$\frac{1}{\sqrt{T_{c42}T_{м4}}}$ $\frac{1}{T_3}$ $\frac{1}{T_5}$ ω $\frac{1}{T_1}$	$\frac{1}{T_1}$ $\frac{1}{\sqrt{T_{c32}T_{м3}}}$ $\frac{1}{T_3}$ $\frac{1}{T_5}$ ω
$\frac{1}{T_1}$ $\frac{1}{T_3}$ ω $\frac{1}{T_2}$ $\frac{1}{T_4}$ $\frac{1}{T_5}$	$\frac{1}{T_3}$ $\frac{1}{\sqrt{T_{c43}T_{м4}}}$ ω $\frac{1}{T_1}$ $\frac{1}{T_5}$	$\frac{1}{T_3}$ ω $\frac{1}{T_1}$ $\frac{1}{T_5}$

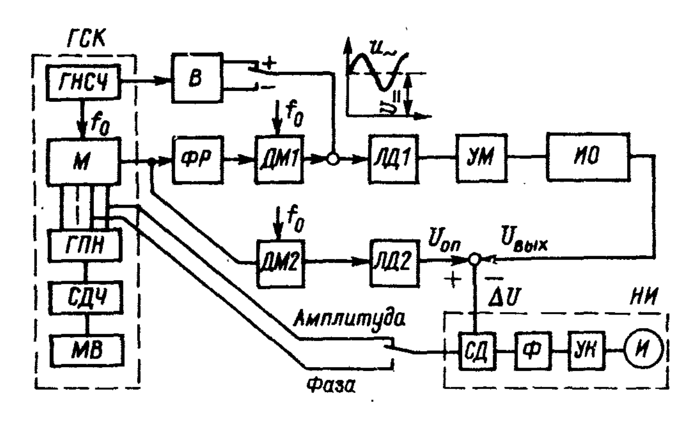


Рис. 4.1. Функциональная схема прибора ИЛЧХ-5

На рис. 4.1 приведена функциональная схема портативного прибора ИЛЧХ-5, предназначенного для экспериментального определения ЛЧХ [23]. Она содержит статический генератор синусоидальных колебаний (мультивибратор) *МВ*, счетный делитель частоты *СДЧ*, генератор прямоугольных напряжений *ГПН* и модулятор *М*, а также генератор несущей частоты *ГНСЧ*, фазорегулятор (сельсин *ФР*), логарифмические делители напряжения *ЛД1* и *ЛД2*, нуль-индикатор *НИ* (синхронный детектор *СД*, фильтр *Ф*, усилитель напряжения *УН*, индикатор-микроамперметр *И*). Мультивибратор *МВ* с диапазоном регулирования частоты 1 : 2 и триггерный двоичный одиннадцатиразрядный счетчик *СДЧ* обеспечивают необходимый диапазон плавного изменения частоты прямоугольных импульсов, поступающих на вход *ГПН*; последний создает шесть прямоугольных напряжений, сдвинутых между собой на угол 30°. Эти напряжения суммируются в модуляторе *М*, где образуют трехфазную систему напряжений для питания фазорегулятора. Одновременно два напряжения, сдвинутые между собой на 90°, служат для синфазного и квадратурного управления *СД* при раздельной компенсации измеряемого сигнала соответственно по амплитуде и по фазе.

Напряжения до и после фазорегулятора выпрямляются демодуляторами *ДМ1* и *ДМ2*. Напряжение демодулятора *ДМ1* суммируется с напряжением постоянной составляющей $U_=$ и после усилителя мощности *УМ* поступает на вход исследуемого объекта *ИО*. Напряжение второго демодулятора является опорным и подается в схему сравнения. Разность выходного и опорного напряжений подается на нуль-индикатор.

Общая инструментальная погрешность измерителя ИЛЧХ-5 при снятии частотных характеристик линейных систем составляет 4—5 %. Достоинствами прибора являются его портативность, про-

стота включения в схему, удобство отсчета показаний непосредственно в виде амплитуды в логарифмическом масштабе и фазы в градусах. Однако прибор — одноканальный, что позволяет одновременно снимать только одну характеристику.

В тех случаях когда в состав управляющего комплекса входит ЭВМ, определить ЛЧХ можно с ее помощью [76]. Функциональная схема системы для определения частотных характеристик в этом случае приведена на рис. 4.2. Синусоидальный сигнал с генератора низкой частоты поступает в ЭВМ, где используется в качестве опорного при вычислении частотных характеристик, а также в блок усилителей БУ, в котором он масштабируется для задания требуемой амплитуды колебаний конструкции и суммируется с сигналом задания постоянной скорости $u_=$, что необходимо для исключения влияния сухого трения. Суммарный сигнал поступает на вход замкнутого контура скорости АСУ ЭП, задавая среднюю скорость движения механизма и возбуждая колебания на заданной частоте. Выходные сигналы $u_{\text{д.с1}}$ — $u_{\text{д.с}k}$ с датчиков скорости, измеряющих скорости элементов конструкции, также подаются на вход БУ, где

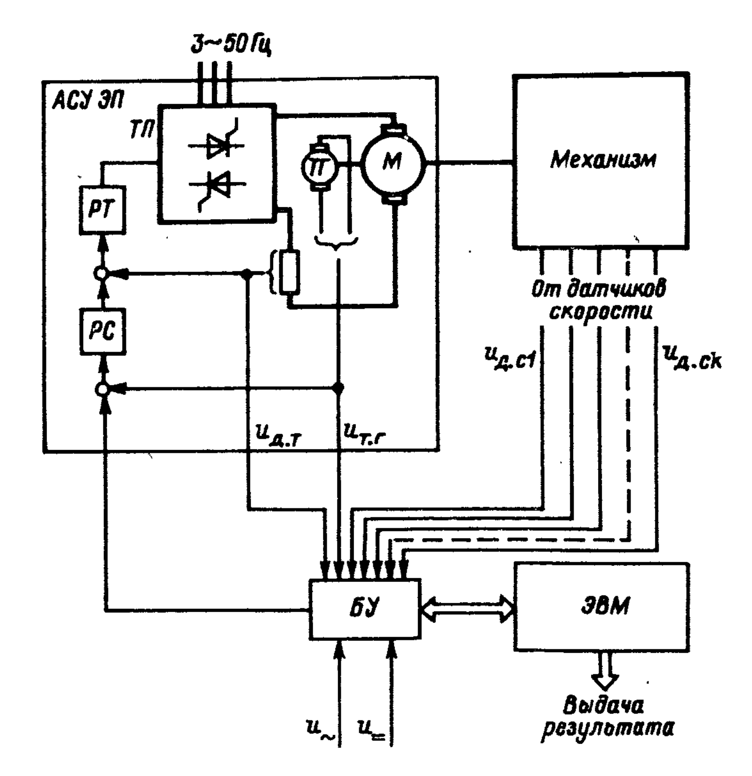


Рис. 4.2. Функциональная схема системы для определения ЛЧХ с помощью ЭВМ

производится их аналоговая фильтрация и масштабирование перед подачей на вход аналого-цифрового преобразователя ЭВМ управляющего комплекса. В ЭВМ формируются массивы данных, вычисляются амплитуды и фазы при данной частоте, результаты расчетов выводятся на печать. На управляющий комплекс возложены также функции контроля и управления. В случае превышения напряжением ГНЧ или током якоря предельно допустимых значений выдается сигнал оператору, а ГНЧ отключается от входа АСУ ЭП, что предотвращает возникновение аварийных режимов. При изменении частоты от 0,1 до 10 Гц (от 0,628 до 62,8 рад/с) по каждому из каналов снимается от 50 до 100 точек за период колебаний. Для получения достоверной оценки в расчет могут быть введены данные по нескольким периодам. После завершения формирования массивов сигнал ГНЧ отключается от входа системы.

В основу вычисления ЛЧХ положен алгоритм дискретной фильтрации Фурье [64]. Определение вещественной и мнимой частей частотной передаточной функции при возбуждении объекта синусоидальным входным сигналом $u(t) = U_0 \sin \omega t$ может быть выполнено в дискретной форме в соответствии с выражениями:

$$U_k = \frac{2}{U_0 N} \sum_{i=0}^{N-1} y(t_i) \cos\left(2\pi \frac{i}{N}\right);$$

$$V_k = \frac{2}{U_0 N} \sum_{i=0}^{N-1} y(t_i) \sin\left(2\pi \frac{i}{N}\right),$$

где при данной частоте $N = 2\pi/(\omega T_0)$ — определенное с учетом периода дискретизации T_0 число отсчетов за период; $y(t_i)$ — выходная величина в i-й момент отсчета; i — номер момента отсчета. Таким образом, процедура определения вещественной и мнимой частей частотной передаточной функции сводится к умножению выходного сигнала в дискретные моменты времени на $\sin(2\pi i/N)$ или $\cos(2\pi i/N)$ и вычислению в определенном масштабе суммы этих произведений за период.

С целью повышения точности определения ЛЧХ измерение производится в течение нескольких периодов с усреднением результата по рекуррентным формулам:

$$\left.\begin{aligned} \tilde{U}_k &= \tilde{U}_{k-1} + (U_k - \tilde{U}_{k-1})/k; \\ \tilde{V}_k &= \tilde{V}_{k-1} + (V_k - \tilde{V}_{k-1})/k, \end{aligned}\right\} \qquad (4.2)$$

где U_k и V_k определены иа k-м периоде, а волной сверху отмечены средние значения.

Необходимая длина выборки определяется в процессе измерения в зависимости от среднего квадратического отклонения средних значений характеристик, которое не должно превышать неко-

торого заданного малого значения ε. С этой целью вещественная и мнимая частотные характеристики рассматриваются как случайные величины с гауссовским распределением, для которых оценки дисперсий определяются как

$$\left.\begin{aligned} D_{\widetilde{U}} &= \frac{1}{k(k-1)} \sum_{1}^{k} (U_k - \widetilde{U}_k)^2; \\ D_{\widetilde{V}} &= \frac{1}{k(k-1)} \sum_{1}^{k} (V_k - \widetilde{V}_k)^2. \end{aligned}\right\} \qquad (4.3)$$

Процесс измерений заканчивается, когда выполняются условия

$$\sqrt{D_{\widetilde{U}}} \leqslant \varepsilon; \quad \sqrt{D_{\widetilde{V}}} \leqslant \varepsilon.$$

Структурная схема алгоритма определения частотных характеристик приведена на рис. 4.3.

Вычислительный процесс определения частотных характеристик разделен на два раздела, выполненных с приоритетами разного уровня. В оперативном разделе вычисляется задающий сигнал, опрашиваются датчики и выполняется алгоритм управления. В фоновом разделе выполняется алгоритм определения частотных характеристик.

По определенным на объекте экспериментальным логарифмическим частотным характеристикам принимается конфигурация модели и находятся частоты резонансов и провалов аппроксимирующих логарифмических амплитудных частотных характеристик, т. е. постоянные времени, входящие в передаточные функции преобразованной структурной схемы (см. табл. 4.1). В случае кольцевой схемы, где частоты резонансов есть T_1^{-1}; T_3^{-1}; T_5^{-1}, а частоты провалов — T_2^{-1}; T_4^{-1}; T_6^{-1}; T_7^{-1}, на основании данных табл. 4.1 можно написать:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Delta\bar{\omega}_2(p)}{\Delta\bar{\omega}_1(p)} &= \frac{T_2^2 T_4^2 p^4 + \left(T_2^2 + T_4^2\right) p^2 + 1}{F(p)}; \\ \frac{\Delta\bar{\omega}_3(p)}{\Delta\bar{\omega}_1(p)} &= \frac{T_6^2 p^2 + 1}{F(p)}; \\ \frac{\Delta\bar{\omega}_4(p)}{\Delta\bar{\omega}_1(p)} &= \frac{T_7^2 p^2 + 1}{F(p)}, \end{aligned}\right\} \qquad (4.4)$$

где $F(p) = T_1^2 T_3^2 T_5^2 p^6 + (T_1^2 T_3^2 + T_3^2 T_5^2 + T_5^2 T_1^2) p^4 + (T_1^2 + T_3^2 + T_5^2) p^2 + 1$.

10 Заказ № 398

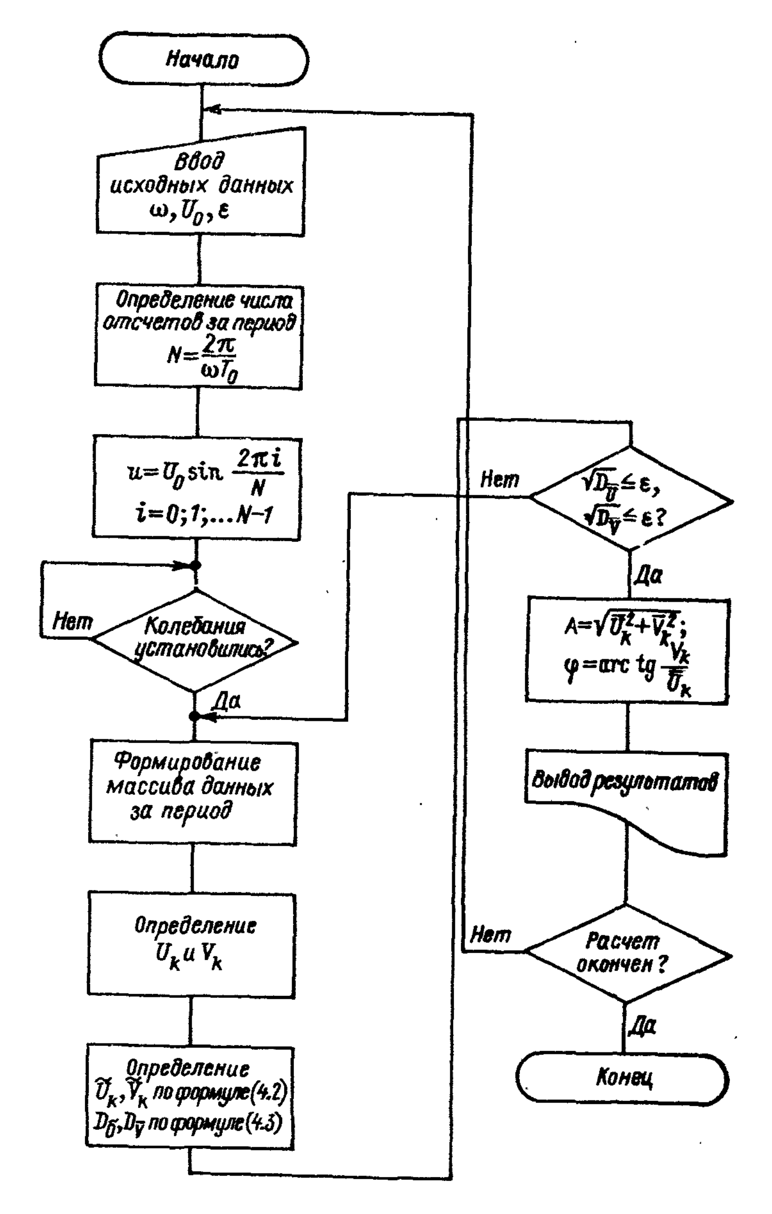


Рис. 4.3. Алгоритм определения ЛЧХ

Приравнивая коэффициенты полиномов числителей и знаменателя соответствующим коэффициентам в передаточных функциях (4.1), можно получить систему из семи нелинейных алгебраических

уравнений для определения семи параметров математической модели:

$$f_1(T_{м2};\quad T_{м3};\quad T_{м4};\ T_{c21};\ \ldots;\quad T_{c42}\quad T_1;\ \ldots;\ T_7)=0;$$

$$f_2(T_{м2};\quad T_{м3}\ ;T_{м4};\ T_{c21};\ \ldots;\ T_{c42};\quad T_1;\ \ldots;\ T_7)=0;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$f_7(T_{м2};\quad T_{м3};\ T_{м4};\quad T_{c21};\ \ldots;\ T_{c42};\quad T_1;\ \ldots;\ T_7)=0.$$

Как отмечалось выше, приближенно определенные по экспериментальным ЛАЧХ значения частот $T_1^{-1}-T_7^{-1}$ в общем случае могут не удовлетворять условию совместности уравнений этой системы. Чтобы эти уравнения могли быть разрешены относительно параметров модели, определенные по экспериментальным ЛАЧХ исходные значения постоянных времени T_1-T_7 должны быть откорректированы так, чтобы, с одной стороны, они отвечали условиям совместности, а с другой,— в минимально возможной степени отличались от исходных.

В четырехмассовой разветвленной схеме, где $T_2=T_7=\sqrt{T_{c32}\ T_{м3}}$; $T_4=T_6=\sqrt{T_{c42}\,T_{м4}}$, возможно любое сочетание частот T_1^{-1}; T_3^{-1}; T_5^{-1}. В рядной схеме корректировка исходных значений $T_1^{-1}-T_5^{-1}$ может оказаться необходимой.

Наиболее рационально для определения откорректированных значений постоянных времени использовать поиск на ЭВМ, добиваясь при заданной структуре объекта максимальной близости соответствующих им частот к частотам, соответствующим исходным значениям. В качестве критерия близости предлагается использовать значение функционала, который применительно к кольцевой модели записывается в виде

$$J=\sum_{i=1,\,3,\,5}(\omega_i-\omega_{i\,э})^2\,\nu_i+\sum_{j=2,\,4,\,6,\,7}(\omega_j-\omega_{j\,э})^2\,\nu_j. \qquad (4.5)$$

Здесь ω_i и $\omega_{iэ}$ — частоты резонансов, подлежащие определению и найденные из экспериментальных ЛАЧХ соответственно; ω_j и $\omega_{jэ}$ — то же для частот провалов; ν_i, ν_j — весовые коэффициенты, характеризующие требования к точности совпадения частот отдельных резонансов и провалов экспериментальных и аппроксимирующих ЛАЧХ. В результате его минимизации определяются параметры (постоянные времени) математической модели и соответствующие им значения частот резонансов ω_i и провалов ω_j.

В результате описанной процедуры оказываются определенными постоянные времени модели T_{c21}; $T_{м2}$; T_{c32}; $T_{м3}$; T_{c43}; $T_{м4}$; T_{c43} и откорректированные значения частот резонансов и антирезонансов аппроксимируемой ЛАЧХ. Дальнейшее уточнение вида аппроксимирующей ЛАЧХ и структуры модели должно быть осущест-

влено с учетом механического демпфирования. Учет сил внутреннего трения в упругих связях в предположении, что демпфирование невелико, приведет к замене консервативных звеньев в передаточных функциях, приведенных в табл. 4.1, полиномами второго порядка вида $T_k^2 p^2 + 2\xi_k T_k p + 1$ с коэффициентами демпфирования $\xi_k \neq 0$ почти без изменения значений постоянных времени $T_k = T_1 \ldots T_7$.

Для определения коэффициентов внутреннего трения нужно, записав выражения (4.1) с учетом демпфирования, приравнять коэффициенты при появившихся в этом случае в знаменателе и числителе слагаемых с переменной p в нечетных степенях соответствующим коэффициентам передаточных функций (4.4), записанных с учетом коэффициентов демпфирования k_{cij}. В результате в кольцевой схеме получается семь нелинейных алгебраических уравнений вида

$$f_i\,(T_{c21};\ \ T_{м2};\ T_{c32};\ T_{м3};\ \ T_{c43};\ \ T_{м4};\ T_{c42};\ \ k_{c21};\ \ k_{c32};\ k_{c43};\ k_{c42}) = \\ = F_i\,(T_1;\ \ldots\ T_7;\ \ \xi_1;\ \ldots\ \xi_7).$$

Учитывая малость значений коэффициентов демпфирования и коэффициентов трения k_{cij}, эти уравнения можно линеаризовать, отбросив как малые второго порядка слагаемые, содержащие их произведение, и вторые и более высокие степени. Для определения коэффициентов трения следует воспользоваться тремя уравнениями, связывающими их с коэффициентами демпфирования звеньев второго порядка, определенными по высоте резонансных всплесков экспериментальных ЛАЧХ на частотах T_1^{-1}; T_3^{-1}; T_5^{-1}. Для записи четвертого уравнения следует воспользоваться коэффициентами демпфирования звена 2-го порядка, характеризующего глубину провала ЛАЧХ на частоте T_6^{-1} или T_7^{-1}. Тогда система уравнений для определения коэффициентов трения в общем виде может быть записана как

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11}\alpha_{12}\alpha_{13}\alpha_{14} \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \alpha_{41}\alpha_{42}\alpha_{43}\alpha_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{c21} \\ k_{c32} \\ k_{c43} \\ k_{c42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_3 \\ \xi_5 \\ \xi_2 \end{bmatrix}. \qquad (4.6)$$

Входящие в эти уравнения коэффициенты α_{ij} представляют собой комбинации постоянных времени объекта и постоянных времени T_1—T_7, характеризующих частоты резонансов и провалов.

Как известно, уже при частоте, отличающейся на 20 % от T_k^{-1}, амплитуда частотной характеристики $\mathrm{Lm}\ |T_k^2 (j\omega)^2 + 2\xi_k T_k j\omega + 1|$ меняется всего на 1,1 дБ при изменении ξ_k от 0 до 0,1. Это обстоя-

тельство позволяет при слабом механическом демпфировании и частотах, отличающихся друг от друга не менее чем на 20 %, определить значение ξ_k, рассчитывая высоту резонансного всплеска или глубину провала ЛАЧХ на частоте провала в предположении, что демпфировано только рассматриваемое колебательное звено. Тогда входящие в уравнение (4.6) значения ξ_1; ξ_3; ξ_5; ξ_2 известны.

В результате описанной процедуры идентификации линеаризованного объекта оказываются определенными конфигурация и все параметры детализированной структурной схемы механической части объекта. Такая модель отличается наглядностью и универсальностью в том смысле, что позволяет решать задачи анализа динамики и синтеза как частотными методами, так и методами пространства состояния. Она легко сочленяется с моделью электрической части АСУ ЭП, в нее можно ввести нелинейности и оценивать по ней результаты воздействия на объект внешних возмущений.

4.2. Полунатурное моделирование систем управления электроприводами с упругостью

При разработке и изготовлении автоматизированных систем управления электроприводами далеко не всегда возможно проведение стендовых испытаний электрической части системы совместно с механизмом. Между тем такие испытания необходимы, в частности, потому, что наличие упругости между двигателем и механизмом, а также между отдельными элементами последнего существенно влияет на работу АСУ ЭП и часто требует особого подхода к выбору структуры и параметров регулятора (см. гл. 2). Решение может состоять в создании установки полунатурного моделирования [68], в которой натурный электродвигатель испытуемой АСУ ЭП сочленяется с нагрузочной машиной, воспроизводящей требуемый характер изменения момента нагрузки двигателя. Якорная цепь и токовый контур испытуемой АСУ ЭП являются при этом натурными, а моделированию подлежат механическая постоянная времени первой массы, момент инерции которой может, кроме якоря двигателя, включать в себя моменты инерции элементов механизма, жестко связанных с валом двигателя, и упругие свойства механизма, которые должны воспроизводиться на основе известного математического описания механической части системы.

Силовая часть системы (рис. 4.4, *а*) включает в себя испытуемые тиристорный преобразователь *ТП* и двигатель *М*, а также нагрузочную машину *НМ* со своим преобразователем *ТПН*. Предполагается, что система управления выполнена с подчиненным токовым контуром и что при использовании преобразователей с раздельным управлением приняты меры для линеаризации токовых контуров, например, в результате введения нелинейной коррекции [84] в виде блоков нелинейности *БН1*, с помощью которого компенсируется влияние обратной связи по ЭДС двигателя, и *БН2*,

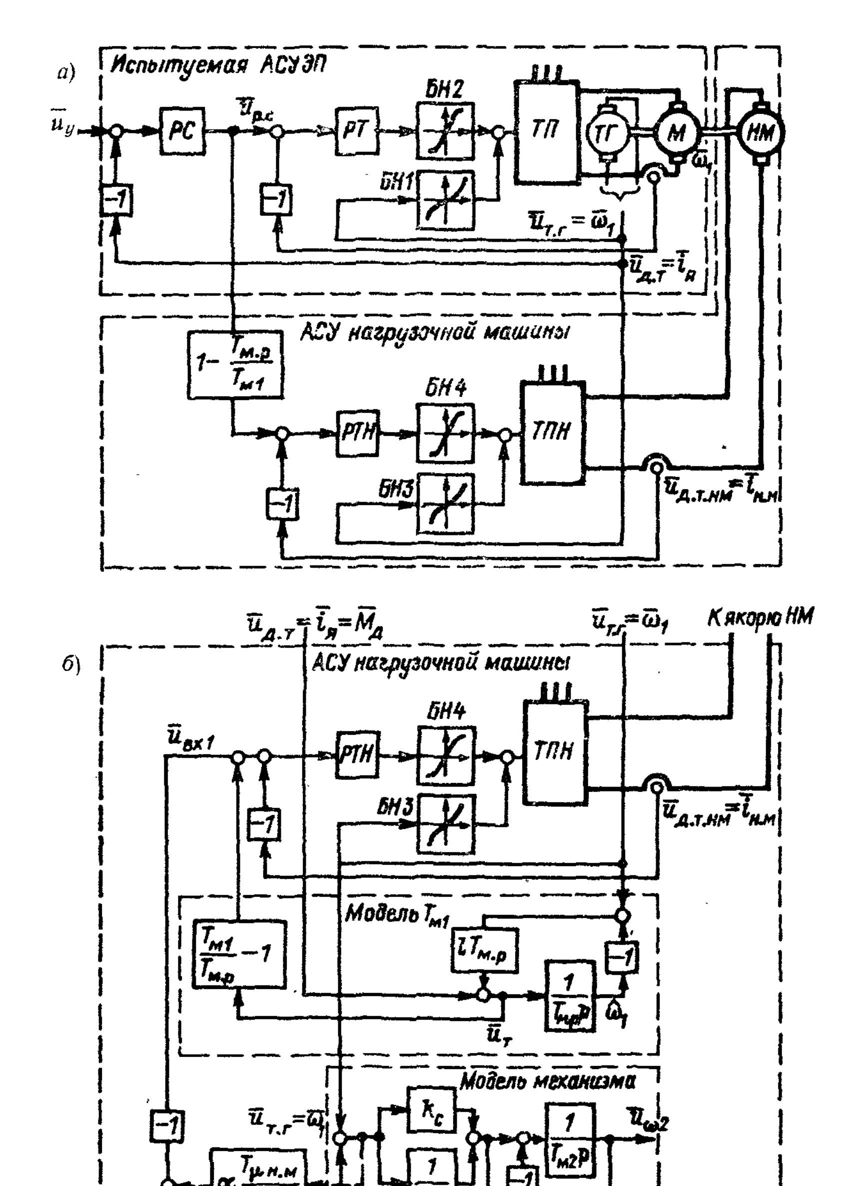


Рис. 4.4. Функциональная схема системы полунатурного моделирования: *а* — моделирование $T_{м1}$ с введением сигнала по якорному току; *б* — моделирование $T_{м1}$ и упругости

предназначенного для компенсации влияния зоны прерывистых токов. Аналогично выполнена система управления током нагрузочной машины *НМ* с блоками нелинейности *БН3* и *БН4*. Это дает основание рассматривать контуры тока с регуляторами *РТ* и *РТН* как близкие к линейным со стандартной настройкой на оптимум по модулю.

Возможны два способа **моделирования механической постоянной времени**: путем введения в контур тока нагрузочной машины сигнала задания тока якоря испытуемого двигателя или введением сигнала по его ускорению (производной от скорости).

Достоинством первого способа является отсутствие дополнительных замкнутых контуров, что теоретически позволяет, не заботясь об устойчивости системы, существенно увеличивать значение моделируемой постоянной времени $T_{м1}$ по сравнению с реальной механической постоянной времени $T_{м\,р}$ агрегата, состоящего из испытуемого двигателя и нагрузочной машины. Кроме того, влияние замедления контура тока нагрузочной машины при отработке управляющего сигнала можно исключить, если для управления током нагрузочной машины использовать сигнал регулятора скорости $u_{р.с}$, как это показано на рис. 4.4, *а*. При выборе масштабирующего коэффициента на входе токового контура *НМ* равным $1-T_{м.р}/T_{м1}$ в относительных единицах можно записать

$$\overline{\omega}_1=\frac{1}{T_{м.\,р}p}\left\{\left[\overline{W}_{I\,з}(p)-\left(1-\frac{T_{м.\,р}}{T_{м1}}\right)\overline{W}_{I\,з.\,н.\,м}(p)\right]\overline{u}_{р.\,с}-\overline{M}_{с1}\right\}.$$

Даже, если силовые элементы токовых контуров не одинаковы, можно обеспечить примерное равенство передаточных функций замкнутых контуров тока двигателя и нагрузочной машины $\overline{W}_{Iз}(p)\approx\overline{W}_{Iз.н.м}(p)$ и тогда

$$\overline{\omega}_1(p)=\overline{W}_{I\,з}(p)\frac{1}{T_{м1}p}\left(\overline{u}_{р.\,с}-\frac{T_{м1}}{T_{м.\,р}}\overline{M}_{с1}\right),$$

где $M_{с1}$ — момент нагрузки на валу агрегата. Очевидно, что реакция моделирующей установки на сигнал регулятора скорости $u_{р.с}$ соответствует реакции привода с моделируемой постоянной времени $T_{м1}$. Но момент нагрузки на валу двигателя $\overline{M}_{с1}$ возрастает в $T_{м1}/T_{м.р}$ раз, что является недостатком рассматриваемой схемы и при значительном моменте трения может сделать ее неработоспособной.

Второй способ может быть реализован с использованием датчика ускорения либо при дифференцировании сигнала датчика скорости двигателя $\overline{u}_{тг}$. Чтобы избежать дифференцирования, можно воспользоваться простейшим аналоговым или цифровым наблюдающим устройством, сигналом управления для которого является ток якоря, а сигнал ошибки выделяется как $\overline{\omega}_1-\widehat{\omega}_1$ (модель $T_{м1}$

на рис. 4.4, *б*). Для скорости двигателя $\overline{\omega}_1$ и восстановленной скорости $\widehat{\omega}_1$ можно записать:

$$\overline{\omega}_1 = \frac{1}{T_{\text{м. р}} p} \left[\overline{W}_{I\,\text{з}}(p)\overline{u}_{\text{р. с}} - \overline{i}_{\text{н. м}} - \overline{M}_{\text{с1}}\right];$$

$$\widehat{\omega}_1 = \frac{1}{T_{\text{м1}} p} \left[\overline{i}_{\text{я}} - l T_{\text{м. р}} (\overline{\omega}_1 - \widehat{\omega}_1)\right].$$

Выражая ток нагрузочной машины через напряжение на входе интегратора $1/(T_{\text{м.р}}\, p)$ наблюдающего устройства как

$$\overline{i}_{\text{н. м}} = \overline{W}_{I\,\text{з. н. м}}(p) \left[\left(\frac{T_{\text{м1}}}{T_{\text{м. р}}} - 1\right) \overline{u}_{\text{т}} + \overline{u}_{\text{вх1}}\right],$$

где

$$\overline{u}_{\text{т}} = \overline{i}_{\text{я}} - l T_{\text{м. р}} (\overline{\omega}_1 - \widehat{\omega}_1) = \frac{1}{l^{-1}p + 1} \left(T_{\text{м. р}} p \overline{\omega}_1 + l^{-1} p \overline{i}_{\text{я}}\right),$$

можно получить

$$\overline{\omega}_1 = \frac{\left[1 - \overline{W}_{I\,\text{з. н. м}}(p)\, k l^{-1} p\, (l^{-1}p + 1)^{-1}\right] \overline{i}_{\text{я}} - \overline{M}_{\text{с1}} - \overline{W}_{I\,\text{з. н. м}}(p)\, \overline{u}_{\text{вх1}}}{T_{\text{м. р}}\, p \left[1 + \overline{W}_{I\,\text{з. н. м}}(p)\, k\, (l^{-1}p + 1)^{-1}\right]}, \quad (4.7)$$

где $k = T_{\text{м1}}/T_{\text{м.р}} - 1$. Из этого выражения следует, что при $l \to \infty$ и $W_{I\text{з.н.м}}(p) \to 1$

$$\overline{\omega}_1 \to \frac{1}{T_{\text{м1}} p} \left(\overline{i}_{\text{я}} - \overline{M}_{\text{с1}}\right).$$

Устойчивость модели определяется в результате анализа передаточной функции $W_{\text{м}}(p) = \overline{W}_{I\,\text{з.н.м}}(p)\, k\, (l^{-1}p + 1)^{-1}$. Очевидно, что устойчивость зависит от соотношения между малой постоянной времени токового контура нагрузочной машины $T_{\mu\text{н. м}}$, входящей в $\overline{W}_{I\,\text{з.н.м}}(p)$, и постоянной времени l^{-1}, а также от требуемого увеличения механической постоянной времени $T_{\text{м1}}$ по отношению к $T_{\text{м.р}}$. При $k = 1$, т. е. при $T_{\text{м1}}/T_{\text{м.р}} = 2$, низкочастотная часть логарифмической амплитудной частотной характеристики $\text{Lm}\,|W_{\text{м}}(j\omega)|$ совпадает с осью абсцисс. При $k > 1$ можно определить запас по фазе $\Delta\varphi$. На рис. 4.5 построены зависимости $\Delta\varphi$ от коэффициента $l^* = l T_{\mu\text{н. м}}$ в предположении, что в зоне частоты среза передаточная функция замкнутого контура тока нагрузочной машины с достаточной степенью точности аппроксимируется выражением

$$\overline{W}_{I\,\text{з. н. м}}(p) \approx \frac{1}{2T_{\mu\text{н. м}}\, p\, (T_{\mu\text{н. м}}\, p + 1) + 1}. \quad (4.8)$$

При $k \leqslant 4$ запас устойчивости существует при любых значениях l^*, хотя при соизмеримых $T_{\mu\text{н. м}}$ и l^{-1} оказывается достаточно малым. Однако уже при $k = 5$ контур моделирования $T_{\text{м1}}$ может стать неустойчивым. Условия устойчивости останутся такими же

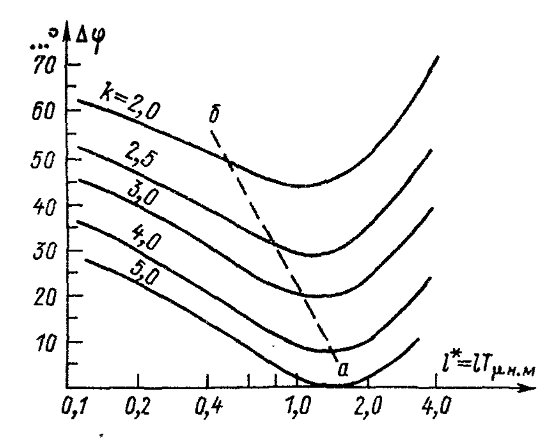


Рис. 4.5. Зависимость запаса по фазе системы моделирования от параметров

и при замыкании контура по производной от скорости, если замедление при дифференцировании характеризуется постоянной, численно равной времени l^{-1}.

Наличие контура моделирования $T_{м1}$ приводит к отличию передаточной функции $\Delta\bar{\omega}_1(p)/\Delta\bar{i}_я(p)$ от желаемой, которая должна представлять собой интегрирующее звено $1/(T_{м1}p)$. Вводя нормированную переменную $p_* = T_{\mu н.м}\, p$ и обозначая $\tau_{м.р} = T_{м.р}/T_{\mu н.м}$, можно записать эту передаточную функцию в виде:

$$\frac{\Delta\bar{\omega}_1(p_*)}{\Delta\bar{i}_я(p_*)} = \frac{1}{\tau_{м.р}(1+k)\,p_*}\,Q(p_*), \tag{4.9}$$

где при принятом описании токового контура

$$Q(p_*) = (1+k)\,\frac{2p_*^3 + 2\left(l^*+1\right)p_*^2 + \left(2l^*+1-k\right)p_* + l^*}{2p_*^3 + 2\left(l^*+1\right)p_*^2 + \left(2l^*+1\right)p_* + l^*(1+k)}.$$

При $l^* < (k-1)/2$ частотная передаточная функция $Q(j\omega_*)$, где $\omega^* = T_{\mu н.м}\,\omega$, становится неминимально-фазовой, что, как показывают расчеты, приводит к значительному искажению зависимости $\bar{\omega} = f(\bar{i}_я)$ при скачке $\bar{i}_я$. Это позволяет считать допустимыми значения l^*, соответствующие части номограммы рис. 4.5, расположенной правее линии *аб*, отвечающей равенству $l^* = (k-1)/2$.

Модель упругого механизма может быть выполнена как в аналоговой, так и в цифровой форме. На рис. 4.4, *б* показана модель двухмассовой системы, в которой механическое демпфирование учтено коэффициентом k_c. В соответствии с выражениями (2.2) при пренебрежении трением на массах можно записать передаточную

функцию, связывающую при управляющем воздействии упругий момент с током якоря:

$$\frac{\Delta \overline{M}_{21}(p)}{\Delta \overline{i}_{я}(p)}=\frac{T_{м2}}{T_{м1}}\frac{k_c T_c p+1}{T_{у}^2 p^2+k_c T_c p+1}.$$

Формально эта функция получается в результате замыкания единичной отрицательной обратной связью контура с выходной координатой $\overline{M}_{21}$ и передаточной функцией прямого канала

$$\overline{W}_{у}(p)=\frac{T_{м2}}{T_{м1}}\frac{k_c}{\gamma T_{у}^2 p^2+k_c T_c p+1}.$$

При $k_c=0$ этот контур находится на границе устойчивости, благодаря чему в объекте существуют незатухающие колебания.

При полунатурном моделировании контур упругого момента реализуется с помощью связи по координате $\overline{u}_{Mу}=\overline{M}_{21}$ модели механизма (рис. 4.4, *б*), вводимой на вход контура тока нагрузочной машины. Если показанная штриховыми линиями связь с коэффициентом $\alpha T_{\mu н.м}/T_c$ отсутствует, то с учетом выражения (4.7) передаточная функция прямого канала контура упругого момента приобретает вид

$$\overline{W}_{у.м}(p)=\frac{T_{м2}}{T_{м1}}\frac{k_c T_c p+1}{\gamma T_{у}^2 p^2+k_c T_c p+1}R(p),$$

где

$$R(p)=\frac{T_{м1}}{T_{м.р}}\frac{\overline{W}_{Iз.н.м}(p)}{1+\overline{W}_{Iз.н.м}(p)\,k\,(l^{-1}p+1^{-})^{1}}.$$

Наличие сомножителя $R(p)$, который в предположении о справедливости выражения (4.8) может быть переписан в виде

$$R(p)=\frac{l^{-1}p+1}{\frac{2T_{\mu н.м}^2 l^{-1}}{1+k}p^3+\frac{2T_{\mu н.м}}{1+k}(T_{\mu н.м}+l^{-1})p^2+\frac{2T_{\mu н.м}+l^{-1}}{1+k}+1},$$

при малых значениях k_c приводит к отсутствию запаса по фазе и неустойчивости контура, моделирующего упругий момент. При постоянной времени $T_{у}$, хотя бы в четыре-пять раз превышающей значение $T_{\mu н.м}$, фазовое искажение, вносимое этим сомножителем, может быть компенсировано введением форсирующего звена $\alpha T_{\mu н.м}/T_c$, реализующего производную от $\overline{u}_{Mу}$. Варьируя значение α, можно добиваться требуемого значения коэффициента k_c.

Передаточная функция модели при управляющем воздействии в виде изменения тока якоря двигателя определяется в результате совместного решения (4.7) при $\overline{M}_{c1}=0$ и второго и третьего уравнений системы (2.2) при $\Delta\overline{M}_{21}=\Delta\overline{u}_{Mу}$ и $\Delta\overline{M}_{c}=0$. Рассматривая

наиболее тяжелый случай при $k_c = 0$ и полагая в уравнении (4.7)

$$\bar{u}_{\text{вх}1} = \bar{u}_{\text{му}} + \alpha \frac{T_{\mu\text{н. м}}}{T_c} (\bar{\omega}_1 - \bar{u}_{\omega 2}) = \bar{u}_{\text{му}}(1 + \alpha T_{\mu\text{н. м}} p),$$

можно получить

$$\frac{\Delta \bar{\omega}_1 (p)}{\Delta \bar{i}_{\text{я}} (p)} =$$

$$= \frac{\left[\bar{W}^{-1}_{I\text{з. н. м}} (p) (l^{-1}p + 1) - kl^{-1}p\right] (\gamma T^2_{\text{у}} p^2 + 1)}{T_{\text{м. р}} p \left[\bar{W}^{-1}_{I\text{з. н. м}}(p) (l^{-1}p + 1) + k\right] (\gamma T^2_{\text{у}} p^2 + 1) + T_{\text{м}2} p (1 + \alpha T_{\mu\text{н.м}} p)(l^{-1}p + 1)}. \quad (4.10)$$

Полагая, что выполняется равенство (4.8), и вводя нормирование, как это сделано при записи формулы (4.9), можно передаточную функцию представить в виде

$$\frac{\Delta \bar{\omega}_1 (p_*)}{\Delta \bar{i}_{\text{я}} (p_*)} = \frac{1}{\tau_{\text{м. р}} (1 - k) p_*} \frac{\gamma \tau^2_{\text{у}} p^2_* + 1}{\tau^2_{\text{у}} p^2_* + 1} S (p_*), \quad (4.11)$$

где $\tau_{\text{у}} = T_{\text{у}}/T_{\mu\text{н. м}}$.

Сомножитель $S (p_*)$ определяет отличие передаточной функции модели от желаемой. Вид частотной характеристики $S (j\omega_*)$ зависит от $\tau_{\text{у}}$, γ, k, α и l^* (рис. 4.6). Сплошными линиями на рис. 4.6, *а* показаны ЛАЧХ для $k = 1$ при $l^* = 0{,}25$, штриховыми — при $l^* = 0{,}75$. Характеристики на рис. 4.6, *б* построены для $k = 3$, причем сплошные линии относятся к случаю $l^* = 1$, а штриховые — к $l^* = 3$. Наличие при $\gamma > 1$ «провала» характеристики на частоте $1/\tau_{\text{у}}$ обусловливает демпфирование упругих колебаний при выбранном значении α. Резонансный «всплеск» при $k = 3$ является результатом малого запаса по фазе при данном l^* в соответствии с рис. 4.5.

Если для моделируемой АСУ ЭП зона существенных частот располагается вблизи частоты $1/\tau_{\text{у}}$, то искажение характеристик АСУ ЭП за счет сомножителя $S (j\omega_*)$ будет допустимым и установка полунатурного моделирования обеспечит нормальное функционирование испытуемой АСУ ЭП при $\tau_{\text{у}} = T_{\text{у}}/T_{\mu\text{н. м}} > (4 \div 5)$.

Сказанное иллюстрируется результатами эксперимента, приведенными на рис. 4.7. Установка полунатурного моделирования включала в себя две одинаковые машины ПБСТ-33 (1 кВт; 5,4 А; 220 В; 1000 об/мин). Тиристорные преобразователи *ТП* и *ТПН* — типа ПТЗР с согласованным совместным управлением. Наблюдатели и модель упругой системы выполнены на операционных усилителях, регуляторы тока и скорости исследуемой системы — на элементах УБСР. Малые постоянная времени и реальная механическая постоянная времени стали равны $T_{\mu I} = T_{\mu\text{н.м}} = 0{,}02$ с;

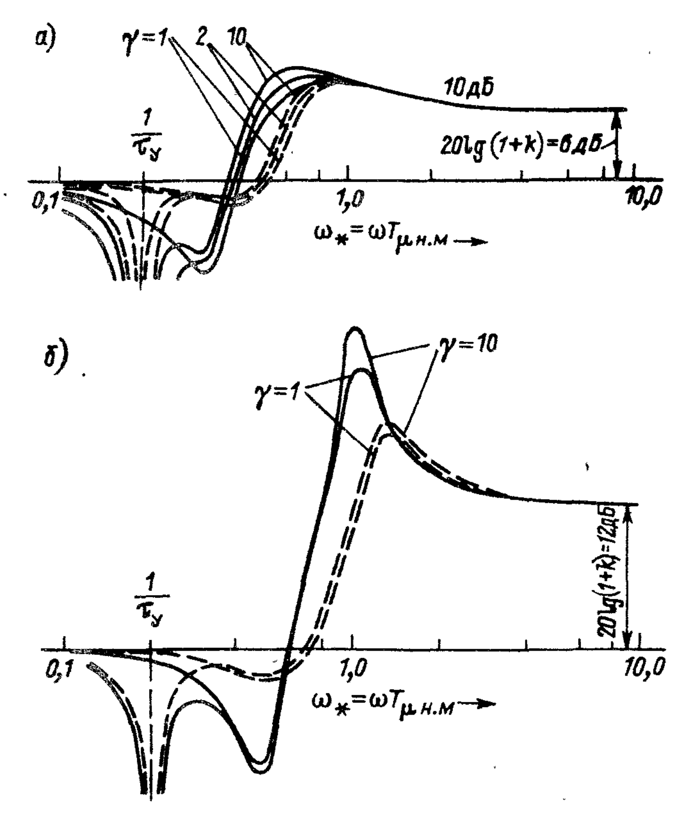


Рис. 4.6. ЛАЧХ сомножителя $S(j\omega^*)$ при $\tau_у = 5$; $\alpha = 2{,}5$: *а* — при $k = 1$; *б* — при $k = 3$

$T_{м.р} = 1{,}55$ с. Ставилась задача обеспечить $T_{м1} = 2T_{м.р} = 3{,}1$ с ($k = 1$). На рис. 4.7, *а* показан пуск двигателя под контролем тока в системе без упругости и без моделирования механической постоянной времени, а на рис. 4.7, *б* — при том же токе ограничения и включенной модели $T_{м1}$. На рис. 4.7, *в* иллюстрируется работа системы с моделированием $T_{м1}$ и упругого механизма. Моделируемая механическая постоянная времени второй массы $T_{м2} = 1{,}55$ с при $T_у = 0{,}1$ с. Коэффициент наблюдателя был равен $l = 42$, т. е. $l^* = lT_{\mu н.м} = 42 \cdot 0{,}02 = 0{,}84$. В испытуемой АСУ ЭП с подчиненным токовым контуром для обеспечения плавного движения ИО введена дополнительная корректирующая связь по производной от скорости исполнительного органа ω_2 ($u_{\omega 2}$) с постоянной времени $T_{о.с1} = 0{,}11$ с [см. форм. (2.36)]. Коэффициент регулятора скорости при этом составлял $k_{р.с} = 19{,}5$. Переходный процесс при скачке управляющего воздействия $u_у$ на входе контура скорости хорошо

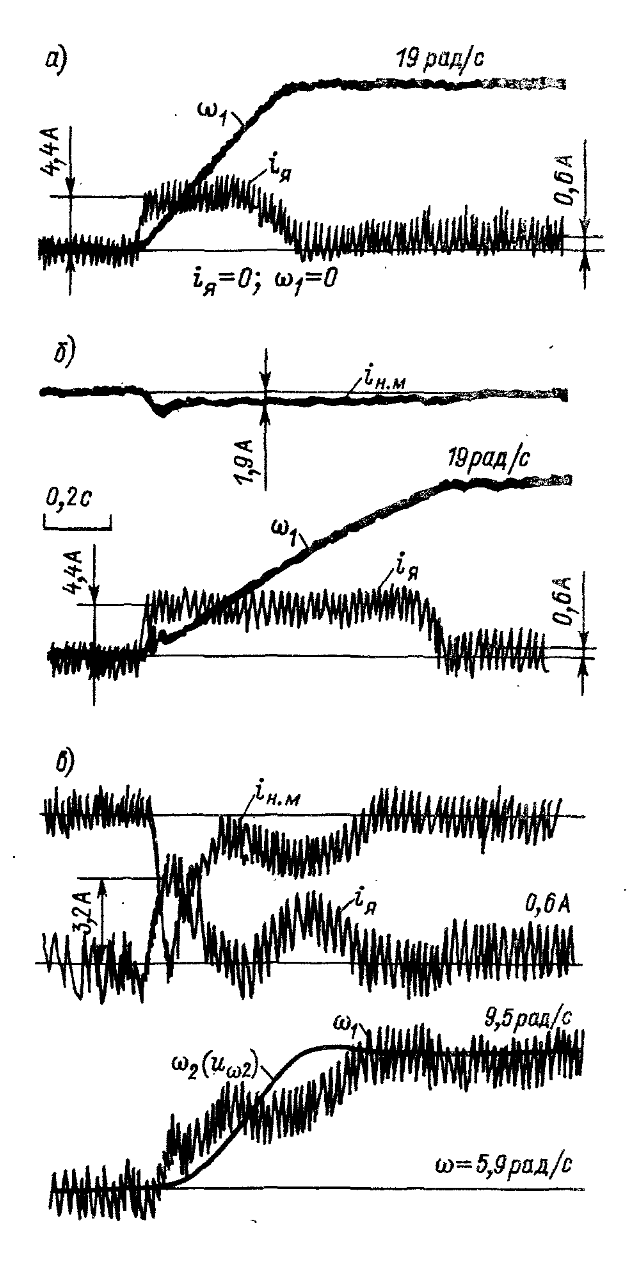


Рис. 4.7. Результаты эксперимента на установке полунатурного моделирования: *а* — жесткая система при отключенной системе моделирования; *б* — то же при включенной системе моделирования $T_{м1}$; *в* — при моделировании упругой системы

совпадает с расчетным, который должен иметь место в моделируемой АСУ ЭП.

Как следует из сказанного, существуют ограничения на использование описанного способа моделирования, связанные с тем, что при $T_{м1}/T_{м.р} > 5$ может оказаться необходимой установка дополнительного маховика на валу двигателя. Кроме этого, условия устойчивости контура моделирования упругости усложняются при необходимости моделирования многомассового механизма.

4.3. Автоматизация процесса настройки АСУ ЭП с упругостью

В процессе наладки АСУ ЭП с упругостью в натурных условиях часто оказывается необходимым корректировать параметры регулятора для получения желаемой динамики, особенно, если ИО представляет собой многомассовую систему. Причиной этого является, в первую очередь, недостаточная точность математического описания объекта, а может быть и ошибки, допущенные в процессе проектирования, наличие неучтенных звеньев с малыми постоянными времени и т. п. Если в обычной системе подчиненного регулирования с жестким объектом такая корректировка сводится обычно к изменению одного или двух параметров регулятора скорости и может быть выполнена вручную, то в системе, построенной по принципам модального управления с использованием наблюдателя, число параметров, подлежащих корректировке, оказывается значительным, благодаря чему процесс настройки становится весьма трудоемким и требующим высокой профессиональной подготовки. Это делает целесообразной автоматизацию настройки с использованием вычислительных средств управляющего вычислительного комплекса, входящего в состав АСУ ЭП.

В процессе настройки предлагается добиваться минимума квадратичного функционала от разности между взятыми в соответствующих масштабах скоростями эталонной модели $\omega_э$ и реальной системы ω, представляющими собой реакцию на ступенчатое управляющее воздействие:

$$J = \frac{1}{T} \int_0^T [\omega_э(t) - \omega(t)]^2 dt. \qquad (4.12)$$

Соответствующая структурная схема применительно к двухмассовому объекту приведена на рис. 4.8, АСУ ЭП выполнена по схеме рис. 2.23 с наблюдателем и модальным регулятором. Токовый контур представлен звеном второго порядка, настроенным на оптимум по модулю.

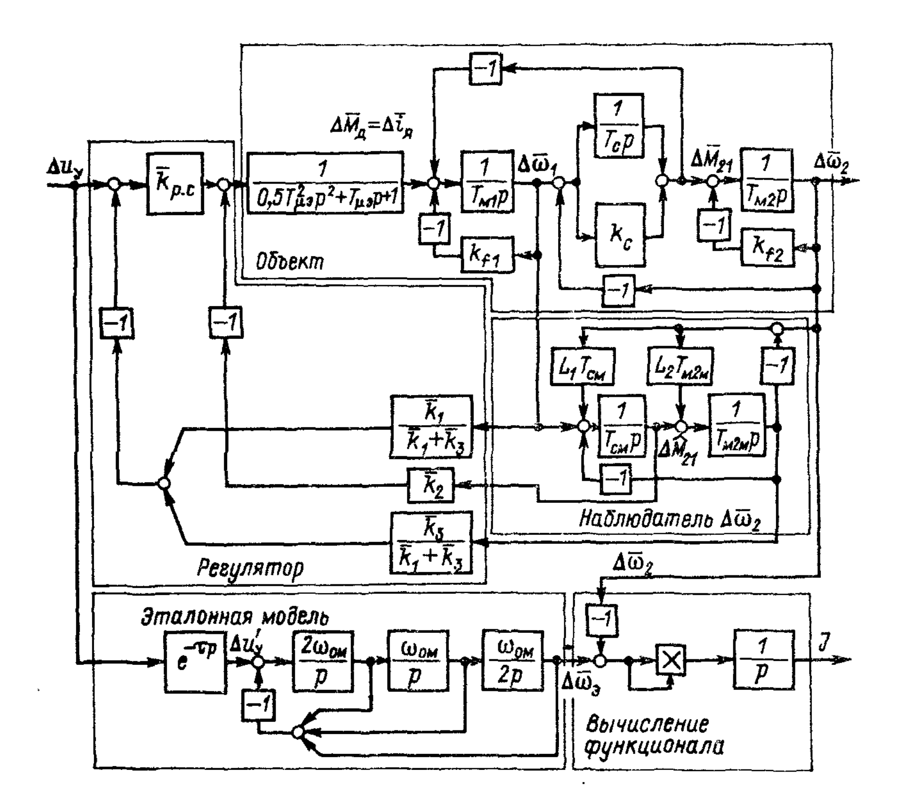


Рис. 4.8. Структурная схема АСУ ЭП с автоматизацией настройки

Обычно достаточно в качестве эталонной модели использовать модель третьего порядка с передаточной функцией

$$\frac{\Delta\bar{\omega}_э(p)}{\Delta\bar{u}'_у(p)}=\frac{1}{p^3+a_1\omega_{0м}p^2+a_2\omega_{0м}^2p+\omega_{0м}^3}.$$

Если АСУ ЭП, имеющая более высокий порядок, рассчитывается исходя из стремления получить переходную функцию по выходной координате, соответствующую стандартной форме Баттерворта, то и эталонную модель целесообразно настраивать по Баттерворту, приняв $a_1=a_2=2$. Значение среднегеометрического корня характеристического полинома модели $\omega_{0м}$ надо в этом случае выбрать так, чтобы расчетные переходные характеристики АСУ ЭП и модели наилучшим образом совпадали. Звено чистого запаздывания $e^{-\tau p}$ на входе модели введено для обеспечения лучшего совпадения начальных частей переходных характеристик. На рис. 4.9,

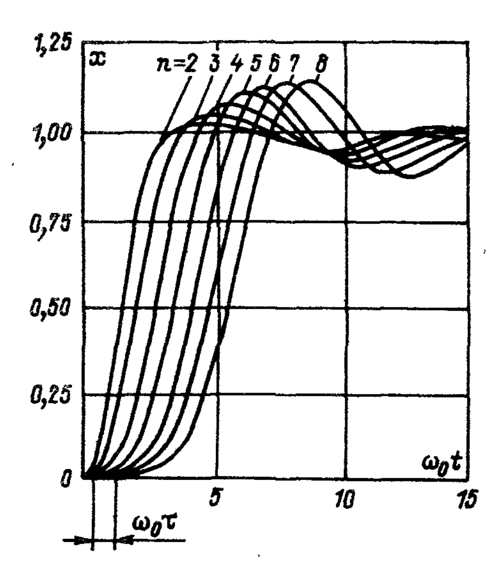


Рис. 4.9. К определению параметров звена чистого запаздывания эталонной модели

где приведены характеристики, соответствующие стандартным формам Баттерворта второго-восьмого порядков, показано, как надо выбрать τ, если настройка АСУ ЭП производится исходя из стремления получить характеристику Баттерворта пятого порядка, а модель имеет третий порядок. Длительность расчетного переходного процесса определяет значение T в функционале (4.12).

В схеме на рис. 4.8 в процессе настройки могут варьироваться коэффициенты регулятора $\bar{k}_1$, $\bar{k}_2$ и $\bar{k}_3$; коэффициенты наблюдателя l_1 и l_2, а в более общем случае — и постоянные времени наблюдателя $T_{\text{см}}$ и $T_{\text{м2м}}$. Ниже варьируемые параметры обозначены через a_j, где $j = 1, 2 \ldots n$.

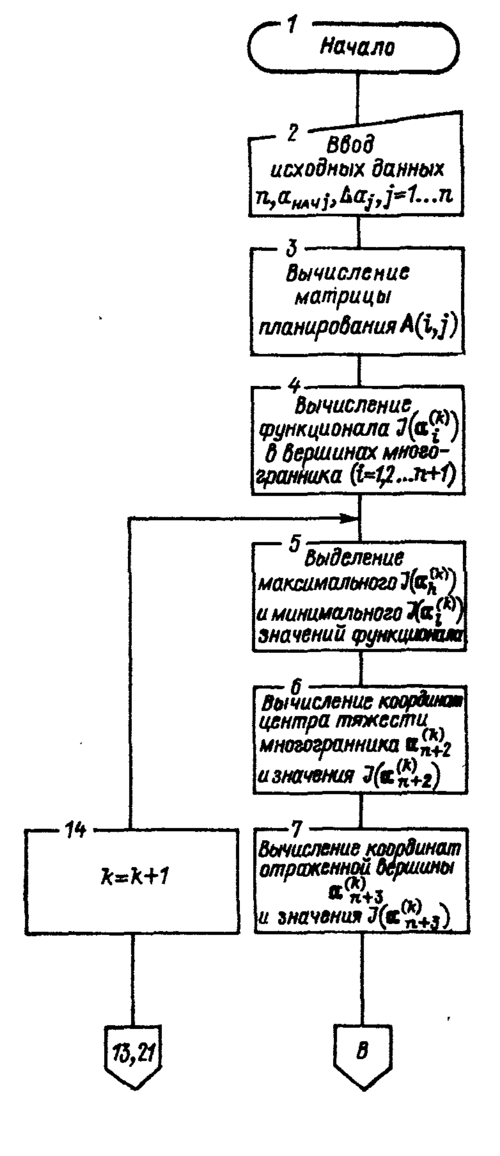
Для минимизации функционала (4.12) могут быть использованы различные методы нелинейного программирования. Одним из наиболее эффективных и легко осуществляемых на ЭВМ является метод поиска по деформированному многограннику (метод Нелдера и Мида) [86]. Соответствующая структурная схема алгоритма представлена на рис. 4.10.

В качестве исходных данных вводятся: число варьируемых параметров n, начальные значения варьируемых параметров $a_{\text{нач}\, j}$ и шаги их изменения Δa_j. Матрица планирования $\mathbf{A}\,(i, j)$ вычисляется на основании нормированной матрицы на симплексе размером $(n+1) \times n$:

$$\mathbf{M}\,(i,\ j) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ m_1 & m_2 & m_2 & \ldots & m_2 \\ m_2 & m_1 & m_2 & \ldots & m_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ m_2 & m_2 & m_2 & \ldots & m_1 \end{bmatrix},$$

где $m_1 = (\sqrt{n+1} + n - 1)/(n\sqrt{2})$; $\quad m_2 = (\sqrt{n+1} - 1)/(n\sqrt{2})$.

Рис. 4.10. Алгоритм процесса автоматической настройки



Элементы матрицы **A** $(i,\ j)$ определяются в соответствии с выражением

$$a_{ij} = a_{нач\,j} + \Delta a_j m_{ij},$$

где i — номер вершины многогранника (номер строки матрицы **A** $(i,\ j)$; $j = 1, 2 \ldots n$ — номер варьируемого параметра; m_{ij} — элемент i-й строки и j-го столбца матрицы **M** $(i,\ j)$.

В каждой вершине многогранника, обозначаемой как

$$\mathbf{a}_i = [a_{i1}a_{i2}a_{i3} \ . \ . \ . \ a_{in}],$$

вычисляется функционал $J\ (\mathbf{a}_i^{(k)})$ при $i = 1, 2 \ldots (n+1)$ и $k = 0$. Индекс «k» соответствует номеру шага в направлении минимизации функционала.

Из полученных значений выделяются наихудшее (максимальное) $J\ (\mathbf{a}_h^{(k)})$ и наилучшее (минимальное) $J\ (\mathbf{a}_l^{(k)})$ значения функционала в вершинах h и l.

Вычисляются координаты центра тяжести многогранника

$$a_{(n+2),\,j}^{(k)} = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n+1} a_{i,j}^{(k)} - a_{h,j}^{(k)}\right),$$

$$j = 1,\ 2 \ . \ . \ . \ n$$

и отраженной вершины

$$a_{(n+3),\,j}^{(k)} = a_{(n+2),\,j}^{(k)} + \alpha\left(a_{(n+2),\,j}^{(k)} - a_{h,j}^{(k)}\right),$$

где $\alpha > 1$. В отраженной вершине вычисляется функционал $J\ (\mathbf{a}_{n+3}^{(k)})$. Если выполняется условие

$$J\ (\mathbf{a}_{n+3}^{(k)}) \leqslant J\ (\mathbf{a}_l^{(k)}), \qquad (4.13)$$

то производится операция растяжения, в результате которой опре-

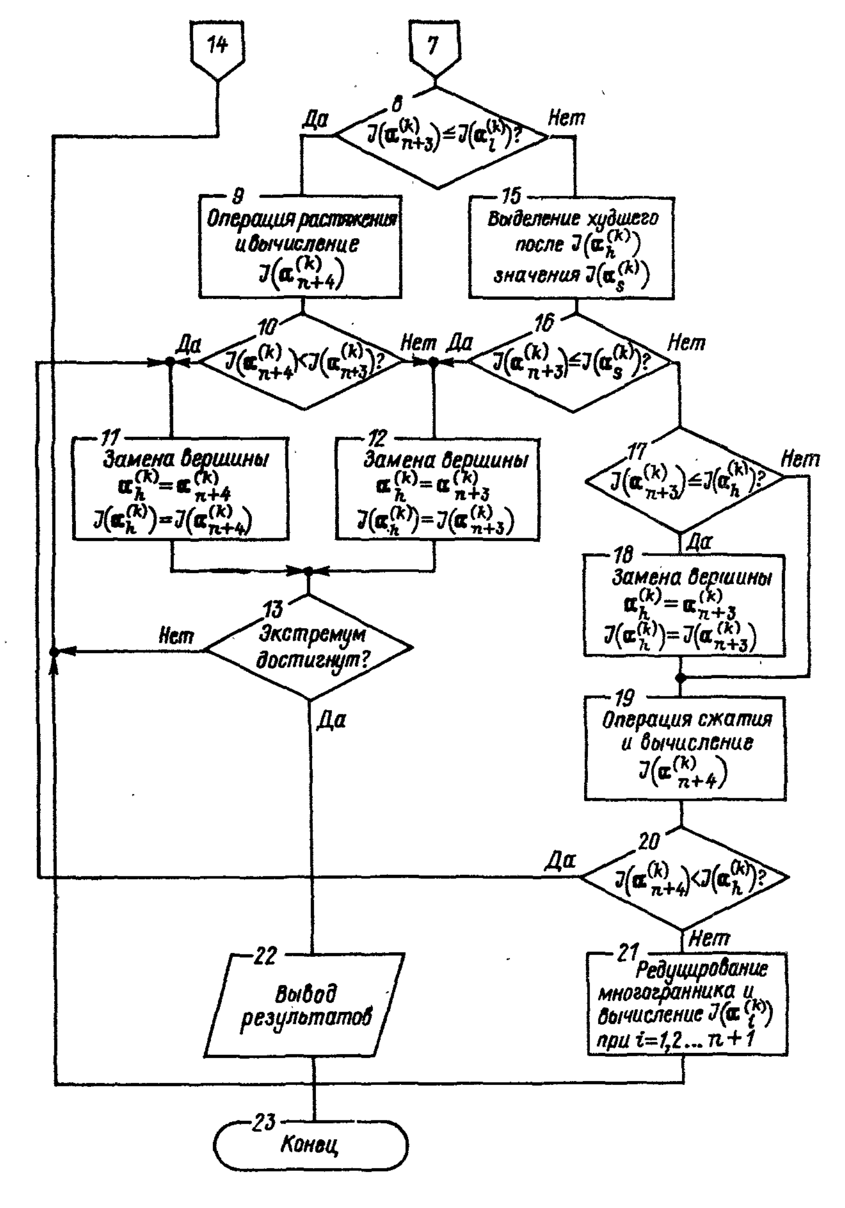


Рис. 4.10 (продолжение)

деляются координаты $(n+4)$-й вершины в соответствии с выражен ями

$$a_{(n+4),j}^{(k)} = a_{(n+2),j}^{(k)} + \gamma\left(a_{(n+3),j}^{(k)} - a_{(n+2),j}^{(k)}\right), \quad j = 1,\ 2\ .\ .\ .\ n,$$

где $\gamma > 1$ — коэффициент растяжения, и вычисляется $J(\mathbf{a}_{n+4}^{(k)})$. Затем исследуется неравенство

$$J(\mathbf{a}_{n+4}^{(k)}) < J(\mathbf{a}_{n+3}^{(k)})$$

и при его выполнении вершина $\mathbf{a}_h^{(k)}$ с наибольшим значением функционала заменяется вершиной $\mathbf{a}_{n+4}^{(k)}$. Если это условие не выполняется, то заменяют $\mathbf{a}_h^{(k)}$ на вершину $\mathbf{a}_{n+3}^{(k)}$. Если экстремум не достигнут, то поиск продолжается на следующем $(k+1)$-м шаге, начиная с блока *5* (рис. 4. 10).

Если условие (4.13) не выполняется, то выделяется вершина $\mathbf{a}_s^{(k)}$ с наибольшим после $J(\mathbf{a}_h^{(k)})$ значением функционала $J(\mathbf{a}_s^{(k)})$ и анализируется условие

$$J(\mathbf{a}_{n+3}^{(k)}) \leqslant J(\mathbf{a}_s^{(k)}).$$

При его выполнении вершина $\mathbf{a}_h^{(k)}$ заменяется на $\mathbf{a}_{n+3}^{(k)}$ и продолжается движение к экстремуму, в противном случае исследуется неравенство

$$J(\mathbf{a}_{n+3}^{(k)}) < J(\mathbf{a}_h^{(k)}), \qquad (4.14)$$

и при его выполнении вершина $\mathbf{a}_h^{(k)}$ заменяется на $\mathbf{a}_{n+3}^{(k)}$, и вычисляется $J(\mathbf{a}_{n+3}^{(k)})$, после чего осуществляется сжатие вектора $\mathbf{a}_h^{(k)} - \mathbf{a}_{n+2}^{(k)}$, смысл которого состоит в определении координат новой вершины $\mathbf{a}_{n+4}^{(k)}$ в соответствии с выражениями

$$a_{(n+4),j}^{(k)} = a_{(n+2),j} + \beta\left(a_{h,j}^{(k)} - a_{(n+2,j)}^{(k)}\right), \quad j = 1,\ 2\ .\ .\ .\ n.$$

Коэффициент сжатия выбирается в пределах $0 < \beta < 1$. Определяется функционал $J(\mathbf{a}_{n+4}^{(k)})$. Если условие (4.14) не выполняется, то операция сжатия производится, минуя блок *19*.

Эффективность операции сжатия характеризуется выполнением неравенства

$$J(\mathbf{a}_{n+4}^{(k)}) < J(\mathbf{a}_h^{(k)}). \qquad (4.15)$$

Если оно соблюдается, то вершина $\mathbf{a}_h^{(k)}$ с наибольшим значением функционала заменяется вершиной $\mathbf{a}_{n+4}^{(k)}$ и поиск продолжается на $(k+1)$-м шаге, начиная с блока *5*. Если неравенство (4.15) не выполняется, то многогранник редуцируется путем уменьшения в два раза всех векторов $\mathbf{a}_i^{(k)} - \mathbf{a}_l^{(k)}$, где $i = 1, 2, \ldots, (n+1)$, с отсчетом от $\mathbf{a}_l^{(k)}$ в соответствии с формулой

$$\mathbf{a}_i^{(k)} = \mathbf{a}_l^{(k)} + 0{,}5\left(\mathbf{a}_i^{(k)} - \mathbf{a}_l^{(k)}\right), \quad i = 1,\ 2\ .\ .\ .\ n+1.$$

В вершинах нового многогранника определяются значения функционала и поиск экстремума продолжается с блока *5*.

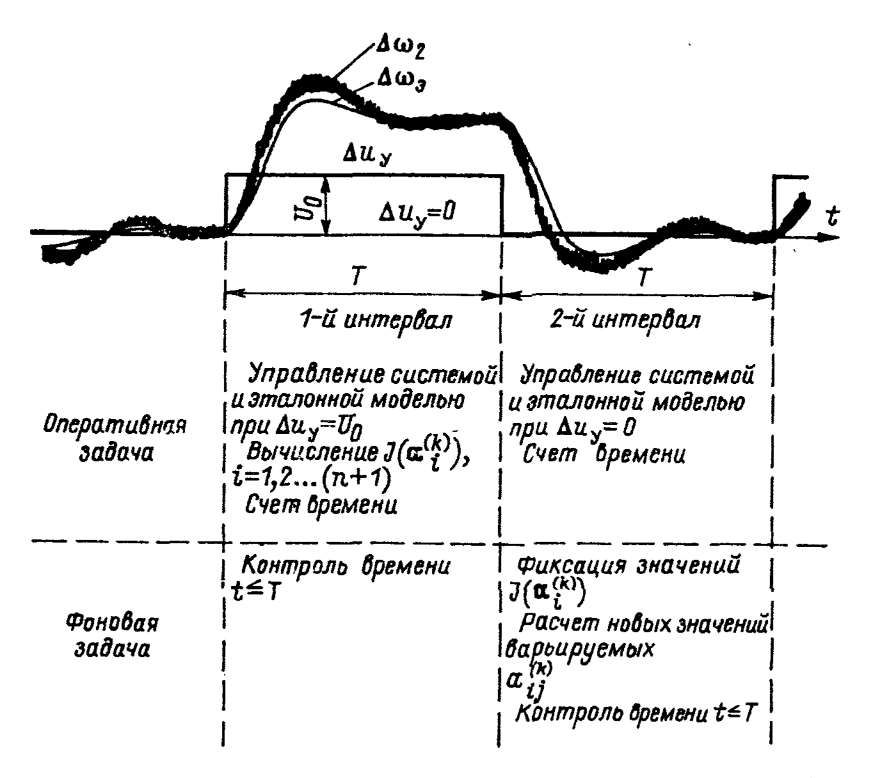


Рис. 4.11. Оперативная и фоновая задачи при автоматизации настройки

Критерием достижения экстремума является удовлетворение условия

$$\sqrt{\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n+1}\left[J\left(\mathbf{a}_i^{(k)}\right)-J\left(\mathbf{a}_{n+2}^{(k)}\right)\right]^2} \leqslant \varepsilon,$$

где ε — произвольное малое число; $J\left(\mathbf{a}_{n+2}^{(k)}\right)$ — функционал в центре тяжести многогранника на последней итерации $\mathbf{a}_{n+2}^{(k)}$.

Опыт показывает, что при решении задачи автоматизации настройки АСУ ЭП можно принять $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-6}$. Целесообразно выводить на одно из внешних устройств ЭВМ текущее значение функционала. Это даст возможность оператору прекратить процесс настройки, когда он сочтет результат удовлетворительным.

Специфика организации в реальном времени вычислительного процесса оптимизации параметров систем управления при использовании эталонной модели для формирования критерия качества определяется следующими основными требованиями:

движение к экстремуму критерия качества без нарушения режимов нормального функционирования оптимизируемой системы управления;

автоматическое поддержание равенства статических коэффициентов передачи замкнутой реальной системы и эталонной модели;

соблюдение одинаковых условий функционирования настраиваемой системы при оценке значений функционала в различных точках пространства варьируемых параметров.

Учитывая сложность алгоритмов оптимизации, в частности алгоритма деформированного многогранника, и систем модального управления с наблюдающим устройством, для выполнения условия нормального функционирования микропроцессорных систем управления в ходе автоматизированной настройки целесообразно задачу автоматизации настройки разделить на две задачи с разными приоритетными уровнями. Алгоритм задачи верхнего уровня (оперативная задача) включает в себя вычисление управляющего воздействия, расчет эталонного движения, определение значения функционала при конкретных значениях варьируемых параметров, счет текущего времени в пределах длительности переходного процесса T. Этот объем вычислений выполняется на каждом такте, когда процессор получает сигнал прерывания от таймера. Остающиеся после оперативной задачи временные паузы до поступления очередных сигналов прерывания используются для решения задачи нижнего уровня (фоновой задачи). Основным ее назначением является расчет оптимизируемых коэффициентов. Другая функция фоновой задачи состоит в обеспечении равенства статических коэффициентов замкнутой реальной системы и эталонной модели. Для ее реализации входное воздействие на реальную систему масштабируется в каждой точке пространства параметров. Динамические свойства реальных систем управления электромеханическими объектами часто зависят от направления движения. Поэтому оценивать значения критерия качества целесообразно при отработке системой управляющих воздействий одной полярности. Следовательно, в каждой точке пространства параметров фоновая задача должна организовать два интервала движения системы длительностью T каждый. Разделение функций между оперативной и фоновой задачами на каждом интервале поясняется на рис. 4.11.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ И ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ КРУПНОГО РАДИОТЕЛЕСКОПА

5.1. Крупный радиотелескоп как объект управления. Математическое описание

Крупные радиотелескопы (РТ) с параболическим зеркалом, используемые для радиоастрономических исследований и космической связи, представляют собой сложные инженерные сооружения. Главное зеркало *1* (рис. 5.1), диаметр которого может достигать десятков метров, монтируется на опорно-поворотном устройстве *2*. Уравновешивание его обеспечивается с помощью противовеса *3*.

Направление на заданную точку космического пространства обеспечивается в результате совместной работы азимутального и угломестного приводов, первый из которых обеспечивает поворот опорно-поворотного устройства на катках *5* вокруг вертикальной оси, а второй — поворот зеркальной части относительно горизонтальной (угломестной) оси. В настоящей главе рассматривается азимутальный электропривод, включающий в себя редукторы *4* и двигатели *М1* и *М2*, получающие питание от реверсивных тиристорных преобразователей с согласованным совместным управлением *ТП1* и *ТП2*.

Одним из условий получения высокой точности работы следящих электроприводов является возможно более полное исключение влияния зазоров в кинематических цепях на их работу. В тех случаях, когда электропривод РТ выполнен как двух- или многодвигательный, для устранения влияния зазора применяются электромеханические устройства выборки зазора, реализующие возможность создания тормозного момента одним из двигателей, в то время как второй создает двигательный момент. Такое устройство структурно показано на рис. 5.1. В установившемся режиме на входы токовых контуров с регуляторами тока *РТ1* и *РТ2* через блоки ограничения *БО1* и *БО2* кроме напряжения регулятора скорости $u_{р.с}$ с разными знаками подается напряжение $u_{б.к}$ с выхода устройства выборки зазора, включающего в себя последовательно соединенные блок выделения модуля *БВМ* и блок нелинейности *БН*. Благодаря такому их включению зависимость $u_{б.к} = f(u_{р.с})$ имеет вид, показанный на рис. 5.2. Напряжения, задающие токи двигателей, равны: $u'_{з,т1} = u_{р.с} + u_{б.к}$; $u'_{з,т2} = u_{р.с} - u_{б.к}$. Изменяя в результате воздействия на *БН* значение напряжения $u_{б.к}$ (см. рис. 5.1), можно менять зависимость $M_{д1}/M_{с.н} = f(u_{р.с}/U_{р.с.н})$ и $M_{д2}/M_{с.н} = f(u_{р.с}/U_{р.с.н})$, где $U_{р.с.н}$ — напряжение на выходе регулятора скорости *РС*, соответствующее номинальному мо-

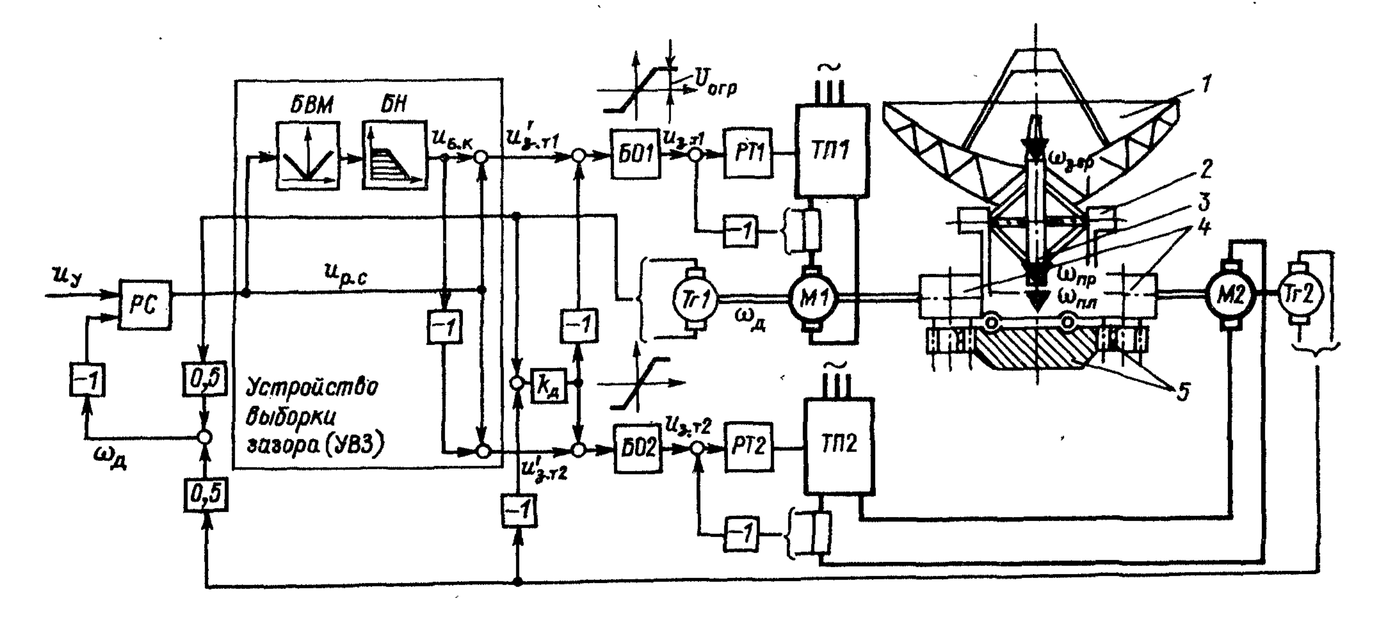


Рис. 5.1. Функциональная схема скоростной подсистемы электропривода крупного радиотелескопа

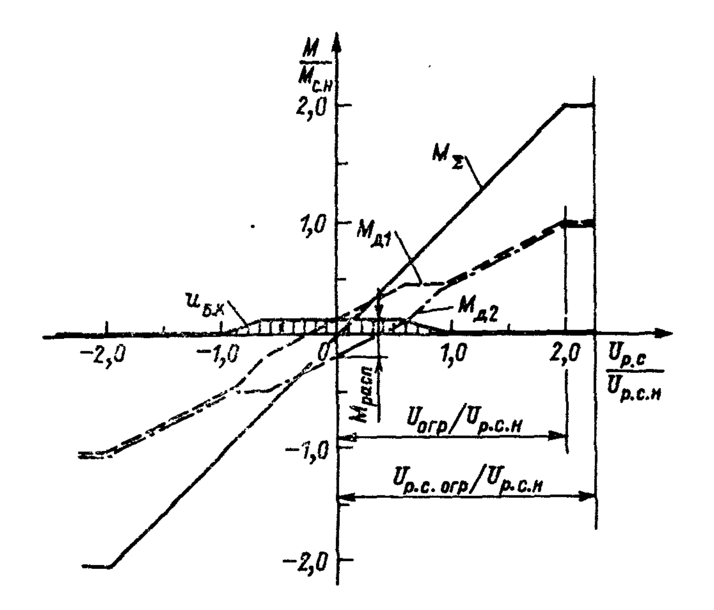


Рис. 5.2. Статические характеристики устройства выборки зазора

менту нагрузки $M_{с.н}$, $M_{д1}$ и $M_{д2}$ — моменты двигателей, создающие в сумме момент M_{Σ}. Пока нагрузка на ИО такова, что $u_{р.с} < u_{р.с.1}$, зазор не раскрывается, что обеспечивает линеаризацию объекта. Когда в динамических режимах напряжение на выходе *РС* превышает номинальное значение ($u_{р.с}/U_{р.с.н} > 1$), напряжение $u_{б.к}$ равно нулю, и схема работает так же, как без устройства выборки зазора. Ограниченне динамического момента (на рис. 5.2 показано ограничение на уровне $2M_{с.н}$) выполняется устройством выборки зазора. Блоки *БО1* и *БО2* обеспечивают ограничение тока якоря двигателей в нештатных режимах. Для устранения противофазных колебаний двигателей предусмотрена введенная на токовые контуры связь по разности их скоростей с коэффициентом $k_д$.

Поскольку связь двигателей с опорно-поворотным устройством осуществляется через редукторы, передаточное число которых составляет десятки тысяч, момент инерции поворотной части, приведенный к двигателю, обычно значительно меньше момента инерции двигателя и редуктора. Поэтому существует возможность настройки контура скорости практически так же, как в жесткой системе. Однако, как отмечалось в гл. 2, колебания исполнительного органа — зеркальной части — электроприводом при этом практически демпфироваться не будут.

Одна из задач разработки АСУ ЭП наведения состоит в обеспечении плавного движения зеркала в результате создания требуе-

мого закона управления скоростью двигателей. При проектировании электропривода разработчик располагает математическим описанием объекта в виде многомассовой упруговязкой структуры. Однако из-за исключительной сложности конструкции, фактически являющейся нелинейной системой с распределенными параметрами, и связанных с этим трудностей расчета, описание, как правило, должно уточняться в процессе натурных испытаний и опытной эксплуатации РТ. Поэтому исследователь должен решить задачу разработки математической модели объекта, в которой реальная конструкция заменена эквивалентной по взаимодействию с АСУ ЭП системой с сосредоточенными массами и упруговязкими звеньями, претерпевающими деформацию скручивания. По классификации, принятой в работе [37], рассматриваемая установка может быть отнесена к числу непрерывных стационарных объектов, так как при каждом данном положении по углу места параметры ИО остаются неизменными. Взаимного влияния азимутального и угломестного приводов почти нет. Если эксперимент по идентификации производится в безветренную погоду, то изменение момента нагрузки пренебрежимо мало и электромеханическая система может быть отнесена к системам с одним входом. Эта же предпосылка позволяет использовать методы идентификации детерминированных систем, так как случайный характер процессов связан, в первую очередь, именно со случайным характером ветровой нагрузки.

Чтобы иметь возможность идентифицировать радиотелескоп как сложную упруговязкую электромеханическую систему на основе экспериментальных ЛЧХ, необходимо в процессе снятия характеристик исключить влияние основных нелинейностей. Влияние зазора в редукторах и коренном зацеплении исключается с помощью устройства выборки зазора, влияние сухого трения — в результате того, что эксперименты по снятию ЛЧХ производятся при движении установки, причем амплитуда гармонических колебаний скорости не превышает ее среднего значения. Кроме того, уровень входных сигналов выбирается таким, что якорный ток не достигает предельного допустимого значения.

В процессе снятия логарифмических частотных характеристик система была замкнута через регулятор скорости *РС* по полусумме напряжений тахогенераторов *Тг1* и *Тг2* (см. рис. 5.1). Использование штатной ЭВМ (см. § 4.1) позволило одновременно определить ЛЧХ, связывающие выходные сигналы тахогенератора ($\omega_д$) и гироскопических датчиков угловых скоростей платформы опорно-поворотного устройства ($\omega_{пл}$), противовеса ($\omega_{пр}$) и зеркала ($\omega_{зер}$) с сигналом на входе замкнутого контура регулирования скорости $u_у$. Места установки датчиков угловых скоростей помечены знаком ▼.

На рис. 5.3 представлен комплект ЛАЧХ, характеризующих связь скоростей платформы, зеркала и противовеса со скоростью

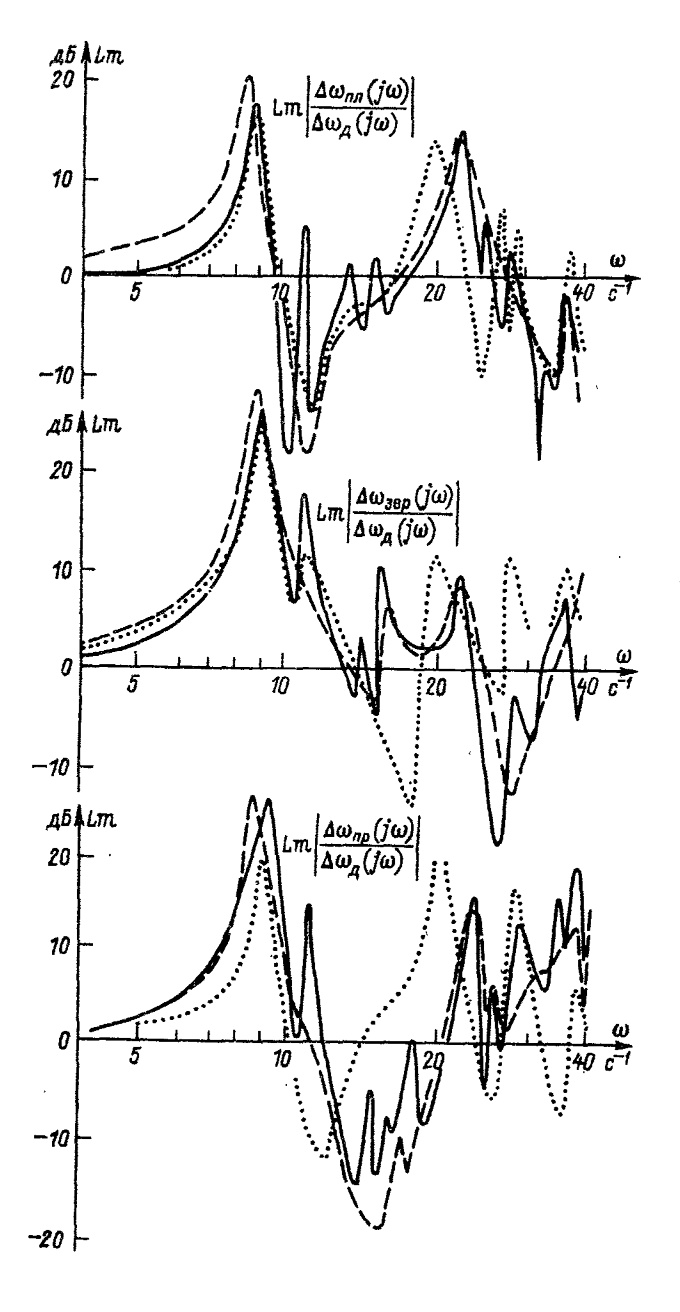


Рис. 5.3. Экспериментальные ЛЧХ радиотелескопа как упруговязкого механизма (— — — — $\beta = 10°$, ———— — $\beta = 45°$, . . . — $\beta = 90°$)

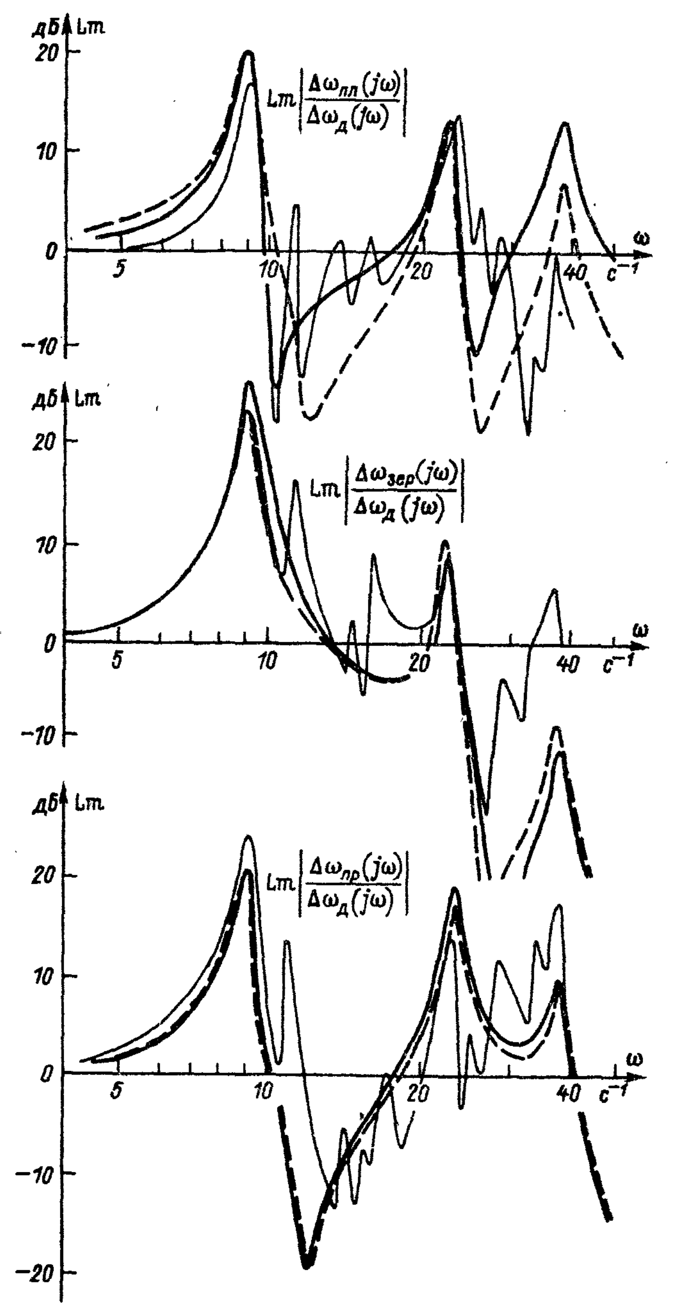


Рис. 5.4. К определению параметров модели механизма (———— — эксперимент, ▬▬▬ — кольцевая схема, — — — — разветвленная схема)

Таблица 5.1. **Параметры моделей**

Тип схемы	Частота резонансов и провалов, c^{-1}						
	T_1^{-1}	T_2^{-1}	T_3^{-1}	T_4^{-1}	T_5^{-1}	T_6^{-1}	T_7^{-1}
Кольцевая	8,94	10,46	22,26	25,9	38,5	30	12,34
Разветвленная	8,8	12,2	23,3	29	38,5	—	—

двигателя. Они получены как разность взятых с учетом соответствующих масштабов экспериментальных ЛАЧХ, связывающих напряжения датчиков $\omega_{пл}$; $\omega_{зер}$ и $\omega_{пр}$ с сигналом $u_у$, и характеристики, связывающей с этим сигналом напряжение тахогенератора ($\omega_д$). Так, например, для скорости платформы

$$\mathrm{Lm}\left|\frac{\Delta\omega_{пл}(j\omega)}{\Delta\omega_д(j\omega)}\right| = \mathrm{Lm}\left|\frac{\Delta\omega_{пл}(j\omega)}{\Delta u_у(j\omega)}\right| - \mathrm{Lm}\left|\frac{\Delta\omega_д(j\omega)}{\Delta u_у(j\omega)}\right|.$$

Характеристики соответствуют трем положениям зеркала по углу места: $\beta = 10$, 45 и 90°.

Рассмотрение характеристик позволяет отметить некоторые их особенности:

1. На фоне достаточно четко выраженных «крупных» резонансных всплесков и провалов характеристики содержат значительное число «мелких» локальных всплесков и провалов, особенно заметных при $\beta = 45°$ и свидетельствующих о существенном влиянии распределенности параметров.

2. Частота первого резонанса (8,5—9,5 c^{-1}) мало зависит от положения АУ по углу места.

3. Частоты «крупных» всплесков и провалов достаточно близко совпадают на характеристиках, соответствующих $\beta = 45$, 10°, но характеристики при $\beta = 90°$ значительно отличаются от них не только по частотам второго и последующих резонансов, но и по виду в области частот правее первой резонансной частоты.

Сказанное свидетельствует о том, что, разрабатывая стационарную модель антенной установки как упругой электромеханической системы с сосредоточенными параметрами, надо ориентироваться на характеристики объекта при определенном положении зеркала по углу места. Учитывая, что существенные искажения вида ЛЧХ возникают при практически неиспользуемых значениях угла места $\beta = 80 \div 90°$, а в остальной части диапазона изменений β характеристики меняются сравнительно мало, целесообразно принять за расчетное среднее значение $\beta = 45°$. Разрабатываемая на основании этих характеристик АСУ ЭП со стационарными связями должна

антенной установки

Постоянные времени модели, с							Коэффициенты внутреннего трения			
T_{c21}	$T_{м2}$	T_{c32}	$T_{м3}$	T_{c42}	$T_{м4}$	T_{c43}	k_{c21}	k_{c32}	k_{c42}	k_{c43}
0,088	0,013	0,41	0,03	0,295	0,007	0,81	0,011	0,02	0,009	0
0,151	0,013	0,205	0,033	0,3	0,004	—	0,045	0,001	0	—

обладать достаточной грубостью, чтобы обеспечить нормальную работу РТ во всем диапазоне углов места.

Среди ЛАЧХ (рис. 5.3) при $\beta = 45°$ нет такой, которая в пренебрежении демпфированием и при частотах резонансов, первоначально определенных как $T_1^{-1} = 8{,}8$; $T_3^{-1} = 23$; $T_5^{-1} = 38$ с$^{-1}$, могла бы быть описана передаточной функцией $1/[(T_1^2p^2 + 1)(T_3^2p^2 + 1)(T_5^2p^2 + 1)]$. Это исключает из рассмотрения рядную модель. С другой стороны, исходные частоты провалов, которые с определенными допущениями приняты на характеристике $\mathrm{Lm}\left|\dfrac{\Delta\omega_{пл}(j\omega)}{\Delta\omega_{д}(j\omega)}\right|$ равными $T_2^{-1} = 10{,}4$ и $T_4^{-1} = 33$ с$^{-1}$, на $\mathrm{Lm}\left|\dfrac{\Delta\omega_{зер}(j\omega)}{\Delta\omega_{д}(j\omega)}\right|$ — $T_6^{-1} = 27$ с$^{-1}$ и на $\mathrm{Lm}\left|\dfrac{\Delta\omega_{пр}(j\omega)}{\Delta\omega_{д}(j\omega)}\right|$ — $T_7^{-1} = 13$ с$^{-1}$, совпадают между собой, что формально означает необходимость использования кольцевой схемы. Для кольцевой схемы в результате минимизации функционала (4.5) при весовых коэффициентах $\nu_1 = \nu_3 = 1$; $\nu_5 = 0{,}8$; $\nu_2 = 0{,}5$; $\nu_4 = 0{,}2$; $\nu_6 = \nu_7 = 0{,}1$, отражающих стремление, в первую очередь, обеспечить хорошее совпадение частот резонансов и возможно лучшим образом воспроизвести вид ЛЧХ объекта в области частот, близких к частоте первого тона, получены скорректированные значения частот и соответствующие им параметры модели, которые приведены в табл. 5.1. Там же приведены определенные в соответствии с методикой, изложенной в § 4.1, значения коэффициентов внутреннего трения. Найденное экспериментальным путем значение механической постоянной времени эквивалентного двигателя и редуктора составляет $T_{м1} = 1{,}4$ с. Для кольцевой модели ЛАЧХ приведены на рис. 5.4 сплошными жирными линиями. Видно, что при почти полном совпадении частот резонансов полного совпадения частот провалов добиться не удается.

Поэтому есть смысл рассмотреть и возможность использования разветвленной модели. Полученные в результате аналогичных процедур параметры приведены в табл. 5.1, а характеристики показаны на рис. 5.4 штриховыми линиями. Видно, что переход к раз-

ветвленной модели сказался, в первую очередь, на частоте первого провала характеристики $\mathrm{Lm}\left|\frac{\Delta\omega_{пл}(j\omega)}{\Delta\omega_{д}(j\omega)}\right|$, который несколько сместился в область более высоких частот. Основное отличие характеристик обеих моделей от экспериментальных состоит в том, что третий резонансный всплеск ЛАЧХ $\mathrm{Lm}\left|\frac{\Delta\omega_{зер}(j\omega)}{\Delta\omega_{д}(j\omega)}\right|$ модели лежит ниже, чем в экспериментальной ЛАЧХ. Напротив, в характеристиках $\mathrm{Lm}\left|\frac{\Delta\omega_{пл}(j\omega)}{\Delta\omega_{д}(j\omega)}\right|$ он оказывается приподнятым.

Учитывая, что разветвленная модель проще, а также, что полученное для нее значение $T_{c21} = 0{,}151$ с, характеризующее жесткость связи двигателя с платформой, близко совпадает со значением $T_{c21} = 0{,}16$ с, полученным из других экспериментов, целесообразно остановиться на разветвленной схеме математической модели.

5.2. Скоростная подсистема следящего электропривода как система управления скоростью многомассового упруговязкого объекта

В гл. 4 рассмотрены возможности построения системы управления двухмассовым электромеханическим объектом, замкнутой по вектору состояния механизма. Теоретически и для многомассового упруговязкого объекта существует возможность, используя принцип модального управления и учитывая возможное наличие нулей передаточной функции, связывающей скорость зеркала с сигналом управления, осуществить ее замыкание по полному вектору состояния механизма. Однако целесообразность такого подхода вызывает сомнения по некоторым причинам:

1. Если резонансная частота первого тона упругих колебаний почти не изменяется при изменении положения зеркала по углу места, то, как это видно из приведенных экспериментальных частотных характеристик, высокочастотные резонансы менее стабильны, причем меняются не только резонансные частоты, но и конфигурация характеристики, что затрудняет использование модального регулятора с постоянной настройкой в тем большей степени, чем выше быстродействие, которое стремятся реализовать в системе.

2. Наличие токового контура и звеньев с другими малыми постоянными времени, так же как и при двухмассовом механизме, ограничивает возможное быстродействие, в результате чего может оказаться, что расширение объема информации о координатах объекта не даст желаемого эффекта.

3. Поскольку плавное движение исполнительного органа (зеркала) осуществляется электроприводом, характер изменения скорости двигателя, необходимый для обеспечения заданного закона перемещения ИО, становится тем более колебательным, чем выше

быстродействие системы, и может оказаться недопустимо колебательным в отношении условной работы самого двигателя и кинематической цепи.

4. Наконец, нельзя не отметить, что понятие «полного вектора состояния механизма» в известной мере условно, так как в такой сложной электромеханической системе, как крупный радиотелескоп, число масс разработанной модели ограничено, в первую очередь, полосой частот, в которой производились исследования в ходе идентификации. С большим основанием можно полагать, что если бы эта полоса была расширена, на более высоких частотах были бы обнаружены резонансные всплески ЛАЧХ, для учета которых пришлось бы еще увеличивать размерность модели.

С учетом сказанного можно сформулировать следующий подход к построению скоростной подсистемы антенной установки как сложной электромеханической системы.

Скоростная подсистема должна быть выполнена так, чтобы при разумном ограничении размерности вектора координат, по которому осуществляется ее замыкание, в результате обеспечения требуемого характера изменения скорости двигателя при максимально возможном быстродействии обеспечивалось отсутствие в скорости исполнительного органа колебаний на частоте одного или двух низкочастотных резонансов при ограничении высокочастотных колебаний на допустимом уровне и при наилучшей возможной реакции системы на основное возмущающее воздействие.

Как показывает опыт, под «разумным ограничением размерности вектора координат механизма» целесообразно понимать его ограничение на уровне, соответствующем двух- или трехмассовому объекту. Тогда надо так выбрать быстродействие скоростной подсистемы, чтобы в первом случае характер динамики определялся тремя, а во втором — пятью управляемыми корнями, расположение которых на плоскости корней определяется выбранным стандартным распределением, а неуправляемые корни, обязанные своим существованием тому, что реальная размерность вектора координат механизма выше, а также наличию малых постоянных времени не оказывали бы существенного влияния на вид переходных процессов.

С этой целью в многомассовой системе возможно замыкание системы через упрощенный наблюдатель, в основу которого положена упрощенная двух- или максимум трехмассовая модель объекта, собственные частоты которой выбраны равными частотам соответственно одного или двух нижних резонансных тонов многомассового механизма. Такое построение системы позволяет при измерении скорости двигателя и скорости одной из масс механизма получать эффект, близкий к эффекту от расширения информации о непосредственно измеренных координатах объекта.

Определение параметров регулятора и наблюдателя скоростной подсистемы производилось в следующем порядке:

1. Наблюдатель выполняется на базе двух- или трехмассовой рядной модели, управляющим сигналом для которой является сигнал тахогенератора ($\omega_д$) и параметры которой выбираются из условия совпадения частоты одного или двух резонансных всплесков ЛАЧХ модели с соответствующими низкочастотными резонансными всплесками ЛАЧХ объекта. Для трехмассовой модели без демпфирования матрица коэффициентов и матрица управления (см. рис. 2.21) имеют вид:

$$\mathbf{A}_н = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{T_{c1м}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_{м2м}} & 0 & -\frac{1}{T_{м2м}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{c2м}} & 0 & -\frac{1}{T_{c2м}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_{м3м}} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_н = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{c1м}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

при $T_{c1м} = 0{,}162$; $T_{м2м} = 0{,}022$; $T_{c2м} = 0{,}24$; $T_{м3м} = 0{,}028$ с. Эти значения выбраны из условий наилучшего воспроизведения моделью свойств объекта в полосе частот от нуля до частоты второго резонансного тона $T_2^{-1} = 23$ с$^{-1}$. Поскольку сигнал ошибки восстановления выделяется по выходной координате, то $\mathbf{C}_н = [0\ 0\ 0\ 1]$.

2. В соответствии со структурной схемой на рис. 2.21 объект описывается уравнением

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_I \\ \hline \dot{\mathbf{x}}_{II} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_{I-I} & \mathbf{A}_{I-II} \\ \hline \mathbf{A}_{II-I}\mathbf{C}_I & \mathbf{A}_{II-II} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_I \\ \hline \mathbf{x}_{II} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{uI} \\ \hline \mathbf{0} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{mI} \\ \hline \mathbf{B}_{mII} \end{bmatrix} \mathbf{M}_c.$$

Для разомкнутой системы можно записать:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{I} \\ \hline \dot{\mathbf{x}}_{II} \\ \hline \dot{\widehat{\mathbf{x}}}_{II} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c} \mathbf{A}_{I-I} - \mathbf{B}_{uI}\mathbf{k}\mathbf{D}_{I} & \mathbf{A}_{I-II} & -\mathbf{B}_{uI}\mathbf{k}\mathbf{D}_{II} \\ \hline \mathbf{A}_{II-I}\mathbf{C}_{I} & \mathbf{A}_{II-II} & 0 \\ \hline \mathbf{B}_{н}\mathbf{C}_{I} & \mathbf{L}\mathbf{C}_{II} & \mathbf{A}_{н} - \mathbf{L}\mathbf{C}_{н} \end{array}\right] \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{I} \\ \hline \mathbf{x}_{II} \\ \hline \widehat{\mathbf{x}}_{II} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{uI}k_{р.\,с} \\ \hline 0 \\ \hline 0 \end{bmatrix} \Delta u_{у} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{mI} \\ \hline \mathbf{B}_{mII} \\ \hline 0 \end{bmatrix} \mathbf{M}_{с}. \quad (5.1)$$

Коэффициенты регулятора определяются по структуре, включающей в себя невосстанавливаемую часть объекта и модель соответственно с векторами выходных координат $\mathbf{x}_{I}$ и $\widehat{\mathbf{x}}_{II}$ (при $\mathbf{L} = 0$). Поскольку в рассматриваемом случае $(T_{м1} + T_{м2} + T_{м3} + T_{м4})/T_{м1} \approx 1$, влиянием связи с передаточной матрицей $\mathbf{A}_{I-II}$ на стадии определения коэффициентов можно пренебречь. Тогда

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{I} \\ \hline \dot{\widehat{\mathbf{x}}}_{II} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_{I-I} & 0 \\ \hline \mathbf{B}_{н}\mathbf{C}_{I} & \mathbf{A}_{н} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{I} \\ \hline \widehat{\mathbf{x}}_{II} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{uI} \\ \hline 0 \end{bmatrix} u;$$

$$u = \Delta u_{у} - \mathbf{k}\left[\mathbf{D}_{I}\mathbf{x}_{I} + \mathbf{D}_{I}\widehat{\mathbf{x}}_{II}\right]. \quad (5.2)$$

Если по-прежнему считать, что токовый контур описывается звеном второго порядка (2.16), то при $\mathbf{x}_{I} = \mathrm{col}\,[x_1 x_2 x_3]$, где $x_2 = \Delta \bar{i}_{я}$; $x_3 = \Delta\,\bar{\omega}_1$, и $\widehat{\mathbf{x}}_{II} = \mathrm{col}\,[\widehat{x}_{1н}\,\widehat{x}_{2н}\,\widehat{x}_{3н}\,\widehat{x}_{4н}]$, где $\widehat{x}_{1н}$ — $\widehat{x}_{4н}$ — выходные координаты модели (а при $\mathbf{L} \neq 0$ — выходные координаты наблюдателя), входящие в выражения (5.2), матрицы имеют вид:

$$\mathbf{A}_{I-I} = \begin{bmatrix} -\dfrac{2}{T_{\mu э}} & -\dfrac{2}{T_{\mu э}} & 0 \\ \dfrac{1}{T_{\mu э}} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{T_{м1}} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{н} = \left[\frac{1}{T_{c1м}} \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0\right]^{т}; \quad \mathbf{C}_{I} = [0 \;\; 0 \;\; 1]; \quad \mathbf{B}_{uI} = \left[\frac{2}{T_{\mu э}} \;\; 0 \;\; 0\right]^{т};$$

$$\mathbf{k} = [0 \;\; 0 \;\; k_1 \; k_2 \; k_3 \;\; k_4 \;\; k_5]; \quad \mathbf{D}_{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 \\ \hline \mathbf{0} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}_{II} = \begin{bmatrix} 0 \\ \hline \mathbf{I}_4 \end{bmatrix}.$$

Матрица $\mathbf{D}_{I}$ имеет размер 7×3, а $\mathbf{D}_{II}$ — 7×4, через $\mathbf{I}_3$ и $\mathbf{I}_4$ обозначены единичные матрицы 3-го и 4-го порядка.

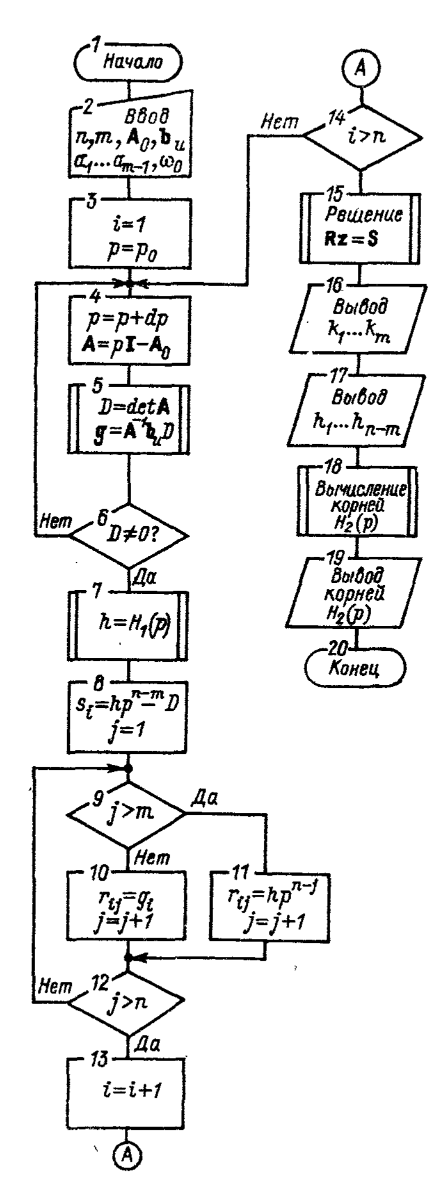


Рис. 5.5. Алгоритм определения коэффициентов регулятора скоростной подсистемы

Аналогично изложенному в § 2.3 применительно к двухмассовой системе, задача сводится к определению матрицы регулятора **k**, при реализации которой обеспечивалось бы желаемое распределение управляемых корней при незначительном влиянии неуправляемых.

Для ее решения разработан алгоритм расчета коэффициентов регулятора и значений неуправляемых корней в системе n-го порядка при m связей по координатам объекта[1]. Чтобы воспользоваться им, надо выражения (5.2) записать в виде:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}_0\mathbf{x} + \mathbf{B}_u u; \quad u = \Delta u_у - \mathbf{kx},$$

где первые m элементов вектора координат **x** используются для введения связей при $\mathbf{k} = [k_1 \ldots k_m 0 \ldots 0]$. Характеристический полином замкнутой системы представляется как $H^0(p) = H_1^0(p)\,H_2(p)$ при $H_1^0(p) = p^m + a_1\omega_0 p^{m-1} + a_2\omega_0^2 p^{m-2} + \ldots + \omega_0^m$, $H_2(p) = p^{n-m} + h_1 p^{n-m-1} + h_2 p^{n-m-2} + \ldots + h_{n-m}$. Если матричную передаточную функцию объекта $\mathbf{x}(p)/u(p) = [p\mathbf{I} - \mathbf{A}_0]^{-1}\,\mathbf{B}_u$ записать в виде $\mathbf{x}(p)/u(p) = \mathbf{g}(p)/\det[p\mathbf{I} - \mathbf{A}_0]$, то коэффициенты регулятора и коэффициенты полинома $H_2(p)$, образующие вектор-столбец $\mathbf{z} = \mathrm{col}\,[k_1 \ldots k_m h_1 \ldots h_{n-m}]$, могут быть найдены в результате решения матричного уравнения $\mathbf{Rz} = \mathbf{S}$, в котором элементы $(n \times n)$-матрицы **R** определяются как $r_{ij} = g_i(p_i)$ при $j \leqslant m$; $r_{ij} = H_1(p_i)\,p_i^{n-j}$

---

[1] Алгоритм разработан Ю. В. Постниковым и Н. И. Трофимуком.

при $j > m$, где $g_i(p_i)$ — элемент матрицы-столбца $\mathbf{g}(p)$, номер которого равен j, p_i — число, образованное как p_0; $p_0 + dp$; $p_0 + 2dp$ . . . , где d — шаг варьирования p_i. Элементы матрицы-столбца $\mathbf{S}$ вычисляются как $s_i = H_1(p_i)^{n-m} - \det[p_i \mathbf{I} - \mathbf{A}_0]$. При известных коэффициентах $h_1 \ldots h_{n-m}$ определяются корни полинома $H_2(p)$.

Структурная схема алгоритма приведена на рис. 5.5.

Расчет производится для ряда значений ω_0, после чего выбирается такое, при котором неуправляемые корни будут располагаться вне окружности с радиусом, в два раза превышающим радиус окружности управляемых корней.

3. При четырехмассовой разветвленной модели объекта (см. табл. 4.1) с учетом демпфирования матрицы, входящие в уравнение (5.1), имеют вид:

$$\mathbf{A}_{\text{I-I}} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{T_{\mu э}} & -\frac{2}{T_{\mu э}} & 0 \\ \frac{1}{T_{\mu э}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{м1}} & -\frac{k_{c21}}{T_{м1}} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_{\text{I-II}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{T_{м1}} & \frac{k_{c21}}{T_{м1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_{\text{II-I}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{c21}} \\ \frac{k_{c21}}{T_{м2}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_{\text{II-II}} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{T_{c21}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_{\text{м}2}} & -\frac{k_{c21}+k_{c32}+k_{c42}}{T_{\text{м}2}} & -\frac{1}{T_{\text{м}2}} & \frac{k_{c21}}{T_{\text{м}2}} & -\frac{1}{T_{\text{м}2}} & \frac{k_{c42}}{T_{\text{м}2}} \\ 0 & \frac{1}{T_{c32}} & 0 & -\frac{1}{T_{c32}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{c32}}{T_{\text{м}3}} & \frac{1}{T_{\text{м}3}} & -\frac{k_{c32}}{T_{\text{м}3}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{c42}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{c42}} \\ 0 & \frac{k_{c42}}{T_{\text{м}4}} & 0 & 0 & \frac{1}{T_{\text{м}4}} & -\frac{k_{c42}}{T_{\text{м}4}} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}_{\text{I}} = [0 \quad 0 \quad 1]; \quad \mathbf{B}_{m\text{I}} = 0; \quad \mathbf{B}_{m\text{II}} = \left[0 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{1}{T_{\text{м}3}} \quad 0 \quad 0\right]^{\text{т}}.$$

В объекте за входную координату принята скорость зеркала $\Delta\bar{\omega}_{\text{зер}} = \Delta\bar{\omega}_3 = x_7$, поэтому

$$\mathbf{C}_{\text{II}} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0].$$

Ошибка восстановления выделяется как $x_7 - \hat{x}_{4\text{н}}$ при $\mathbf{C}_{\text{н}} = [0\ 0\ 0\ 1]$. Связь наблюдателя по ошибке восстановления рекомендуется вводить только на последний интегратор модели, приняв $\mathbf{L} = [0\ 0\ 0\ l]^{\text{т}}$.

4. По уравнению (5.1) необходимо оценить реакцию системы на управляющее воздействие $\Delta u_{\text{у}}$ и возмущение в виде изменения момента нагрузки.

Требуемое значение коэффициента наблюдателя l следует определить в результате рассмотрения реакции скоростной подсистемы на ступенчатое изменение момента нагрузки на третьей массе, моделирующей зеркальную часть антенной установки. При $l = 0$, т. е. когда система замкнута через модель, изменение момента нагрузки вызывает слабозатухающие колебания зеркала на частоте первого резонанса. При $l > 0$ эти колебания демпфируются и при $l = 10$ после первого отклонения скорости зеркала в кривой $\Delta\bar{\omega}_3/\Delta\bar{M}_c = f(t)$ колебания почти отсутствуют. Дальнейшее увеличение l не приводит к заметному изменению характера реакции на возмущение, что дает основание рассматривать $l = 10$ как то минимальное значение, которое должно быть использовано при построении наблюдающего устройства.

В результате описанной процедуры значение $\omega_0 = 13\ \text{с}^{-1}$ определено как предельное. Значения коэффициентов регулятора при этом равны: $\bar{k}_1 = 16{,}45$; $\bar{k}_2 = -11{,}5$; $\bar{k}_3 = -10{,}63$; $\bar{k}_4 = 29{,}16$; $\bar{k}_5 = 0{,}66$. Расчетная реакция скоростной подсистемы, замкнутой

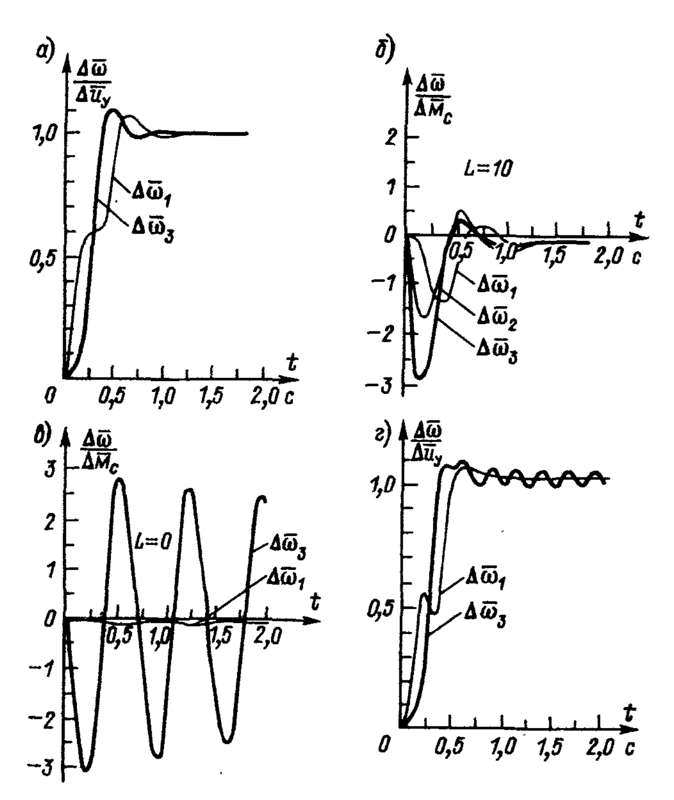


Рис. 5.6. Расчетные переходные процессы в скоростной подсистеме: *а*, *б* — реакция на скачок управления и возмущения в системе с наблюдателем на базе трехмассовой модели при $l = 10$; *в* — при скачке возмущения и $l = 0$; *г* — при скачке управления с наблюдателем на базе двухмассовой модели

через наблюдатель с $l = 10$, на скачок внешних воздействий показана на рис. 5.6, *а* и *б*. Рисунок 5.6, *в* иллюстрирует реакцию системы на возмущение при $l = 0$. Видно, что при замыкании по модели скорость двигателя почти не меняется при слабо затухающих колебаниях зеркала.

Аналогичным образом производились расчеты для системы с наблюдателем на базе двухмассовой модели (см. рис. 2.23). Предельное быстродействие системы характеризовалось при этом значением $\omega_0 = 11$ с$^{-1}$. Коэффициенты регулятора получились равными $\bar k_1 = 16{,}25$; $\bar k_2 = 15{,}16$; $\bar k_3 = -7{,}09$. При том же значении l реакция системы на возмущение была близка к показанной на рис. 5.6, *б*. В кривой $\Delta\bar\omega_3 = f(t)$ (рис. 5.6, *г*) видны слабо затухающие колебания на частоте второго резонанса. Переходные характеристики по управлению близки к таковым при замыкании по координатам модели при $l = 0$.

5.3. Настройка контура положения следящего электропривода

Опорно-поворотные устройства крупных радиотелескопов оборудуются силовыми следящими электроприводами наведения, т. е. электроприводами с автоматизированной системой управления, замкнутой по положению исполнительного органа. Предусматривается внутренняя скоростная подсистема, при применении к которой изложенных выше принципов построения систем управления с упругостью, она представляет собой систему управления скоростью исполнительного органа.

Рассмотрим в общем виде вопрос о выборе параметров регулятора положения в следящем электроприводе с упругостью, предполагая, что скоростная подсистема замкнута по вектору состояния механизма.

Матричное уравнение объекта

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_u u$$

имеет порядок n на единицу больший, чем порядок уравнения скоростной подсистемы из-за того, что к координатам объекта добавляется новая регулируемая переменная в виде угла поворота ИО. Если регулятор положения — пропорциональный, то в результате наличия в структуре объекта интегратора, преобразующего скорость ИО в угол поворота, характеристическое уравнение следящего электропривода оказывается таким же как характеристическое уравнение системы управления скоростью с введением интеграла в закон регулирования. Поэтому сказанное в § 2.3 о выборе параметров регулятора при введении интеграла в закон регулирования справедливо и для следящего электропривода при коэффициенте регулятора положения численно равном $\bar{k}_{\text{р.п}} = 1/T_{\text{и}}$, где $T_{\text{и}}$ — постоянная времени интегратора *И* на рис. 2.10, *а*, определяемая в соответствии с последним выражением в формулах (2.27).

Как и для жесткой системы подчиненного регулирования, применение пропорционального регулятора положения обусловливает наличие угловой статической ошибки при изменении момента нагрузки. С целью обеспечения астатизма системы при возмущении в закон регулирования должен быть введен интеграл от регулируемой переменной. Тогда при выборе параметров регулятора положения необходимо оперировать с расширенным объектом, описываемым матричным уравнением

$$\dot{\mathbf{x}}' = \mathbf{A}'\mathbf{x}' + \mathbf{B}_u u,$$

где

$$\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hline x_{n+1} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}' = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A} & 0 \\ \hline \mathbf{C} & 0 \end{array}\right]; \quad \mathbf{B}'_u = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_u \\ \hline 0 \end{bmatrix}.$$

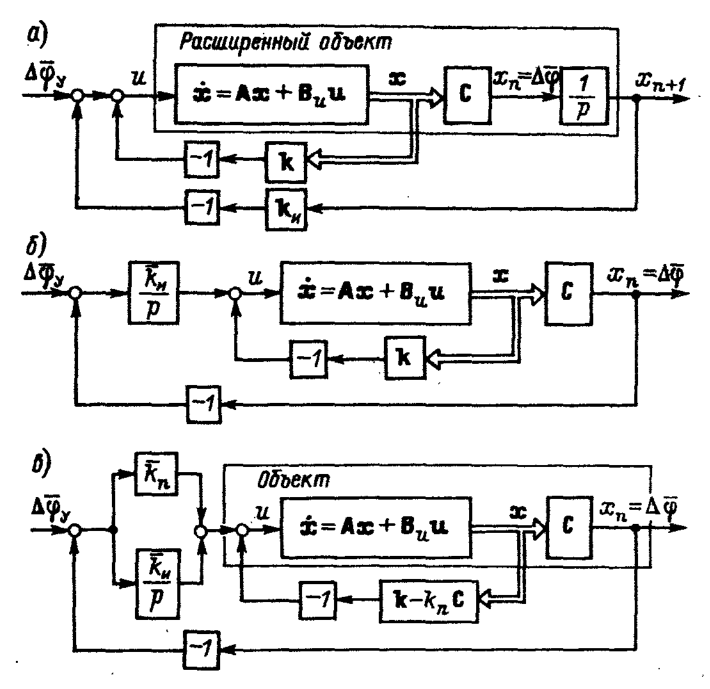


Рис. 5.7. Структурная схема системы управления положением: *а* — с введением интеграла; *б* — с интегрирующим регулятором положения; *в* — с пропорционально-интегральным регулятором положения

Однако соответствующая такому описанию схема, приведенная на рис. 5.7, *а*, где $k_и$ — коэффициент передачи интегральной связи на практике не может быть реализована из-за необходимости располагать не только абсолютным значением угла, но и интегралом от него.

Существуют два варианта возможной реализации следящего электропривода при введении интеграла в закон регулирования:

1. На вход интегратора $\overline{k}_и/p$ подается ошибка рассогласования $\delta\overline{\varphi} = \overline{\varphi}_у - \overline{\varphi}$ (рис. 5.7, *б*). Необходимость введения обратной связи по абсолютному значению угла $\overline{\varphi} = x_n$ в этом случае сохраняется.

2. Обратная связь по углу с коэффициентом $\overline{k}_n$ включается в прямой канал, а регулятор состояния описывается матрицей-строкой $(\mathbf{k} - k_n\mathbf{C})$ (рис. 5.7, *в*). Благодаря этому получается классический ПИ-регулятор положения с передаточной функцией

$$\overline{W}_{р.п}(p) = \frac{\overline{k}_n p + \overline{k}_и}{p} = \overline{\beta}_{р.п}\,\frac{T_{р.п}p + 1}{T_{р.п}p},$$

где $\overline{\beta}_{р.п} = \overline{k}_n$; $T_{р.п} = \overline{k}_n/k_и$, и можно говорить о следящем элек-

троприводе с подчиненной подсистемой управления скоростью исполнительного органа.

Вне зависимости от варианта реализации характеристическое уравнение замкнутой системы записывается как

$$\det[p\mathbf{I}-\mathbf{A}'-\mathbf{B}'_u[\mathbf{k}\,|\,k_и]]=0.$$

Однако динамические свойства систем (рис. 5.7, *б* и *в*) при управлении оказываются различными. В первом варианте нормированная передаточная функция, связывающая $\bar{\varphi}$ с $\bar{\varphi}_у$, определяется как

$$\overline{W}_з(p_*)=1/P(p_*), \tag{5.3}$$

где $P(p_*)=p_*^{n-1}+f_1p_*^n+\ldots+f_np_*+1$, благодаря чему характер изменения управляемой переменной однозначно определяется распределением корней характеристического уравнения. Недостатком является то, что порядок астатизма системы по управлению получается равным единице, в результате чего может оказаться невозможным обеспечить требуемые показатели при отработке управляющего воздействия. Во втором варианте порядок астатизма повышается до двух, но при этом приходится считаться с тем, что на вид переходной характеристики влияет нуль передаточной функции, которая получается в виде

$$\overline{W}_з(p_*)=(f_np_*+1)/P(p_*). \tag{5.4}$$

Учитывая удобство способа определения параметров регулятора, основанного на использовании стандартной формы распределения корней, целесообразно воспользоваться им и для определения параметров регулятора в контуре положения.

Скоростная подсистема, описываемая уравнениями (5.1), представляет собой систему высокого порядка, что делает почти невозможным получение результата в общем виде. Учитывая, что характер изменения скорости ИО при управляющем воздействии в скоростной подсистеме, замкнутой через наблюдатель, получается близким к характеру изменения выходной координаты модели в системе, описываемой уравнениями (5.2), будем при определении требуемых параметров регулятора положения считать, что скоростная подсистема представляет собой двух- или трехмассовую рядную систему, замкнутую по вектору состояния механизма. Если, кроме того, пренебречь влиянием малых постоянных времени, то можно считать, что скоростная подсистема описывается передаточными функциями третьего или пятого порядков, а порядок уравнений, характеризующих следящий электропривод с ПИ-регулятором положения, будет пятым и седьмым соответственно.

В практике проектирования жестких следящих систем широко используется настройка контура положения на симметричный оп-

Таблица 5.2

Порядок полинома $n+1$	Коэффициенты, обеспечивающие перерегулирование, равное 40%, при применении ПИ-регулятора положения						
	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
3	2	2					
4	3,05	4,74	3,08				
5	4,21	8,87	9,34	4,32			
6	5,26	13,9	21,5	16,7	5,78		
7	6,3	19,8	38,5	46,3	27,8	7,46	
8	7,2	26	59,5	90,7	87,7	42,5	9,21

тимум (СО), при которой перерегулирование по управлению составляет примерно 43 %. Передаточная функция контура, настроенного на СО, получается по формуле (5.4) при $n+1=3$ и распределении корней по Баттерворту. Проведенные расчеты позволили получить значения коэффициентов полинома $P(p)$, при которых перерегулирование по положению составляет около 40 % и при более высоком порядке характеристического уравнения, а колебательность внутренней системы, описываемой передаточной функцией

$$\overline{W}_{\omega з}(p)=\frac{\omega_0^{n-1}}{p^{n-1}+a_1\omega_0 p^{n-2}+\ldots+a_{n-2}\omega_0^{n-2}p+\omega_0^{n-1}}, \quad (5.5)$$

соответствует таковой при распределении ее полюсов по Баттерворту. Значения коэффициентов при $n+1=3\div 8$ для предлагаемой стандартной формы в виде

$$P^0(p)=p^{n+1}+f_1\omega_{01}p^n+f_2\omega_{01}^2p^{n-1}+\ .\ .\ .\ +f_n\omega_{01}^n p+\omega_{01}^{n+1}, \quad (5.6)$$

где ω_{01} — среднегеометрический корень (СГК), характеризующий быстродействие системы, замкнутой по положению, приведены в табл. 5.2, а реакция на скачок управления $\Delta\overline{\varphi}_у$ при $n+1=$ $=3\div 10$ — на рис. 5.8.

Записывая передаточную функцию разомкнутой системы для схемы на рис. 5.7, *в* в виде

$$W(p)=\overline{\beta}_{р.\,п}\frac{T_{р.\,п}p+1}{T_{р.\,п}p}\,\overline{W}_{\omega з}(p)\frac{1}{p}, \quad (5.7)$$

где $\overline{W}_{\omega з}(p)$ определяется выражением (5.5), при коэффицнентах a_i, соответствующих распределению Баттерворта третьего или пятого порядка (соответственно для двух- и трехмассовой системы), и приравнивая полученный с учетом этого выражения знаменатель передаточной функции (5.4) стандартному полиному $P^0(p)/\omega_{01}^{n+1}$, можно определить, что для системы с двухмассовым механизмом средне-

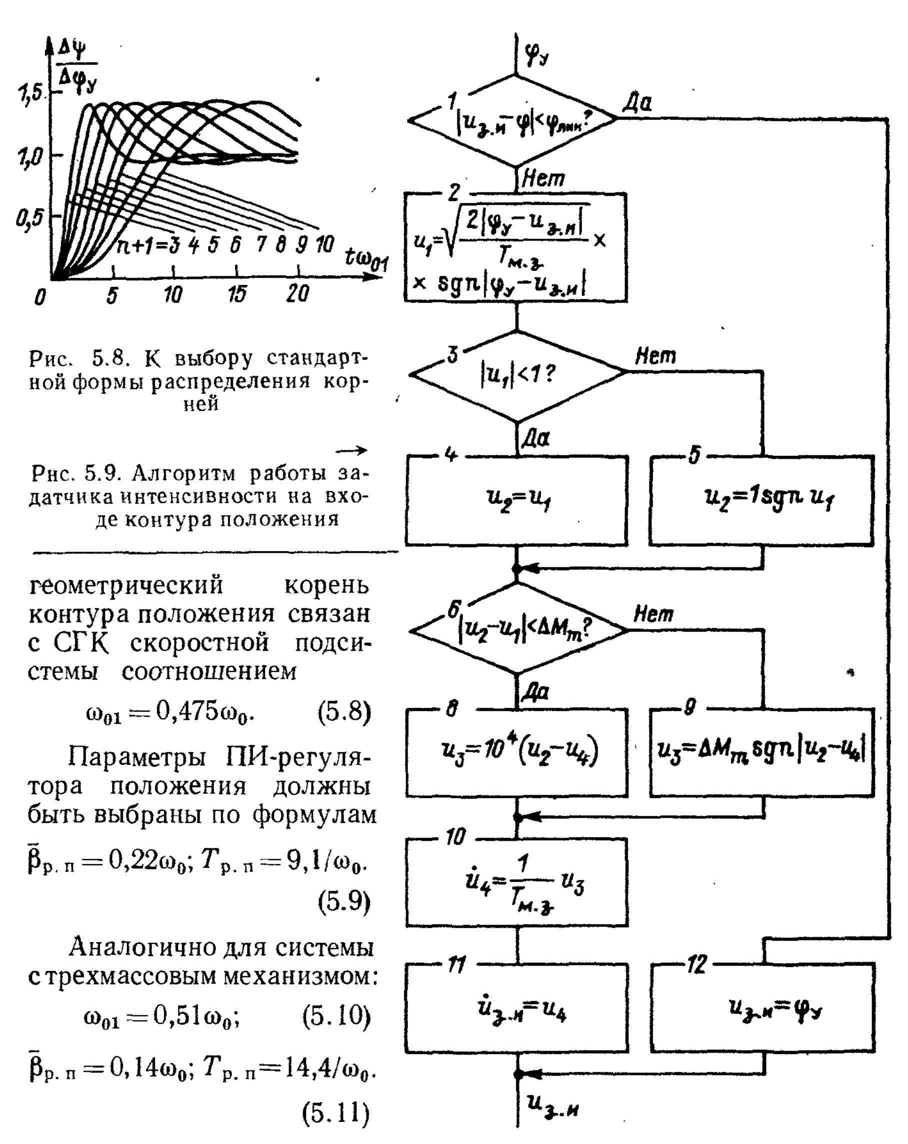


Рис. 5.8. К выбору стандартной формы распределения корней

Рис. 5.9. Алгоритм работы задатчика интенсивности на входе контура положения →

геометрический корень контура положения связан с СГК скоростной подсистемы соотношением

$$\omega_{01} = 0{,}475\omega_0. \qquad (5.8)$$

Параметры ПИ-регулятора положения должны быть выбраны по формулам

$$\bar{\beta}_{р.п} = 0{,}22\omega_0;\ T_{р.п} = 9{,}1/\omega_0. \qquad (5.9)$$

Аналогично для системы с трехмассовым механизмом:

$$\omega_{01} = 0{,}51\omega_0; \qquad (5.10)$$

$$\bar{\beta}_{р.п} = 0{,}14\omega_0;\ T_{р.п} = 14{,}4/\omega_0. \qquad (5.11)$$

Быстродействие контура положения в обоих случаях приблизительно в два раза ниже быстродействия скоростной подсистемы, что соответствует соотношению частот среза контуров положения и скорости в «жесткой» системе подчиненного регулирования.

Для компенсации уменьшения запаса по фазе, связанного с отличием реальной передаточной функции скоростной подсистемы от упрощенной, положенной в основу приведенных выше выкладок,

целесообразно вместо ПИ-регулятора положения применить ПИД-регулятор с передаточной функцией

$$\overline{W}_{р.п}(p) = \overline{\beta}_{р.п} \frac{(T_{р.п1}p + 1)(T_{р.п2}p + 1)}{T_{р.п1}p\left(T'_{р.п2}\, p + 1\right)}, \tag{5.12}$$

в которой $\overline{\beta}_{р.п}$ и $T_{р.п1} = T_{р.п}$ выбраны по формулам (5.9) или (5.11).

Кроме основного следящего режима, электроприводом должны плавно и без перерегулирования отрабатываться большие и средние установочные перемещения. В электроприводе с жесткой связью между двигателем и ИО это достигается применением безынерционного параболического регулятора положения, в результате чего, ограничивая сигнал на входе токового контура, ток якоря можно поддерживать равным предельно допустимому значению как при разгоне, так и при торможении [7]. В следящем электроприводе с упругостью и подчиненной системой управления скоростью ИО применение такой схемы невозможно, так как при этом размыкаются внешние по отношению к контуру тока связи и упругие колебания перестают демпфироваться электроприводом.

Радикальное решение вопроса при задании предписанного значения и вычисления ошибки рассогласования с помощью управляющей ЭВМ состоит в формировании требуемого закона изменения управляющего воздействия на входе замкнутого контура положения с помощью задатчика интенсивности, реализуемого в виде расчетного алгоритма. Структурная схема алгоритма приведена на рис. 5.9. В следящем режиме, когда разница между предписанным значением и сигналом на выходе задатчика интенсивности $u_{з.и}$ не превышает значения $\varphi_{лин}$, для отработки которого не требуется ток, больший предельно допустимого, значение $\overline{\varphi}_{у}$ подается непосредственно на вход контура положения. В режиме отработки средних и больших перемещений задатчик интенсивности, представляющий собой модель идеализированной системы регулирования положения с параболическим регулятором положения и объектом с механической постоянной времени $T_{м.з}$, равной суммарной механической постоянной времени объекта, обеспечивает изменение напряжения $u_{з.и}$ по закону, соответствующему закону изменения положения при треугольном или трапецеидальном характере скорости (в задатчике — напряжения u_4). В процессе настройки темп изменения напряжения $u_{з.и}$ при том же характере зависимости $u_{з.и} = f(t)$ можно варьировать, выбирая значение $T_{м.з}$ большим или меньшим реального значения механической постоянной времени объекта.

5.4. Результаты экспериментальной отработки следящего электропривода на радиотелескопе

Структурная схема следящего электропривода азимутальной оси приведена на рис. 5.10. Токовые контуры представлены в виде звеньев второго порядка, настроенных на оптимум по модулю. Поскольку в расчетах используются значения $T_{м1}$; T_{c21} и $T_{м2}$, отнесенные к эквивалентному двигателю, заменяющему двухдвигательный привод, на схеме в каждом канале присутствуют постоянные времени $T_{м1}/2$ и $2T_{c21}$ и коэффициент $k_{c21}/2$. Наблюдатель построен на базе трехмассовой модели, невязка выделяется как $\omega_3 - \hat{x}_4$, где $\omega_3 = \omega_{зер}$ — скорость зеркала, $\hat{x}_4$ — выходная координата наблюдателя. Сравнение сигнала задания на скоростную подсистему с результирующим сигналом обратной связи производится на входе устройства выборки зазора УВЗ. Коэффициент $\bar{k}_{р.с}$ в прямом канале, равный сумме коэффициентов обратных связей по скорости $\bar{k}_1 + \bar{k}_3 + \bar{k}_5$, обеспечивает равенство единице коэффициента передачи замкнутой скоростной подсистемы в установившемся режиме.

Регулятор положения в рабочем режиме имеет передаточную функцию (5.12). Сигнал $\bar{\varphi}_у$ подается на него через задатчик интенсивности ЗИ. При больших рассогласованиях регулятор положения переводится в режим пропорционального. Это обеспечивается переключением электронного ключа S под контролем сигнала на его входе.

Параметры наблюдателя и регулятора скоростной подсистемы соответствовали значениям приведенным в § 5.2.

Скорость зеркала измерялась с помощью гироскопического датчика угловой скорости, ориентация которого в пространстве не зависела от положения зеркала по углу места. Наблюдатель был построен на интегральных операционных усилителях. Отметим, что отлаженный по расчетным данным в лаборатории наблюдатель не потребовал никакой подстройки на объекте и безотказно функционировал в течение всего периода исследований.

Перечисленные ниже осциллограммы иллюстрируют процесс поэтапного замыкания скоростной подсистемы. Возможность такого замыкания отмечалась в гл. 2 как достоинство наблюдателя, управляемого скоростью двигателя.

На рис. 5.11, *а* показаны переходные процессы для скоростной подсистемы, замкнутой только по скорости двигателя, при коэффициенте регулятора скорости $\bar{k}_{р.с} = \bar{k}_1$. Скорость двигателя изменяется как в жесткой системе. В скоростях зеркала $\omega_{зер}$ и платформы $\omega_{пл}$ наблюдаются колебания с частотой первого резонанса, затухающие только в результате действия диссипативных сил. Сигнал скорости двигателя подается на наблюдатель при отсутствии связи наблюдателя ($l = 0$). В результате наблюдатель ведет себя

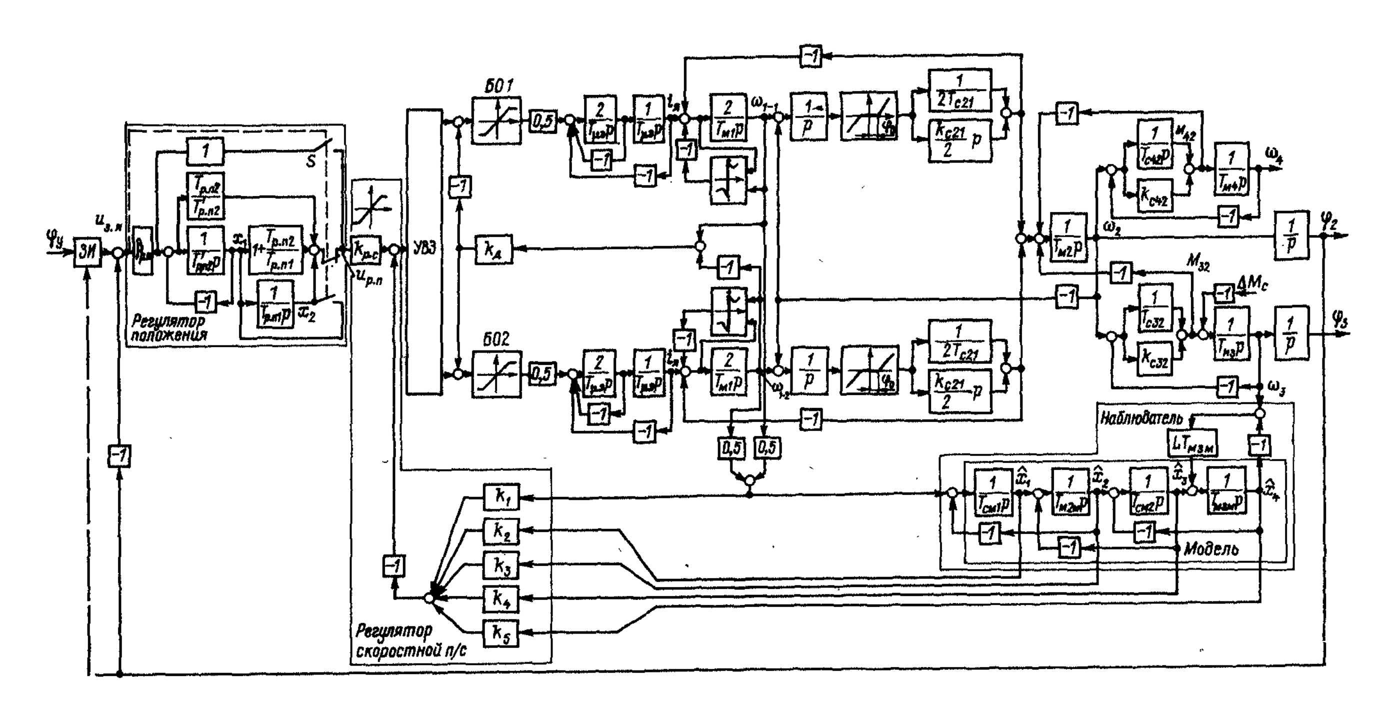


Рис. 5.10. Структурная схема следящего электропривода радиотелескопа

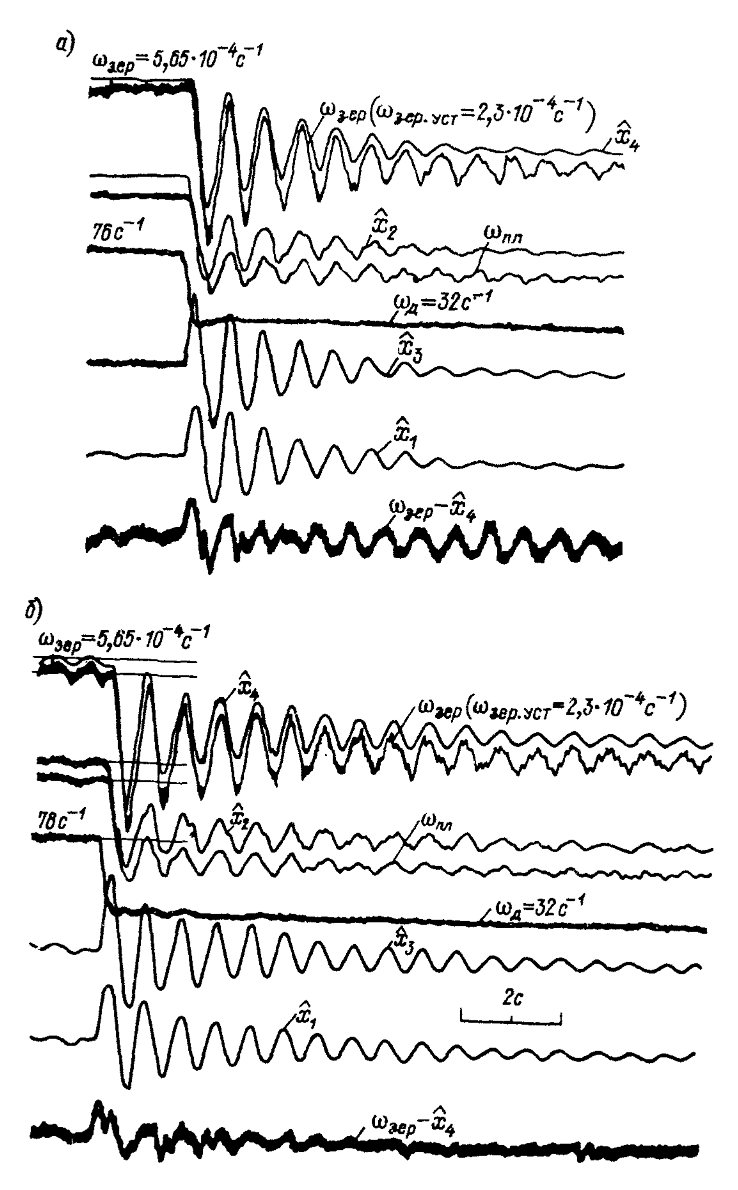


Рис. 5.11. Экспериментальные переходные процессы при $\beta = 45°$

как модель, воспроизводя колебания механизма. Настройка модели выполнена по математическому описанию, разработанному для угла места $\beta = 45°$, благодаря чему частоты колебаний объекта и модели достаточно хорошо совпадают. Однако амплитуды их несколько

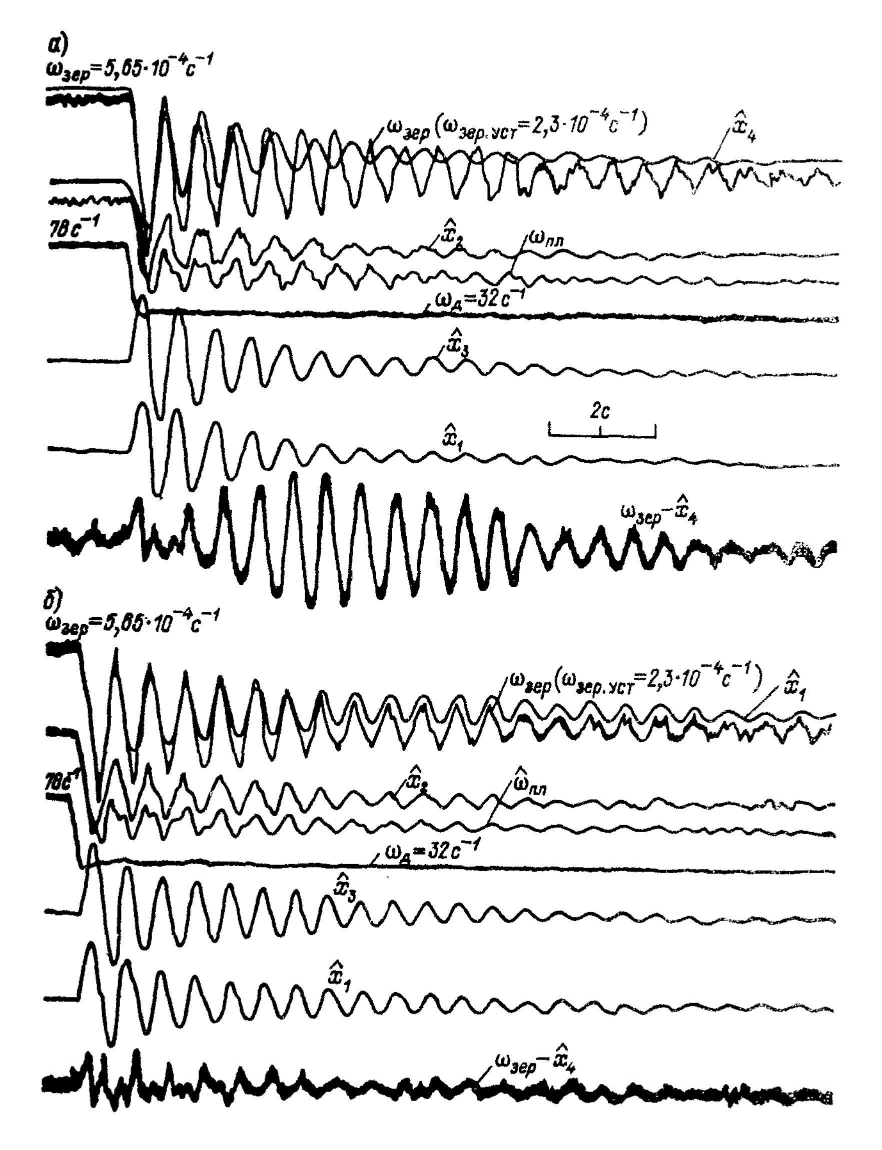


Рис. 5.12. Экспериментальные переходные процессы при $\beta = 90°$

различны, что отражается в разности $\omega_{зер} - x_4$, которая при идеальном соответствии переходных характеристик модели и объекта представляла бы собой прямую линию. На рис. 5.11, *б* показано то же, что и на рис. 5.11, *а*, но при замыкании связи наблюдателя с $l = 10$. По виду $\widehat{x}_2\ (t)$ и $\widehat{x}_4\ (t)$, а также по характеру разности

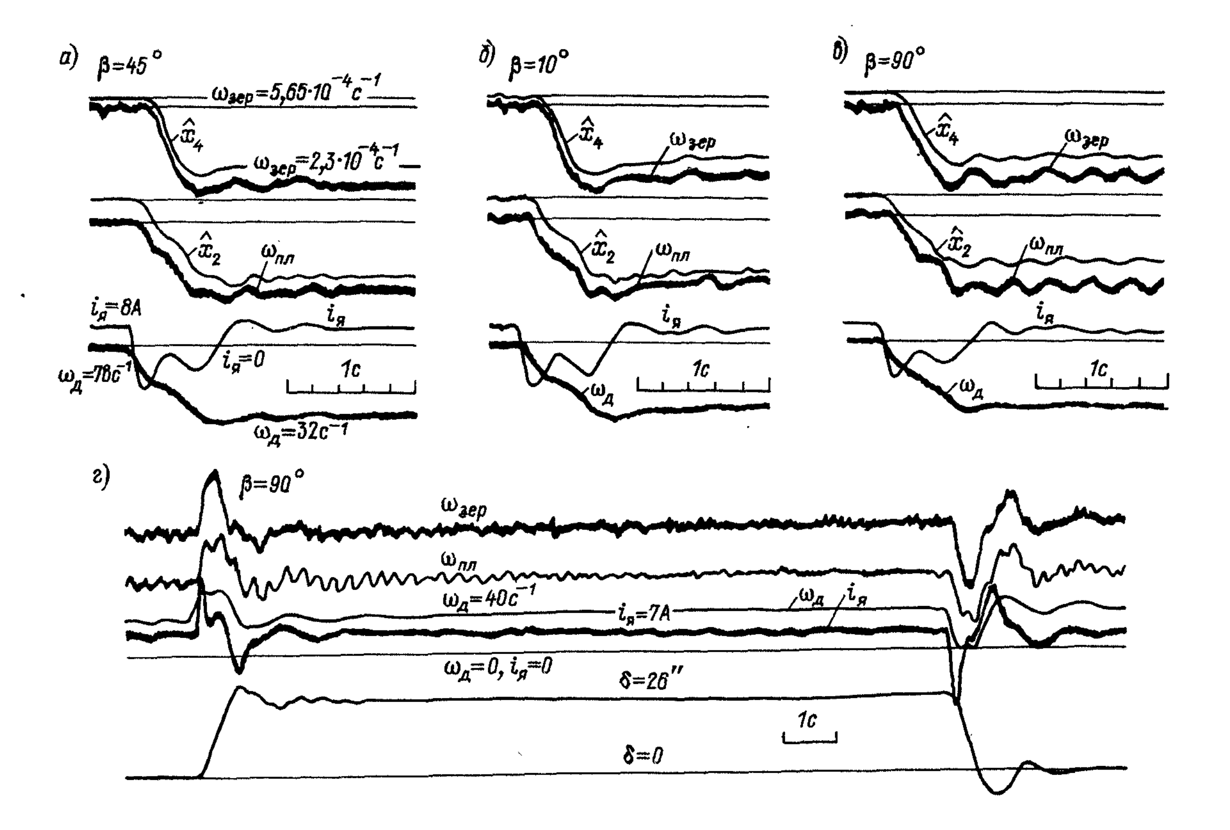


Рис. 5.13. Экспериментальные переходные процессы в системе, замкнутой через наблюдатель; *а*, *б*, *в* — скоростная подсистема; *г* — следящий электропривод

$\bar{\omega}_{зер} - \hat{x}_4$ можно судить о том, как введение связи наблюдателя приближает переходные характеристики наблюдателя к переходным характеристикам объекта.

На рис. 5.12, *а*, *б* и *в* иллюстрируется тот же эффект, но уже при угле места $\beta = 90°$, где частотные характеристики объекта в наибольшей степени отличаются от характеристик при $\beta = 45°$, при которых осуществлена настройка модели. Наличие биений $\bar{\omega}_{зер} - \hat{x}_4$ на рис. 5.12, *а* указывает на несовпадение резонансных частот объекта и модели, а их отсутствие в соответствующей кривой на рис. 5.12, *б* — на подстройку наблюдателя в результате введения связи для $l = 10$.

Переходные процессы в системе, замкнутой через наблюдатель при трех положениях зеркала по углу места, показаны на рис. 5.13, *а*, *б*, *в*. Переходные характеристики при $\beta = 45°$ почти совпадают с расчетными. При $\beta = 10°$ они не меняются сколько-нибудь значительно. При $\beta = 90°$ (в зените) в скорости зеркала и платформы содержатся колебания на втором резонансном токе при $\omega \approx \approx 20$ с$^{-1}$.

Переходный процесс в следящем электроприводе со скоростной подсистемой, замкнутой через наблюдающее устройство, при согласовании с углом $\delta = 26''$ показан на рис. 5.13, *г*. Регулятор положения выполнен как пропорционально-интегрально-дифференциальный с параметрами, определенными по формулам (5.9) при $\omega_0 = 11$ с$^{-1}$. Достигнутое при этом быстродействие в 2—2,5 раза превышает быстродействие, реализованное в штатной схеме со скоростным контуром, замкнутым только по скорости двигателя.

Исследования, в ходе которых как скоростная подсистема, так и следящий электропривод со скоростной подсистемой, замкнутой через упрощенный наблюдатель, работал при разных положениях по углу места, разных скоростях и углах атаки ветра, подтвердили работоспособность и безотказность разработанной системы, не требующей перенастройки во всем диапазоне возникающих при этом изменений параметров объекта.

13 Заказ № 398

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ И СИНТЕЗ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ИСПЫТАТЕЛЬНЫХ СТЕНДОВ МЕХАНИЧЕСКИХ ТРАНСМИССИЙ

6.1. Принцип построения автоматических систем управления электроприводом испытательных стендов. Представление объекта в структурно-матричной форме

Необходимость улучшения конструкции машин, а также повышения экономичности производства и проектирования приводит к тому, что в практику все шире внедряются испытания наиболее ответственных узлов конструкций на специальных испытательных стендах. Одним из типов узлов, проходящих такие испытания, являются механические трансмиссии, которые в некоторых случаях представляют собой длинный (до 10—12 м) полый вал и ряд промежуточных редукторов. При проведении их стендовых испытаний необходимо моделировать нагрузки, характер изменения которых в процессе испытаний соответствует реальным режимам работы. Момент нагрузки испытуемой трансмиссии может принципиально создаваться механическим тормозом, электромагнитной муфтой, гидравлическим устройством, но наиболее экономичными и удовлетворяющими техническим требованиям являются системы, в которых требуемый момент создается с помощью тормозных генераторов. Мощность их достигает сотен киловатт. Кинематическая схема стенда показана на рис. 6.1, *а*. Его основным назначением является вращение испытуемой трансмиссии с требуемой скоростью и создание в ней нагрузок, соответствующих заданной циклограмме. Представление о характере циклограммы для некоторого конкретного случая дает рис. 6.1, *б*.

Характерными требованиями к электроприводу испытательных стендов механических трансмиссий (ИСМТ) являются: регулирование скорости в диапазоне до 2 : 1, точность стабилизации скорости порядка 1 %, регулирование момента нагрузки от нуля до максимального значения при точности воспроизведения заданного значения момента около 1 %, обеспечение времени нарастания и спадания нагрузки в пределах 0,2 с при перерегулировании не более 10—15 %. Основные затруднения вызывает реализация точности стабилизации момента и, особенно, обеспечение малого времени его нарастания. Причина этих трудностей в значительной степени обусловливается упругими свойствами испытуемой трансмиссии [48].

В соответствии с требованиями силовая часть стенда должна

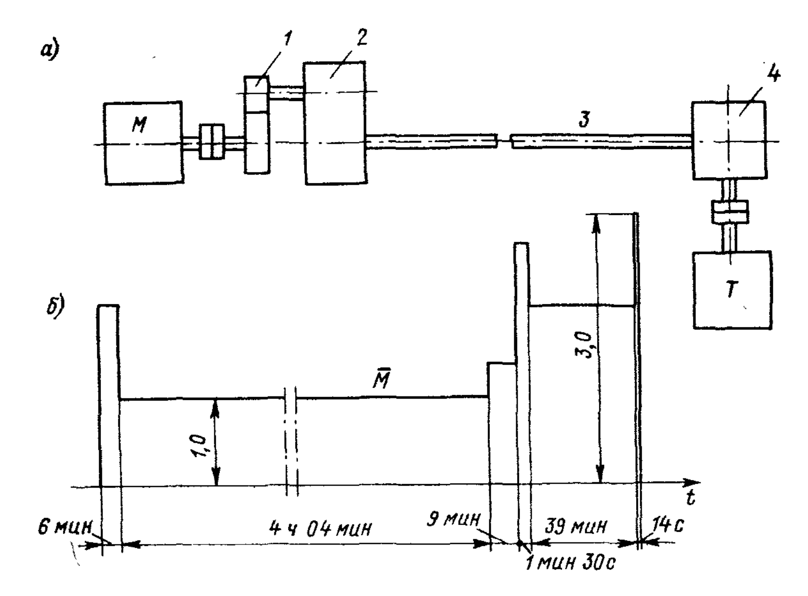


Рис. 6.1. Кинематическая схема (*а*) и циклограмма моментов (*б*) испытательного стенда механических трансмиссий

1, 2, 4 — редукторы; *3* — испытуемая трансмиссия

включать в себя приводной двигатель *М* и тормозной генератор *Т*, соединенные испытуемой трансмиссией. В большинстве случаев используется схема с общим преобразователем *ТП1*, на зажимы которого включены *М* и *Т* (рис. 6.2). Автоматическая система регулирования скорости с подчиненным контуром регулирования тока преобразователя, включающая в себя регуляторы тока *РТ1* и скорости *РС*, воздействует на преобразователь *ТП1*. Система регулирования момента с измерителем момента *ДМ*, регулятором *РМ* и подчиненным контуром тока якоря тормозного генератора (регулятор *РТ2*) воздействует на поток тормозного генератора через тиристорный преобразователь *ТП2*. Программное устройство *ПУ* задает характер изменения скорости и момента.

Из сказанного очевидно, что система управления электроприводом ИСМТ принадлежит к многосвязным автоматическим системам регулирования (МАСР) с естественными перекрестными связями в объекте. Она содержит как минимум две локальные системы регулирования и несколько нелинейностей, таких, как произведения координат, зазоры механической передачи, нелинейности статических характеристик, ограничения выходных координат регуляторов и др. Однако обычно требования к точности исследования динамики таковы, что это исследование может быть произведено на основе линеаризации системы. В этом случае используются аналитические методы анализа, позволяющие получить общие выводы о влиянии

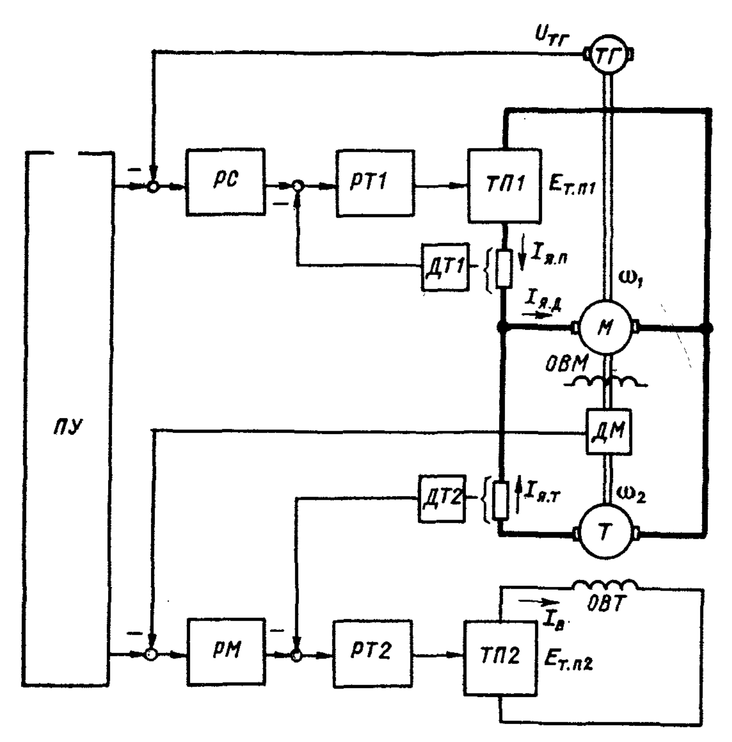


Рис. 6.2. Структура автоматической системы управления электроприводом ИСМТ

параметров системы на ее дииамические свойства. В сочетании с расчетами на АВМ и ЦВМ, а также с промышленным экспериментом они дают наибольший эффект.

В качестве аналитического метода для исследования динамики МАСР целесообразно применять векторно-матричные структурные схемы [15, 61, 72] в сочетании с нормированными детализированными структурными схемами. Достоинства такого подхода определяются компактностью записи уравнений, удобством прослеживания причинно-следственных связей, сравнительной простотой эквивалентирования МАСР и выделения локальных систем. При решении задачи частичного синтеза систем управления ИСМТ структура и часть параметров многосвязного регулятора являются заданными или выбранными из тех или иных инженерных соображений. Требуется найти остальные параметры регуляторов.

Для структурной схемы на рис. 2.1, полагая, что все демпфирование осуществляется в результате рассеяния энергии в испытуемой трансмиссии ($k_{f1} = k_{f2} = 0$), и обозначая $\overline{M}_д = \overline{M}_1$ — момент двигателя, $\overline{M}_с = \overline{M}_2$ — момент тормозного генератора, можно записать в векторной форме:

$$\mathbf{i}=\mathbf{H}(p)\,\mathbf{y}, \tag{6.1}$$

где $\mathbf{i}=\mathrm{col}\,[\Delta\overline{M}_1\ 0\ \Delta\overline{M}_2]$; $\mathbf{y}=\mathrm{col}\,[\Delta\overline{\omega}_1 \Delta\overline{M}_у\ \Delta\overline{\omega}_2]$;

$$\mathbf{H}(p)=\begin{bmatrix} H_{11} & 1 & 0 \\ -1 & H_{22} & 1 \\ 0 & -1 & H_{33} \end{bmatrix};$$

$H_{11}=T_{м1}p$; $H_{22}=T_cp/(k_cT_cp+1)$; $H_{33}=T_{м2}p$.

Для выделения локальных систем объект регулирования с перекрестными обратными связями удобно преобразовать в объект с перекрестными прямыми связями. С этой целью уравнение (6.1) умножается слева на матрицу $\mathbf{H}^{-1}(p)$. Так как $\mathbf{H}(p)$ — неособенная матрица, то

$$\mathbf{H}^{-1}(p)\,\mathbf{i}=\mathbf{H}^{-1}(p)\,\mathbf{H}(p)\,\mathbf{y},$$

где $\mathbf{H}^{-1}(p)=\mathrm{adj}\,\mathbf{H}(p)$; $\quad |H|=\det\mathbf{H}(p)$;

$$\mathrm{adj}\,\mathbf{H}(p)=\begin{bmatrix} H_{22}H_{33}+1 & H_{33} & 1 \\ -H_{33} & H_{11}H_{33} & H_{11} \\ 1 & -H_{11} & H_{11}H_{22}+1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}=$$

$$=\begin{bmatrix} H_{22}H_{33}+1 & -H_{33} & 1 \\ H_{33} & H_{11}H_{33} & -H_{11} \\ 1 & H_{11} & H_{11}H_{22}+1 \end{bmatrix}.$$

Таким образом,

$$\mathbf{y}=\mathbf{H}^{-1}(p)\mathbf{i}. \tag{6.2}$$

Элементы матрицы $\mathbf{H}^{-1}(p)$ следующим образом связаны с параметрами двухмассовой системы:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{H_{22}H_{33}+1}{|H|}=\frac{1}{T_{м}p}\,\frac{W_2(p)}{W_1(p)};\\
&\frac{1}{|H|}=\frac{T_dp+1}{T_{м}pW_1(p)};\\
&\frac{H_{33}}{|H|}=\frac{\gamma-1}{\gamma}\,\frac{T_dp+1}{W_1(p)};\\
&\frac{H_{11}}{|H|}=\frac{1}{\gamma}\,\frac{T_dp+1}{W_1p};\\
&\frac{H_{11}H_{22}+1}{|H|}=\frac{1}{T_{м}p}\,\frac{\frac{\gamma}{\gamma-1}T_{у}^2p^2+T_dp+1}{W_1(p)},
\end{aligned}\right\} \tag{6.3}$$

где $W_1(p)$ и $W_2(p)$ определяются формулами (2.10).

6.2. Структура и методы исследования автоматической системы управления электроприводом ИСМТ

Силовая часть электрической схемы испытательного стенда (рис. 6.2) описывается следующими выражениями:

$$M_1 = c_д i_{я.\,д};$$
$$M_2 = c_т \Phi_т i_{я.\,т};$$
$$e_{т.\,п1} = c_д \omega_1 + i_{я.\,п} R_{я.\,п} (T_{я.\,п} p + 1) + i_{я.\,д} R_{я.\,д} (T_{я.\,д} p + 1);$$
$$i_{я.\,п} = i_{я.\,д} - i_{я.\,т};$$
$$e_т = c_т \Phi_т \omega_2;$$
$$e_т = c_д \omega_1 + i_{я.\,п} R_{я.\,д} (T_{я.\,д} p + 1) + i_{я.\,т} (R_{я.\,т} + R_{я.\,д}) (T_{я.\,т\,д} p + 1);$$
$$\Phi_т = f_1 (i_в);$$
$$e_{т.\,п2} = i_в R_в (T_в p + 1),$$

где $i_{я.д}$, $i_{я.т}$, $i_{я.п}$ — токи двигателя, тормозного генератора и преобразователя *ТП1*; $R_{я.д}$, $R_{я.т}$, $R_{я.п}$ — сопротивления соответствующих участков силовой цепи; $T_{я.д}$ — постоянная времени якорной цепи двигателя; $T_{я.п}$ — постоянная времени части якорной цепи, относящейся к преобразователю *ТП1*; $T_{я.т.д} = (L_{я.т} + L_{я.д})/(R_{я.т} + R_{я.д})$; $L_{я.д}$; $L_{я.т}$ — индуктивность якорных цепей двигателя и тормозного генератора; $c_т$ — конструктивный коэффициент тормозного генератора; $i_в$, $R_в$, $T_в$ — ток, сопротивление и постоянная времени обмотки возбуждения тормозного генератора. Соответствующая этим уравнениям структурная схема силовой части привода показана на рис. 6.3. Из нее следует, что в общем случае автоматические системы регулирования скорости и момента взаимосвязаны не только через упругую связь, но и через якорные цепи.

Линеаризация схемы может быть произведена общеизвестными способами. Дополнительное упрощение линеаризованной схемы может быть получено с учетом того, что незначительное изменение потока тормозного генератора $\Phi_т$ приводит к большому изменению его тока якоря. Благодаря этому можно считать, что основное изменение момента тормозного генератора происходит при изменении его якорного тока, т. е.

$$\Delta M_т = c_т (I_{я.\,т0} \Delta \Phi_т + \Phi_{т0} \Delta i_{я.\,т}) \approx c_т \Phi_{т0} \Delta i_{я.\,т},$$

где $I_{я.т0}$ и $\Phi_{т0}$ — соответствующие начальные значения. Переходя к нормированной структурной схеме, выполним нормирование так, чтобы динамические коэффициенты усиления регуляторов в относительных и абсолютных единицах были равны друг другу. Коэффициенты измерителей скорости и момента сделаны равными единице. Введены обозначения: $\rho_{я.д} = I_{я.б} R_{я.д} / E_б = I_{я.б} R_{я.д} / (c_д \omega_б)$ (аналогично связаны $\rho_{я.п}$ с $R_{я.п}$ и $\rho_{я.т}$ с $R_{я.т}$); $\rho_{я.т.д} = \rho_{я.т} + \rho_{я.д}$;

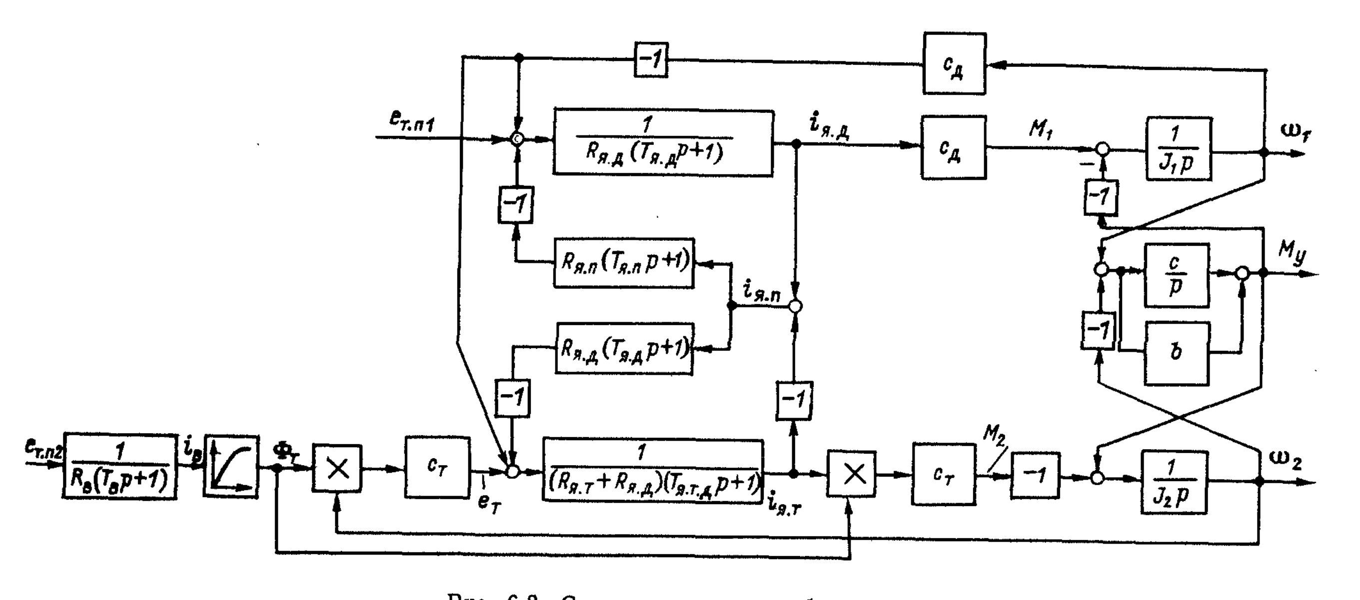


Рис. 6.3. Структурная схема объекта

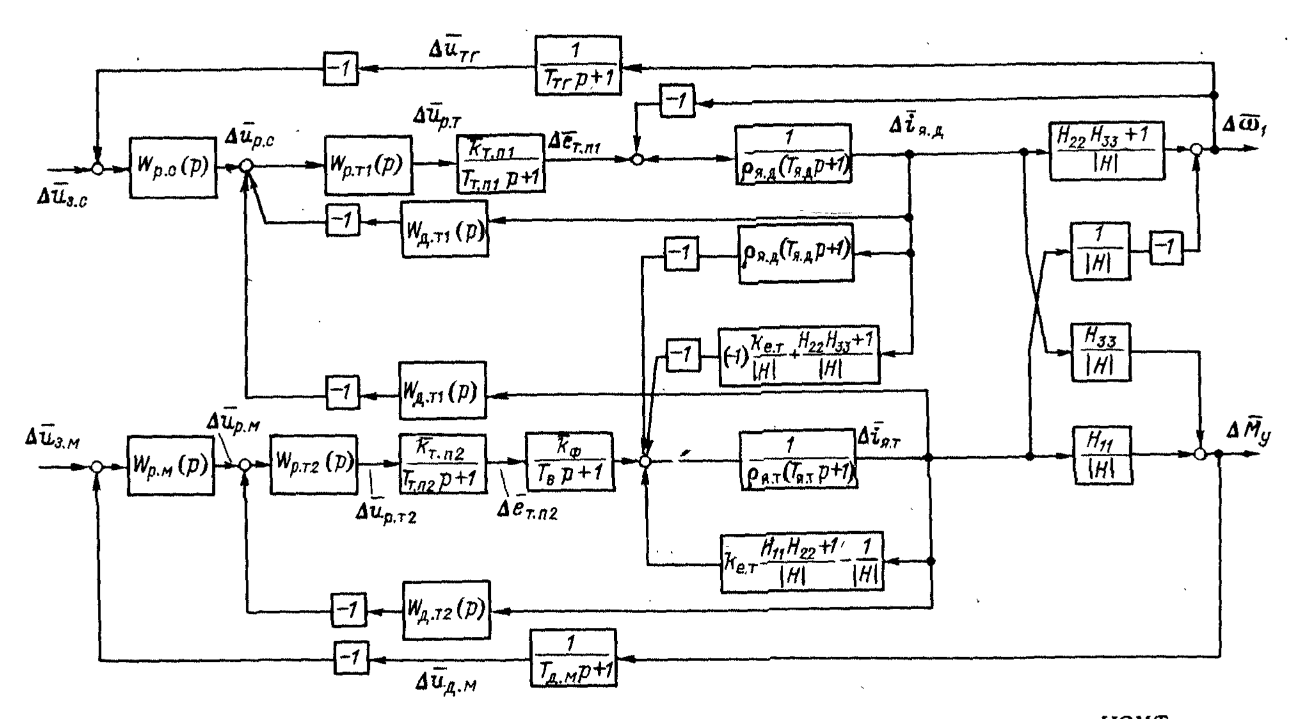


Рис. 6.4. Структурная схема автоматической системы управления электроприводом ИСМТ

$\bar{k}_{eт} = c_т Φ_{т0}/(c_д Φ_б)$; $\bar{k}_{т.п1} = k_{т.п1} U_{р.т1б}/E_б$; $\bar{k}_{т.п2} = k_{т.п2} U_{р.т2б}/E_{т.п2б}$. Передаточные функции измерителей тока $W_{д.т1}(p)$ и $W_{д.т2}(p)$ включают в себя коэффициенты $\bar{k}_{д.т1} = k_{д.т1} \times I_{я.б}/U_{д.т1б}$; $\bar{k}_{д.т2} = k_{д.т2} I_{я.б}/U_{д.т2б}$. Если $k_{Φ0}$ — коэффициент, связывающий приращение потока тормозного генератора с приращением напряжения на обмотке возбуждения в рабочей точке характеристики намагничивания тормозного генератора, то $\bar{k}_Φ = k_{Φ0} c_т ω_{20} E_{т.п2б}/(R_в E_б)$.

При построении структурной схемы на рис. 6.4 использовано выражение (6.2); обратные связи по ЭДС тормозного генератора и двигателя на входе якорной цепи тормозного генератора преобразованы в связи по приращениям токов $Δi_{я.д}$ и $Δi_{я.т}$, а $ρ_{я.п}$ за малостью положено равным нулю. Для удобства перехода к преобразованной схеме рис. 6.5, *а* все сигналы на сумматорах показаны как положительные. Отрицательный знак сигнала учитывается сомножителем (— 1) в цепи связи. При переходе к схеме рис. 6.5, *а* связи по току двигателя переносятся на вход контура скорости, после чего коэффициенты преобразованной схемы приобретают вид:

$$\left.\begin{aligned}
&R_{11} = W_{р.с}(p)\, W_{Iд.з}(p);\\
&R_{22} = W_{р.м}(p)\, W_{Iт.з}(p);\\
&L_{12} = W_{д.т1}(p)/W_{р.с}(p);\\
&L_{21} = (-1)\frac{(T_в p + 1)(T_{т.п2} p + 1)}{W_{р.м}(p)\, W_{р.т2}(p)\, \bar{k}_Φ \bar{k}_{т.п2}} \times\\
&\times\left[\frac{1 + H_{22}H_{33}}{|H|} - \frac{\bar{k}_{eт}}{|H|} + ρ_{я.д}(T_{я.д} p + 1)\right];\\
&M_{11} = \frac{1 + H_{22}H_{33}}{|H|};\\
&M_{12} = -1/|H|;\\
&M_{21} = H_{33}/|H|;\\
&M_{22} = H_{11}/|H|;\\
&C_{11} = W_{тг}(p) = \frac{1}{T_{тг} p + 1};\\
&C_{12} = W_{д.м}(p) = \frac{1}{T_{д.м} p + 1},
\end{aligned}\right\} \qquad (6.4)$$

где $W_{I д.з}(p)$ и $W_{I т.з}(p)$ — передаточные функции замкнутых контуров регулирования тока двигателя и тормозного генератора. При записи этих выражений считалось, что $ρ_{я.п} = 0$, $T_{я.п} = 0$.

В матричной структурной схеме на рис. 6.5, *б*, *в* элементы квадратных матриц второго порядка, не перечисленные в выражениях (6.4), равны нулю. Матрица **L** характеризует взаимосвязь систем через якорные цепи двигателя и тормозного генератора. Для удоб-

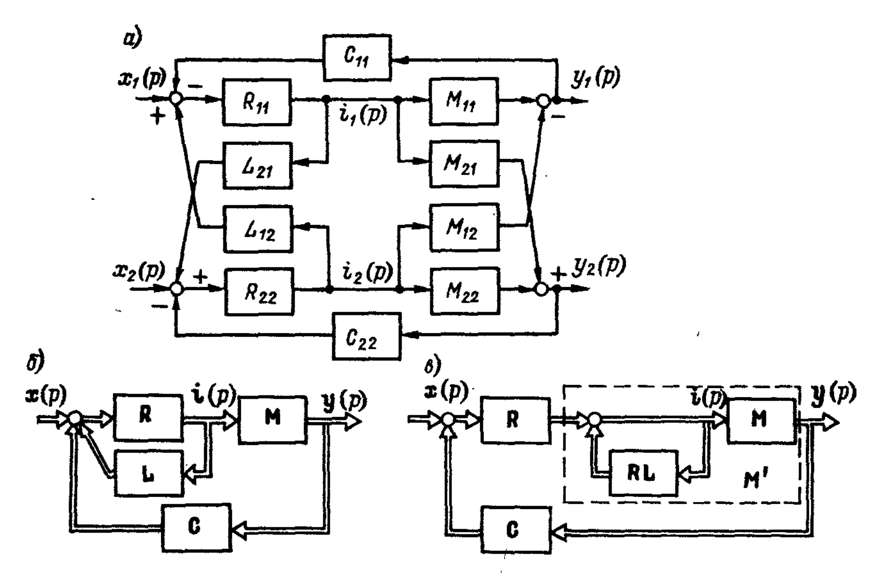


Рис. 6.5. Преобразования матричной структурной схемы автоматической системы управления электроприводом ИСМТ

ства сравнительной оценки степени взаимосвязи через объект и через якорные цепи перекрестные связи, отражающие связь через якорные цепи, целесообразно привести к объекту регулирования (рис. 6.5, *в*). Эквивалентная матрица нового объекта определяется как

$$\mathbf{M}' = \mathbf{M}(\mathbf{I} - \mathbf{RL})^{-1}.$$

Поскольку

$$\mathbf{RL} = \begin{bmatrix} 0 & R_{11}L_{12} \\ R_{22}L_{21} & 0 \end{bmatrix},$$

$$(\mathbf{I} - \mathbf{RL})^{-1} = \frac{1}{1 - R_{11}R_{22}L_{12}L_{21}} \begin{bmatrix} 1 & R_{11}L_{12} \\ R_{22}L_{21} & 1 \end{bmatrix}.$$

В матрице

$$\mathbf{M}' = \frac{1}{1 + R_{11}R_{22}L_{12}L_{21}} \begin{bmatrix} M_{11} + M_{12}R_{22}L_{21} & M_{12} + M_{11}R_{11}L_{12} \\ M_{21} + M_{22}R_{22}L_{21} & M_{22} + M_{21}R_{11}L_{12} \end{bmatrix}$$

L_{12} и L_{21} отражают влияние перекрестных связей через якорные цепи. Если $L_{12} = L_{21} = 0$, то $\mathbf{M}' = \mathbf{M}$, что соответствует взаимосвязи только через объект регулирования. Сравнение степени взаимосвязи через якорные цепи и объект регулирования может быть выполнено путем сравнения первых и вторых слагаемых для каждого элемента матрицы $\mathbf{M}'$. Должен быть также оценен характер передаточной функции

$$N(p) = 1 + R_{11}R_{22}L_{12}L_{21}.$$

Силовая часть электропривода стенда, для которого производились расчеты, характеризуется параметрами: $T_{м1} = 16{,}5$ с; $T_{м2} = 1{,}37$ с ($\gamma \approx 1{,}1$); $T_c = 4{,}1 \cdot 10^{-3}$ с ($T_у \approx 0{,}07$ с); $T_d = k_c T_c = 0{,}18 \cdot 4{,}1 \cdot 10^{-3} = 0{,}74 \cdot 10^{-3}$ с ($\xi_{12} \approx 0{,}005$); $\rho_{я.д} = 0{,}0155$; $\rho_{я.т} = 0{,}024$; $T_{я,д} = 0{,}024$ с; $T_{я.т} = 0{,}0155$ с; $\bar{k}_Ф = 0{,}4$; $\bar{k}_{т.п\,2} = 0{,}71$; $T_в = 1$ с.

Для оценки различия между диагональными элементами матриц $\mathbf{M}$ и $\mathbf{M}^{-1}$ были построены логарифмические частотные характеристики, соответствующие интересующим нас передаточным функциям. Оказалось, что

$$20 \lg |M_{11}(j\omega)| - 20 \lg |M_{11}(j\omega) + M_{12}(j\omega) R_{22}(j\omega) L_{21}(j\omega)| < 1 \text{ дБ};$$

$$20 \lg |M_{22}(j\omega)| - 20 \lg |M_{22}(j\omega) + M_{21}(j\omega) R_{11}(j\omega) L_{12}(j\omega)| < 1 \text{ дБ}.$$

Этот вывод, подтвержденный расчетами на ЭВМ, доказывает, что взаимная связь через якорные цепи проявляет себя только в наличии сомножителя $[1 + R_{11}R_{22}L_{12}L_{21}]^{-1}$ перед матрицей $\mathbf{M}' = \mathbf{M}$. Анализ этого выражения с учетом (6.4) показал, что в первом приближении

$$1 + R_{11}R_{22}L_{12}L_{21} \approx T_N p + 1,$$

где $T_N = T_{я.д}\, \rho_{я.д} / \rho_{я.т}$.

Замкнутая система на рис. 6.5, *б* описывается матричным уравнением

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Phi}(p)\, \mathbf{x},$$

где $\mathbf{\Phi}(p) = (\mathbf{I} + \mathbf{M}'\mathbf{RC})\, \mathbf{M}'\mathbf{R}$; $\mathbf{I}$ — единичная матрица; $\mathbf{x} = \mathrm{col}\, [\Delta \bar{u}_{з.с}\ \Delta \bar{u}_{з.м}]$; $\mathbf{y} = \mathrm{col}\, [\Delta\omega_1 \Delta M_у]$ — векторы-столбцы входного и выходного воздействий.

Для устойчивости МАСР необходимо и достаточно, чтобы корни характеристического уравнения системы

$$\det [\mathbf{I} + \mathbf{M}'\mathbf{RC}] = 0$$

располагались в левой полуплоскости. Для анализа многосвязных систем пригодны критерии устойчивости из теории одномерных систем, но их использование затруднительно из-за высокого порядка системы. Задача значительно упрощается, если взаимная связь локальных систем является слабой и их синтез возможно проводить без ее учета. Взаимная связь может быть слабой как в силу свойств физических элементов, через которые осуществляется связь, так и в результате соответствующей настройки локальных систем или введения искусственных перекрестных связей, предназначенных для обеспечения автономности локальных систем.

В большинстве работ [61, 72] оценка слабости взаимосвязи производится приближенно, чаще всего по условию различия частот среза локальных систем, которые, как считают, должны отличаться в 5—10 раз. При наличии резонансных всплесков ЛАЧХ локальных систем, обусловленных влиянием упругости испытуемой трансмиссии, подобная оценка не дает правильного результата.

Ниже предлагается использовать критерии взаимосвязи локальных систем, полученные на основе интегральных оценок и частотных характеристик, широко применяемых в практике проектирования автоматических систем регулирования.

Интегральный критерий взаимосвязи. При подаче на вход любого из каналов структурной схемы на рис. 6.5, *в* ступенчатого входного воздействия для каждой выходной координаты может быть найдена интегральная квадратичная оценка вида

$$J = \int_0^\infty x^2 dt,$$

где под x понимается $\Delta\overline{\omega}_1(t) - \Delta\overline{u}_{з.с}$; $\Delta\overline{M}_у(t) - \Delta\overline{u}_{з.с}$; $\Delta\overline{\omega}_1(t) - \Delta\overline{u}_{з,м}$ или $\Delta\overline{M}_у(t) - \Delta\overline{u}_{з,м}$, а $\Delta\overline{u}_{з,с}$ и $\Delta\overline{u}_{з,м}$ — величины скачка входного воздействия. Четыре таких оценки составят матрицу интегральных оценок для схемы электропривода ИСМТ:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}, \qquad (6.5)$$

где диагональные элементы представляют собой квадратичные интегральные оценки по собственным, а недиагональные — по несобственным внешним воздействиям.

Элементы матрицы $\mathbf{J}$ могут вычисляться по коэффициентам передаточных функций соответствующих элементов матрицы $\mathbf{\Phi}(p)$ по методике, описанной в работе [10]. Пусть $\Phi_{ij}(p)$ представляет собой дробно-рациональную функцию

$$\Phi_{ij}(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_n}.$$

Для $m < n$ интегральная оценка вычисляется по формуле

$$J_{ij} = \int_0^\infty x_j^2 dt =$$

$$= \frac{1}{2a_n^2\Delta}(B_m\Delta_m + B_{m-1}\Delta_{m-1} + \ldots + B_2\Delta_2 + B_1\Delta_1 + B_0\Delta_0 - b_m b_{m-1}\Delta),$$

где Δ — определитель n-го порядка, равный старшему определителю Гурвица:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_n & -a_{n-2} & a_{n-4} & -a_{n-6} & \ldots & \ldots \\ 0 & a_{n-1} & -a_{n-3} & a_{n-5} & \ldots & \ldots \\ 0 & -a_n & a_{n-2} & -a_{n-4} & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & -a_{n-1} & a_{n-3} & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & a_1 \end{vmatrix}.$$

Через Δ_ν ($\nu = m$; $m-1$; . . .; 1; 0) обозначены определители, получающиеся путем замены в определителе Δ $(m-k+1)$-го, столбца столбцом, два первых элемента которого есть a_{n-1} и a_n, а остальные равны нулю. Коэффициенты B_m, B_{m-1} . . . вычисляются по формулам:

$$\left.\begin{aligned}
&B_m = b_m^2;\\
&B_{m-1} = b_{m-1}^2 - 2b_m b_{m-2};\\
&B_{m-2} = b_{m-2}^2 - 2b_{m-1}b_{m-3} + 2b_m b_{m-4};\\
&B_k = b_k^2 + 2b_{k+1}b_{k-1} + 2b_{k+2}b_{k-2} + \ldots + 2(-1)^k b_m b_{2k-m};\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&B_0 = b_0^2.
\end{aligned}\right\} \qquad (6.6)$$

Рассматривая матрицу интегральных оценок (6.5), видим, что взаимосвязь локальных систем можно определить через отношение интегральных оценок по собственным и несобственным внешним воздействиям, так как при подаче воздействия, например, на первый вход получим $y_1 = \Phi_{11}x_1$; $y_2 = \Phi_{21}x_1$. При подаче воздействия на второй вход получим $y_1 = \Phi_{12}x_2$; $y_2 = \Phi_{22}x_2$. Взаимосвязь будет слабой, если при подаче сигнала на первый вход $J_{21} \ll J_{11}$, а при подаче на второй $J_{12} \ll J_{22}$. Поэтому введем функцию взаимосвязи θ, которая является суммой отношений интегральных оценок по собственным и несобственным внешним воздействиям. Для двухсвязной системы:

$$\theta = \beta_1 \frac{J_{21}}{J_{11}} + \beta_2 \frac{J_{12}}{J_{22}},$$

где β_1 и β_2 при $\beta_1 + \beta_2 = 1$ — коэффициенты веса, выбираемые из условий технологического процесса. При одинаковых требованиях к допустимому взаимному влиянию каналов надо выбрать $\beta_1 = \beta_2 = 0{,}5$. МАСР будет иметь слабые взаимосвязи, если выполняется условие $\theta \leqslant \varepsilon$, где ε — наперед заданное число. Величина ε определяется из необходимого соотношения между J_{21} и J_{11}, а также между J_{12} и J_{22}, при котором локальные АСР могут считаться почти независимыми.

Рассмотрим вычисление отношения J_{21}/J_{11}. Пусть элементы матрицы $\mathbf{\Phi}$ записываются в виде

$$\Phi_{21}(p) = \frac{c_0p^l + c_1p^{l-1} + \ldots + c_l}{a_0p^n + a_1p^{n-1} + \ldots + a_n};$$

$$\Phi_{11}(p) = \frac{b_0p^m + b_1p^{m-1} + \ldots + b_m}{a_0p^n + a_1p^{n-1} + \ldots + a_n}.$$

Все элементы матрицы **Ф** имеют одинаковый знаменатель, что упрощает вычисления:

$$\frac{J_{21}}{J_{11}}=\left[\frac{\Omega_{22}}{2a_n^2\Delta}(C_l\Delta_l+C_{l-1}\Delta_{l-1}+\ .\ .\ .\ +C_{l-(l-1)}\Delta_{l-(l-1)}+\right.$$

$$\left.+C_{l-l}\Delta_{l-l}-c_lc_{l-1}\Delta\right]\left[\frac{\Omega_{11}}{2a_n^2\Delta}(B_m\Delta_m+B_{m-1}\Delta_{m-1}+\ .\ .\ .\ +\right.$$

$$\left.+B_{m-(m-1)}\Delta_{m-(m-1)}+B_{m-m}\Delta_{m-m}-b_mb_{m-1}\Delta\right]^{-1}, \qquad (6.7)$$

где $C_l, \ldots, C_{l-l}$ и $B_m, \ldots, B_{m-m}$ вычисляются согласно (6.6); $\Omega_{11}=\sqrt[p]{a_p/a_{01}}$ — среднее геометрическое значение корня характеристического уравнения изолированной локальной системы 1 (порядок уравнения — p); $\Omega_{22}=\sqrt[q]{a_q/a_{02}}$ — среднее геометрическое значение корня характеристического уравнения изолированной локальной системы 2 (порядок уравнения — q). Величины Ω_{11} и Ω_{22} характеризуют быстродействие изолированных локальных систем и введены для получения интегральных оценок в относительном времени, так как в натуральном масштабе времени нельзя сравнивать интегральные оценки систем, имеющих различное быстродействие.

Сравним определители $\Delta_l, \ldots, \Delta_0$ и $\Delta_m, \ldots, \Delta_0$. Пусть для определенности $l=m-q$, тогда $\Delta_l=\Delta_m$; $\Delta_{l-1}=\Delta_{m-1}$; ...; $\Delta_0=\Delta_q$. Отсюда следует, что определители числителя (6.7) повторяют определенное число определителей знаменателя. Если $l>m$, то, наоборот, определители знаменателя повторяют определенное число определителей числителя. Указанное обстоятельство уменьшает количество вычислений. При вычислении отношения J_{12}/J_{22} будут использоваться те же самые определители, так как знаменатели элементов матрицы **Ф** одинаковы. Таким образом, число определителей, которое требуется вычислить, равно наибольшему порядку числителя элемента матрицы **Ф** плюс 1. Следует заметить, что вычисление интегральных оценок по коэффициентам передаточных функций удобно для МАСР небольшого порядка, так как с повышением порядка количество вычислений значительно возрастает.

Для ИСМТ более предпочтительно вычислять θ на АВМ и ЦВМ, при этом нет необходимости изменять наборную схему или программу, которые применяются при обычном исследовании ИСМТ на АВМ и ЦВМ. В этом случае наборная схема или программа дополняются для вычисления функции взаимосвязи.

Частотный критерий взаимосвязи. Если перекрестные связи МАСР приведены к прямым (рис. 6.5, *в*), то передаточная функция эквивалентной корректирующей прямой связи i-го канала равна i-му диагональному элементу матрицы:

$$\mathbf{F}_{\text{м}}=[\mathbf{I}+\mathbf{M}\mathbf{R}_i'\mathbf{R}_i\mathbf{C}_i]^{-1}\mathbf{M}_i',$$

где $\mathbf{M}'_i$ и $\mathbf{R}_i$ — передаточные матрицы объекта и регулятора, в которых i-й диагональный элемент заменен на нуль.

Найдем передаточную функцию эквивалентной корректирующей связи для первого канала (АСР скорости) схемы на рис. 6.5, *в*. В этом случае:

$$\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R_{22} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}'_i = \begin{bmatrix} 0 & -M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{I}_i + \mathbf{M}'_i \mathbf{R}_i \mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} 1 & -M_{12}R_{22}C_{22} \\ 0 & 1 + M_{22}R_{22}C_{22} \end{bmatrix};$$

$$[\mathbf{I} + \mathbf{M}'_i \mathbf{R}_i \mathbf{C}_i]^{-1} = \frac{1}{1 + M_{22}R_{22}C_{22}} \begin{bmatrix} 1 + M_{22}R_{22} & M_{12}R_{22} \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{F}_{\text{м}} = \frac{1}{1 + M_{22}R_{22}C_{22}} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} M_{21}M_{12}R_{22}C_{22} & -M_{12}(1 + M_{22}R_{22}C_{22}) + M_{22}M_{21}R_{22}C_{22} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}.$$

Передаточная функция эквивалентной прямой корректирующей связи равна первому диагональному элементу матрицы $\mathbf{F}_{\text{М}}$,

$$F_{\text{М}1} = \frac{M_{12}M_{21}R_{22}}{1 + M_{22}R_{22}}.$$

Соответственно передаточная функция разомкнутого первого канала

$$W_{11\text{р}} = R_{11}(M_{11} + F_{\text{М}1}) = R_{11}\left(M_{11} + \frac{M_{12}M_{21}R_{22}}{1 + M_{22}R_{22}}\right) =$$

$$= R_{11}M_{11}\left(1 + \frac{M_{12}M_{21}}{M_{11}M_{22}} \frac{M_{22}R_{22}C_{22}}{1 + M_{22}R_{22}C_{22}}\right) = R_{11}M_{11}(1 + \Psi W_{22\text{з}}),$$

где $\Psi = M_{12}M_{21}/(M_{11}M_{22})$ назовем оператором взаимосвязи, который показывает отношение передаточных функций прямых каналов и перекрестных связей; $W_{22\text{з}} = M_{22}R_{22}C_{22}/(1 + M_{22}R_{22}C_{22})$ — передаточная функция замкнутого изолированного второго канала.

Проведя аналогичные преобразования, получим передаточную функцию разомкнутого второго канала:

$$W_{22\text{р}} = R_{22}M_{22}(1 + \Psi W_{11\text{з}}).$$

Влияние одного канала на другой определяется сомножителем $1 + \Psi\, W_{ii\text{з}}$ и зависит от величины Ψ и частот среза локальных

систем $\omega_{c\omega}$ и $\omega_{с.м}$. Если $|\Psi(j\omega)| \ll 1$, то взаимосвязь будет слабой, так как обычно

$$|W_{iiэ}|_{макс} = 1,1 \div 1,4.$$

Если эти условия выполняются, то взаимосвязь слабая; если нет, то необходимо определить влияние передаточной функции эквивалентного звена на частотные характеристики локальной АСР.

Эквивалентиое звено, имеющее передаточную фуикцию $1 + \Psi\ W_{iiэ}$, влияет как на амплитудную, так и на фазовую характеристики локальной системы. По двум характеристикам взаимовлияния ΔL и $\Delta\varphi$ оценивать степень взаимосвязи сложно, поэтому предлагается оценка по обобщенному показателю — изменению показателя колебательности $\Delta\mathcal{M}$. В этом случае расчет сводится к следующему:

1. Определяется модуль передаточной функции аналитически либо с помощью ЛЧХ:

$$\Delta A(\omega) = |1 + \Psi(j\omega)\, W_{iiэ}(j\omega)|.$$

2. Определяется фазовая характеристика расчетным способом или с помощью ЛЧХ:

$$\Delta\varphi(\omega) = \arg|1 + \Psi(j\omega)\, W_{iiэ}(j\omega)|.$$

3. В работе [10] приведена зависимость, показывающая связь модуля A, запаса по фазе φ и показателя колебательности $\mathcal{M}$. Эта зависимость может быть записана в виде

$$\mathcal{M}(\omega) = \frac{A(\omega)}{\sqrt{A^2(\omega) - 2A(\omega)\cos\varphi(\omega) + 1}}.$$

Показатель колебательности локальной системы без учета взаимосвязи

$$\mathcal{M}_{11}(\omega) = \frac{A_{11}(\omega)}{\sqrt{A_{11}^2(\omega) - 2A_{11}(\omega)\cos\varphi(\omega) + 1}}. \qquad (6.8)$$

Показатель колебательности локальной системы с учетом взаимосвязи

$$[\mathcal{M}_{11}(\omega) + \Delta\mathcal{M}(\omega)] =$$

$$\doteq \frac{A_{11}(\omega) + \Delta A(\omega)}{\sqrt{A_{11}^2(\omega)\,\Delta A^2(\omega) - 2A_{11}(\omega)\,\Delta A(\omega)\cos[\varphi_{11}(\omega) + \Delta\varphi(\omega)] + 1}}. \qquad (6.9)$$

4. МАСР имеет слабые взаимосвязи, если

$$|\Delta\mathcal{M}(\omega)| = |[\mathcal{M}_{11}(\omega) + \Delta\mathcal{M}(\omega)] - \mathcal{M}_{11}(\omega)| \leqslant \mathcal{M}_{\varepsilon},$$

где $\Delta\mathcal{M}(\omega)$ определяется из (6.8) и (6.9); $\mathcal{M}_{\varepsilon}$ — наперед заданиое значение отклонения $\mathcal{M}$, при котором взаимосвязь не влияет на динамику локальной АСР.

Если локальные АСР имеют резонансные всплески на частоте $\omega = T_у^{-1}$, то для упрощения расчета предварительно можно ограничиться вычислением $\Delta\mathcal{M}(\omega)$ при частотах, равных частотам среза ЛАЧХ контуров скорости и момента: $\omega = \omega_{c\omega}$; $\omega_{с.м}$ и $\omega = T_у^{-1}$. В этих точках $\Delta\mathcal{M}(\omega)$ будет иметь наибольшие значения.

6.3. Настройка контуров регулирования автоматической системы управления электроприводом ИСМТ

Контур регулирования тока тормозного генератора. Имея в виду, что поток тормозного генератора мало меняется относительно номинального значения, можно принять $k_{ет} = 1$. Тогда влияние обратных связей по ЭДС тормозного генератора и двигателя отражается в структурной схеме на рис. 6.4 звеном с передаточной функцией $k_{ет}\ (H_{11}H_{22} + 1)/|H| - 1/|H| = H_{11}H_{22}/|H|$, охватывающим якорную цепь тормозного генератора с передаточной функцией $[\rho_{я.т}(T_{я.т}\,p + 1)]^{-1}$. В соответствии с выражениями (6.3)

$$\frac{H_{11}H_{22}}{|H|} = \frac{\gamma(\gamma-1)^{-1}T_у^2p^2}{T_м pW_1(p)} = \frac{\gamma(\gamma-1)^{-1}T_у^2p^2}{T_м p\left(T_у^2p^2 + T_d p + 1\right)}.$$

Можно записать передаточную функцию объекта регулирования контура тока тормозного генератора в виде

$$W_{0I т}(p) = \frac{1}{\rho_{я.т}(T_{я.т}p + 1)}A(p), \tag{6.10}$$

где отражающий влияние ЭДС сомножитель определяется выражением

$$A(p) = \frac{\rho_{я.т}T_м p(T_{я.т}p + 1)\dfrac{W_1(p)}{\gamma(\gamma-1)^{-1}T_у^2p^2}}{1 + \rho_{я.т}T_м p(T_{я.т}p + 1)\dfrac{W_1(p)}{\gamma(\gamma-1)^{-1}T_у^2p^2}}.$$

Для рассматриваемого электропривода ИСМТ выполняются соотношения $\rho_{я.т}T_м > T_у\sqrt{\gamma/(\gamma-1)}$; $T_у > T_{я.т}$ и частотные характеристики объекта, отвечающие передаточной функции (6.10), имеют вид, представленный на рис. 6.6, т. е. влияние упругости на токовый контур велико. Для упрощения дальнейших выкладок можно аппроксимировать передаточную функцию объекта выражением

$$W_{0I т} = \frac{1}{\rho_{я.т}(T_{я.т}p + 1)}\,\frac{T_у^2p^2 + 2\xi_{12}T_у p + 1}{T_у^2p^2 + 2\xi_x T_у p + 1},$$

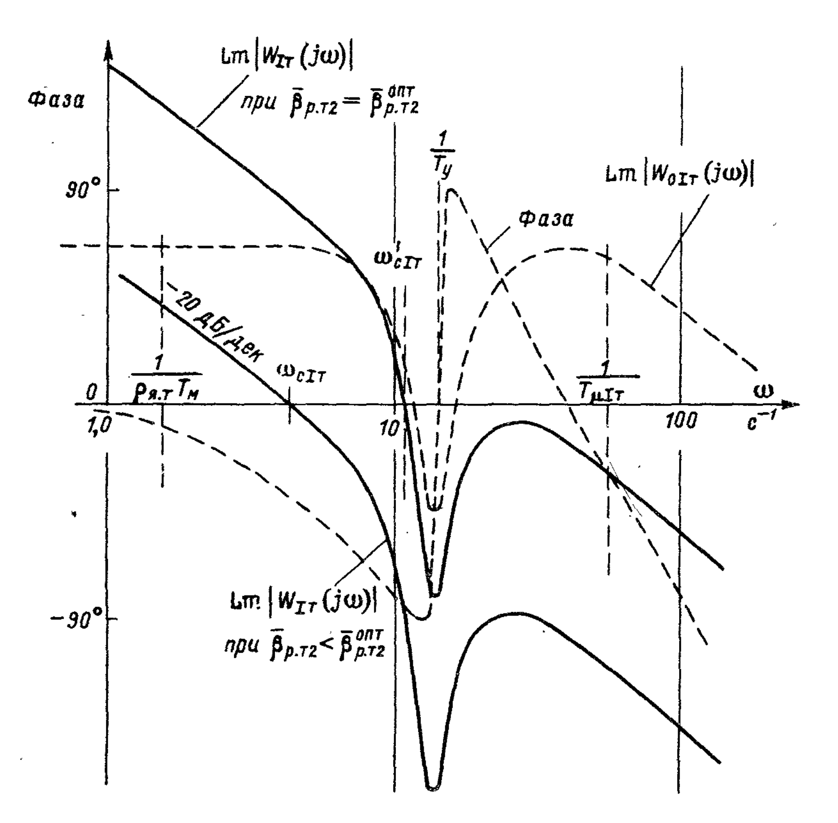


Рис. 6.6. Логарифмические частотные характеристики объекта — контура тока тормозного генератора $\mathrm{Lm}\,|\,W_{0I\text{т}}\,(j\omega)\,|$ и разомкнутого контура $\mathrm{Lm}\,|\,W_{I\text{т}}(j\omega)\,|$

определяя величину ξ_x из тех соображений, что известная из вида ЛАЧХ величина провала при $\omega = T_{\text{у}}^{-1}$ находится из выражения

$$\left| \frac{T_{\text{у}}^2 (j\omega)^2 + 2\xi_{12} T_{\text{у}} j\omega + 1}{T_{\text{у}}^2 (j\omega)^2 + 2\xi_x T_{\text{у}} j\omega + 1} \right|_{\omega = T_{\text{у}}^{-1}} = \frac{\xi_{12}}{\xi_x}.$$

Для рассматриваемого электропривода наилучшая степень приближения получается при $\xi_x = 1$. С учетом этого на основании рис. 6.4 передаточную функцию разомкнутого токового контура с ПИ-регулятором тока можно записать в виде

$$W_{I\text{т}}(p) = \bar{\beta}_{\text{р. т2}} \frac{\tau_{\text{р.т2}} p + 1}{\tau_{\text{р. т2}} p} \frac{\bar{k}_{\text{т. п2}}}{T_{\text{т. п2}} p + 1} \frac{\bar{k}\Phi}{T_{\text{в}} p + 1} \frac{1}{\rho_{\text{я. т}} (T_{\text{я. т}} p + 1)} \times$$

$$\times \frac{T_{\text{у}}^2 p^2 + 2\xi_{12} T_{\text{у}} p + 1}{T_{\text{у}}^2 p^2 + 2\xi_x T_{\text{у}} p + 1} \frac{\bar{k}_{\text{д. т2}}}{T_{\text{д. т2}} p + 1},$$

где $T_{д.т2}$ и $\bar{k}_{д.т2}$ — параметры измерителя тока тормозного генератора. Компенсируемой постоянной времени является здесь постоянная времени возбуждения тормозного генератора. Поэтому следует выбрать $\tau_{р.т2} = T_в$.

Выбор $\bar{\beta}_{р.т\,2}$ должен быть рассмотрен отдельно. Поскольку коэффициент демпфирования ξ_{12} мал, сомножитель $T_у^2 p^2 + 2\xi_{12} T_у p + 1$ практически не влияет на значение фазы левее частоты $\omega = T_у^{-1}$. Поэтому для зоны частот $\omega \leqslant T_у^{-1}$ можно с известной степенью допущения определять фазу частотной характеристики разомкнутого контура тока тормозного генератора на основании приближенного выражения

$$\Delta\arg |W_{I т}(j\omega)|_{\omega \leqslant T_у^{-1}} \approx \Delta\arg \times$$

$$\times \left| \frac{1}{T_в j\omega\,(T_{т.\,п2} j\omega + 1)\,(T_{я.\,т} j\omega + 1)\left[T_у^2 (j\omega)^2 + 2\xi_x T_у j\omega + 1\right](T_{д.\,т2} j\omega + 1)} \right|$$

или при $\xi_x = 1$

$$\Delta\arg |W_{I т}(j\omega)|_{\omega \leqslant T_у^{-1}} \approx$$

$$\approx \Delta\arg \left| \frac{1}{T_в j\omega\,(T_{т.\,п2} j\omega + 1)\,(T_{я.\,т} j\omega + 1)\,(T_у j\omega + 1)^2\,(T_{д.\,т2} j\omega + 1)} \right|.$$

Оценка по этой формуле показывает, что левее частоты $\omega = T_у^{-1}$ фаза будет проходить ниже 180°, благодаря чему при попытке выбрать $\bar{\beta}_{р.т} = \bar{\beta}_{р.т}^{опт}$ токовый контур становится неустойчивым на частоте $\omega'_{cI т}$ (рис. 6.6). Для обеспечения требуемого показателя колебательности $\mathcal{M}$ в этом случае необходимо выполнить условие [10]

$$T_{I\Sigma} = 2T_у + T_{\mu I т} \leqslant \frac{1}{\omega_{cI}} \frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M} + 1},$$

где $T_{\mu I т} = T_{я.\,т} + T_{т.\,п2} + T_{д.\,т2}$; ω_{cI} — допустимая частота среза контура тока якоря тормозного генератора. Для обеспечения достаточного запаса по фазе надо выбрать частоту среза токового контура в соответствии с выражением $\omega_{cI т} \leqslant (2T_{I\Sigma})^{-1}$, откуда

$$\bar{\beta}_{р.\,т2} = \frac{T_в}{2T_{I\Sigma}} \frac{\rho_{я.\,ц}}{\bar{k}_{т.\,п2} \bar{k}_Ф \bar{k}_{д.\,т2}} = \bar{\beta}_{р.т2}^{опт} \frac{T_{\mu I т}}{T_{I\Sigma}},$$

где $\bar{\beta}_{р.\,т2}^{опт} = \dfrac{T_в \rho_{я.\,ц}}{2T_{\mu I т} \bar{k}_{т.\,п2} \bar{k}_Ф \bar{k}_{д.\,т2}}$.

Соответствующая такой настройке ЛАЧХ показана на рис. 6.6. Передаточная функция замкнутого токового контура с достаточной степенью точности может быть аппроксимирована выражением

$$W_{I т.\,з}(p) = \frac{1/\bar{k}_{д.\,т2}}{2T_{I\Sigma} p + 1} \frac{T_у^2 p^2 + 2\xi_{12} T_у p + 1}{T_у^2 p^2 + 2\xi_x T_у^2 p + 1}.$$

Контур регулирования момента тормозного генератора. Если внутренний токовый контур заменить в первом приближении звеном с передаточной функцией $W_{I\text{т.з}}(p)$, то на основании структурных схем на рис. 6.5 с учетом того, что $M'_{22}(T_N p + 1)^{-1} M_{22}$, можно записать передаточную функцию разомкнутого контура момента

$$W_{\text{м}}(p) \approx \bar{\beta}_{\text{р. м}} \frac{\tau_{\text{р. м}} p + 1}{\tau_{\text{р. м}} p} \frac{1}{\bar{k}_{\text{д. т2}}(2T_{I\Sigma} p + 1)} \times$$

$$\times \frac{T_{\text{у}}^2 p^2 + T_d p + 1}{T_{\text{у}}^2 p^2 + 2\xi_x T_{\text{у}} p + 1} \frac{T_d p + 1}{\gamma\left(T_{\text{у}}^2 p^2 + T_d p + 1\right)} \frac{1}{(T_N p + 1)(T_{\text{д. м}} p + 1)}.$$

Постоянную времени регулятора можно выбрать равной $\tau_{\text{р.м}} = 2T_{I\Sigma}$, так как при пониженном быстродействии токового контура значение $T_{I\Sigma}$ достаточно велико. После сокращения становится очевидным, что наличие резонансного всплеска ЛАЧХ при частоте $T_{\text{у}}^{-1}$ зависит от величины ξ_x. Если $\xi_x > \sqrt{2}/2$, как в данном случае, то, так же как в токовом контуре, должно соблюдаться условие

$$2T_{m\Sigma} = 2(2T_{\text{у}} + T_N + T_{\text{д. м}}) \leqslant 1/\omega_{\text{с. м}},$$

откуда допустимая частота среза контура регулирования момента

$$\omega_{\text{с. м}} = 1/(2T_{\text{м}\Sigma}),$$

и динамический коэффициент передачи регулятора момента надо сделать равным

$$\bar{\beta}_{\text{р. м}} \leqslant \frac{\tau_{\text{р. м}} \bar{k}_{\text{д. т2}} \gamma}{2T_{m\Sigma}}. \qquad (6.11)$$

Однако, как показали расчеты и результаты промышленного эксперимента, получаемое при этом время регулирования составляет около 1 с, что не соответствует предъявляемым техническим требованиям к быстродействию АСР момента. С целью его повышения был проведен синтез параллельной коррекции АСР момента. Сравнительный анализ показал, что при существующих параметрах наиболее эффективно введение на вход регулятора тока тормозного генератора сигнала по производной от напряжения измерителя момента. Корректирующее звено имеет передаточную функцию

$$W_{\text{о. с}}(p) = \frac{T_{\text{о. с}} p}{\alpha T_{\text{о. с}} p + 1},$$

где $T_{\text{о.с}} = 16\, T_{\text{у}} \bar{k}_{\text{д.т}} \gamma$, а α выбирается по возможности минимальным из условия допустимого уровня помех на выходе дифференцирующего устройства. Коррекция может быть реализована двумя способами: непосредственным дифференцированием напряжения

измерителя момента на операционном усилителе или при косвенном измерении производной упругого момента через разность скоростей двигателя и тормозного генератора. Из структурной схемы (см. рис. 6.4) следует, что

$$\Delta\overline{\omega}_1 - \Delta\overline{\omega}_2 = \Delta\overline{M}_y \frac{T_c p}{T_d p + 1},$$

т. е. разность скоростей эквивалентна производной упругого момента, измеренной с запаздыванием. Чем меньше внутреннее демпфирование в механической части T_d, тем точнее разность скоростей воспроизводит производную упругого момента. В рассматриваемой системе $T_d = 0{,}74 \cdot 10^{-3}$ с, поэтому погрешность такого способа реализации измерения производной невелика. Достоинством косвенного способа является то, что нет необходимости осуществлять дифференцирование сигнала измерителя момента.

Система регулирования скорости. Контур регулирования тока якоря двигателя может настраиваться так же, как в жесткой системе, так как влиянием на него упругости можно пренебречь.

Контур регулирования скорости в соответствии со структурной схемой на рис. 6.5, *а* и при принятых упрощениях содержит объект регулирования с передаточной функцией

$$M_{11}(p) \approx \frac{1}{T_м p} \frac{W_2(p)}{W_1(p)} \frac{1}{T_N p + 1},$$

где $W_1(p)$ и $W_2(p)$ определяются выражениями (2.10). В настоящее время к быстродействию АСР скорости не предъявляется высоких требований, а для уменьшения взаимодействия между системами регулирования скорости и момента может оказаться нецелесообразным повышать его. При значениях γ, близких к единице, влияние упругости на объект регулирования локальной АСР скорости становится несущественным. Поэтому настройка локальной АСР скорости, если интересоваться только координатой $\overline{\omega}_1$, может быть выполнена, как в жесткой системе. Это приемлемо в том случае, если АСР скорости работает в режиме стабилизации. Если программа испытаний предусматривает изменение как момента, так и скорости вращения, то такая настройка не может быть применена, так как при воздействии на вход АСР скорости изменения $\Delta\overline{\omega}_2$ имеют сильно колебательный характер, а отклонение величины упругого момента $\Delta\overline{M}_y$ от установившегося значения велико. Для исключения этого явления необходимо в 5—10 раз снизить значение коэффициента усиления регулятора скорости по сравнению с настройкой на ОМ.

До сих пор при рассмотрении настроек регуляторов взаимное влияние АСР скорости и момента не принималось во внимание. Однако оно существует и должно быть оценено. Наиболее существенными проявлениями этого влияния являются:

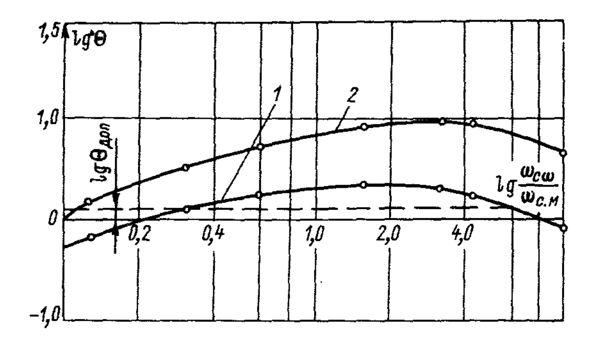


Рис. 6.7. Зависимость функции взаимосвязи от соотношения частот среза контуров скорости и момента

а) изменение передаточных функций и частотных характеристик данной локальной системы в результате взаимодействия со второй системой. Анализ был произведен с помощью частотного критерия взаимосвязи. Было установлено и затем подтверждено моделированием на АВМ, что взаимодействие в этом смысле является слабым и настройки, полученные без его учета, практически не подлежат корректировке;

б) отклонение от заданного значения выходной величины данной АСР при подаче сигнала на вход другой системы. Это проявление взаимосвязи может быть весьма значительным, несмотря на слабую взаимосвязь по п. «а».

Допустимая взаимосвязь в этом смысле определяется требованиями технологии и не должна превышать некоторой величины. Оценку в этом случае целесообразно осуществлять с помощью ин-

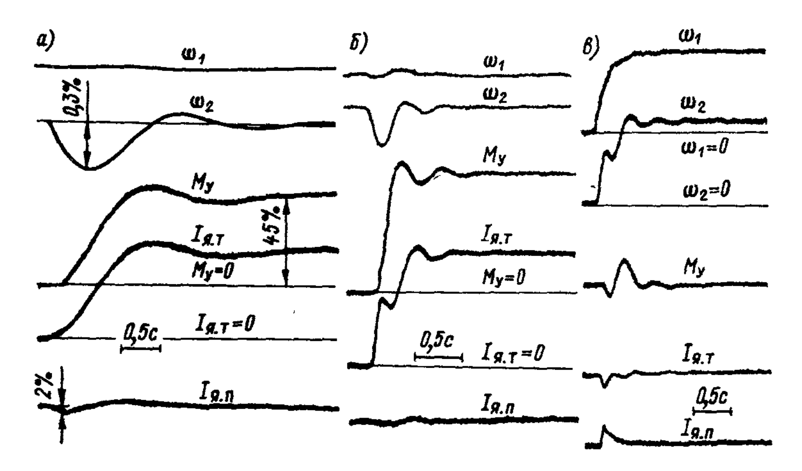


Рис. 6.8. Результаты расчетов на АВМ

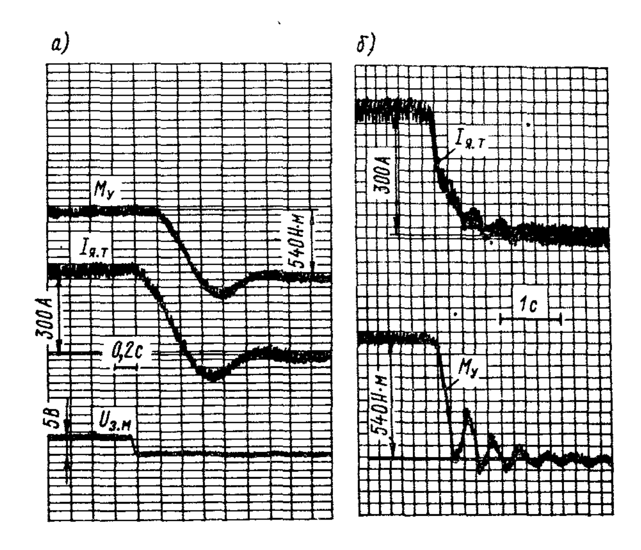


Рис. 6.9. Результаты эксперимента на действующем ИСМТ

тегрального критерия. На рис. 6.7 показаны рассчитанные на АВМ кривые, характеризующие изменение функции взаимосвязи θ в зависимости от частот среза локальных систем при $\beta_1 = \beta_2 = 0{,}5$. При этом частота среза АСР момента была постоянной и равной $\omega_{с.м} = 5$ с$^{-1}$, а изменялась частота среза АСР скорости $\omega_{с\omega}$. Из кривых следует, что взаимосвязь уменьшается при значительной разнице частот среза локальных систем. Интересно, что максимум взаимосвязи наблюдается не при $\omega_{с\omega} = \omega_{с.м}$, а при $\omega_{с\omega} = (2 \div 3)\,\omega_{с.м}$, т. е. оценка слабости связей по условию различия частот среза оказывается несправедливой при $\omega_{с\omega} > \omega_{с.м}$ и справедливой при $\omega_{с\omega} < \omega_{с.м}$. Кривая *1* соответствует ИСМТ, где АСР момента выполнена с коррекцией по производной от $M_у$, а кривая *2* — без коррекции. Кривая *1* отражает меньшую степень взаимосвязи по сравнению с кривой *2*, что объясняется увеличением быстродействия АСР момента при введении коррекции и соответственно уменьшением интегральной ошибки по моменту при воздействии на вход АСР скорости. Но и в этом случае взаимосвязь является недопустимой и необходимо на порядок снизить значение $\bar{\beta}_{р.с}$ по сравнению со стандартной настройкой.

На рис. 6.8 приведены некоторые результаты моделирования переходных процессов в автоматизированном электроприводе ИСМТ на АВМ. Максимальное быстродействие системы регулирования момента, достигнутое в системе без коррекции при настройке *РТ2* и *РМ* (см. рис. 6.2) по формуле (6.11), соответствует времени нарастания момента около 1 с, что не отвечает требованиям (рис. 6.8, *а*). Результат введения описанной коррекции иллюстри-

руют осциллограммы рис. 6.8, *б* и *в*. Причем результаты практически одинаковы как при прямом дифференцировании сигнала с измерителя момента, так и при косвенном воспроизведении производной через разность скоростей. Введение коррекции позволяет получить быстродействие при набросе момента порядка 0,2 с (рис. 6.8, *б*). На рис. 6.8, *в* показаны процессы при воздействии на вход АСР скорости, при этом АСР скорости имеет частоту среза, в 10 раз меньшую, чем при стандартной настройке.

Результаты расчетов экспериментально подтверждены на промышленном ИСМТ, предназначенном для испытания хвостовых трансмиссий вертолетов. Осциллограмма на рис. 6.9, *а* соответствует максимально достигнутому быстродействию уиифицированного контура момента при длительности процесса около 0,8 с. Введение коррекции позволило снизить время нарастания $M_у$ до 0,2—0,3 с (рис. 6.9, *б*).

ГЛАВА СЕДЬМАЯ

АДАПТИВНЫЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДЫ И СЛЕДЯЩИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

7.1. Актуальность разработки

Автоматизированные электроприводы и следящие системы в различных отраслях промышленности представляют собой нелинейные динамические системы высокого порядка часто с заметным влиянием на их работу упругих звеньев. Последнее обстоятельство иллюстрируется табл. 7.1, составленной на основе сравнительного анализа литературных источников и экспериментальных исследований. Из этой таблицы, используя оценки, предложенные авторами в работах [16, 22], нетрудно установить, что, за исключением прокатных станов, высокоточных металлообрабатывающих станков и некоторых радиолокационных станций, почти всегда приходится учитывать влияние упругих звеньев. Вторым существенным фактором, определяющим качество САУ, является нестабильность параметров, т. е. нестационарность ее параметров и нелинейности «сквозных» характеристик отдельных звеньев и блоков. Применительно к электроприводам влияние нестабильности параметров отражено в табл. 7.2. Наконец, немаловажным фактором является неясная перспектива, связанная с возможными изменениями параметров электроприводов на стадиях наладки, эксплуатации и ремонта (модернизации).

Наладчики, стремясь обеспечить устойчивую работу САУ при любых, даже непредвиденных заранее, изменениях в системе или

условиях ее работы, вынуждены «загрублять» систему, при этом существенно недоиспользуются возможности современной полупроводниковой и микропроцессорной техники, снижается производительность установок и ухудшается качество выпускаемой продукции. Отметим сразу же, что стоимость наладки современного автоматизированного электропривода составляет около 10 % его общей стоимости, а потери, связанные с выходными показателями качества производимой продукции, обычно во много раз превышают стоимость электрооборудования.

Таким образом, основными факторами, обусловившими актуальность адаптивного подхода к развитию электроприводов на современном этапе, являются:

необходимость длительной (на весь период работы в промышленных условиях) оптимизации электроприводов с целью обеспе-

Таблица 7.1. **Обобщенные параметры упругих звеньев**

Механизм	Частота собственных колебаний, $с^{-1}$	Эквивалентное демпфирование	Соотношение масс
I. Прокатные станы:			
главный привод	80—130	0,05—0,1	1,1—1,2
нажимные устройства	50—90	0,03—0,1	1,7—2,0
моталки реверсивных станов холодной прокатки	50—100	0,08—1,2	1,3—1,8
непрерывные заготовочные	60—80	0,05—0,1	1,1—1,3
непрерывные мелкосортные	80—180	0,07—0,15	1,2—1,4
II. Бумагоделательные машины (БМ):			
секции БМ и картоноделательных машин	15—80	0,03—0,12	20—60
отделочное оборудование	40—115	0,04—0,1	3—10
III. Общепромышленные механизмы:			
экскаваторы одноковшовые:			
механизмы подъема, тяги	3—10	0,01—0,25	1,5—2,5
механизмы поворота	(3) 10—80	0,05—0,2	2,5—120
экскаваторы роторные	2—20	0,1—0,2	
шахтные подъемники	1—10	0,1—0,2	2,0—3,5
драги (черпаковая цепь)	1—3	0,1—0,2	2,0—2,5
крановые механизмы	10—25		2—3
бурильные установки	50—150		1,05—1,2
лифты	5—20	0,1—0,2	2—2,5
центробежные машины	35—150	0,05—0,15	15—25
механизмы судоходных шлюзов:			
подъемно-опускные затворы	6—7,5		1,01—1,1
двухстворчатые ворота	1,1—3	0,2—0,3	1,5—6
IV. Следящие системы:			
роботы-манипуляторы	3—20	0,05—0,1	1,1—2,0
портальные роботы	25—80	0,2—0,4	1,3—2,0
высокоточные станки	75—450	0,1—0,25	1,3—2,5

Таблица 7.2

Причины нестационарности	Характерный пример	Изменяющиеся параметры системы	Характер изменения	Скорость изменения	Кратность изменения
Изменение конфигурации и взаимного расположения частей исполнительного механизма	Изменение геометрии рабочих органов промышленного робота	Электромеханическая постояниая времени	Непрерывный	Быстро, медленно	1,5—5
	Движение зеркала антенной установки	То же	Непрерывный	Медленно	1,5—2,5
Изменение присоединенных масс	Изменение толщины проката	Добротность, постоянные времени внутренних контуров	Непрерывный	Медленно	1,1—2
	Изменение массы переносимого груза	Добротиость; постоянные времени	Скачкообразный	Быстро	2—10
Нестационарность упруговязкой механической передачи	Изменение длины каната подъемника или буровой колонны	Частота собственных колебаний	Непрерывный	Медленно	1,1—10
	Движение робота-манипулятора	Соотношение масс	Скачкообразный	Быстро	2—5
Изменение параметров объекта и системы управления под влиянием управляющих воздействий	Режимы непрерывного н прерывистого токов	Коэффициент усиления и постоянная времени токового контура	Скачкообразный	Быстро	1,5—3
	Изменение потока возбуждения	Электромеханическая постоянная времени	Непрерывный	Медленно	4—16
Температурные измеиеиия и старение	Дрейф нуля ОУ, изменение сопротивления и емкости радиоэлементов	Коэффициент усиления, постоянные времени	Непрерывный	Медленно	1,1—2
	Перегрузки электромеханического узла намотки	Постояниые времени	Непрерывиый	Медленно	1,1—2,5

чения проектных показателей производительности установок и качества выпускаемой ими продукции;

стремление к облегчению комплектации электрооборудования;

сокращение сроков наладки и переналадки электроприводов, т. е. «заводская» готовность после его ремонта и модернизации;

необходимость сокращения затрат на дефицитные электротехнические материалы, черные металлы, снижения трудоемкости изготовления и стоимости механоконструкций;

повышение функциональной надежности электроприводов, определяющей способность объекта управления выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях[1].

Решение задачи кибернетического управления (оптимизации, идентификации и адаптации) на исполнительном уровне стало возможным лишь на основе сочетания лучших мировых и отечественных научных результатов в области теории автоматического управления (методы А. М. Ляпунова и теория гиперустойчивости В. М. Попова, управляемость и наблюдаемость полного или редуцированного вектора состояний, теория комбинированных самонастраивающихся систем с использованием разрывных функций, системный подход к проектированию и др.) с современными достижениями микроэлектроники и микропроцессорной техники.

7.2. Обобщенная структура и уравнения кибернетического управления электроприводом

Наиболее быстрые адаптивные процессы достигаются в беспоисковых СНС. Наличие в электромеханических системах быстроменяющихся параметров сделало необходимым введение кроме параметрической самонастройки, отрабатывающей медленные, но существенные изменения (в 5—10 раз) параметров объектов, еще и сигнальной самонастройки, которая не содержит элементов с памятью, блоков умножения и действует непосредственно на вход адаптируемой системы. Оба алгоритма самонастройки были синтезированы прямым методом А. М. Ляпунова. Аналогичные результаты были получены и при использовании метода гиперустойчивости В. М. Попова.

В работе [18] впервые с позиций современной теории восстановления состояний автором совместно с Н. Д. Поляховым теоретически и экспериментально была обоснована возможность и эффективность применения стационарных динамических наблюдателей в адаптивных электромеханических системах с эталонными моделями. Предварительные условия работоспособности такой структуры: «быстрая» адаптация (соотношение между временем адаптации и регулирования $t_а = (0{,}2 \div 0{,}3)\ t_р$) и частотный сдвиг наблюдателя относительно электромеханического объекта на октаву

[1] Теория управления. Терминология. М.: Наука, 1988. Вып. 107. С. 56.

вправо — были уточнены в дальнейшем и даны в виде более строгих аналитических формулировок [19] и условий необходимости улучшения оценки наблюдения стационарного наблюдателя путем введения и для него сигнальной адаптации. Синтез быстрых алгоритмов и сдвиг полюсов наблюдателя вправо не более чем в два-три раза обеспечивает необходимую помехозащищенность адаптивной структуры в отличие от идентификаторов, использующих дифференцирующие звенья для получения производных выходной переменной.

Оптимизировать динамические показатели электромеханических систем, а также увеличивать диапазон регулирования скорости и повышать статическую точность позиционирования в условиях существенной нестационарности параметров можно с помощью адаптивного подхода не только к наблюдению, но и к управлению.

Обобщенная структура такого кибернетического управления [21] описывается следующими уравнениями.

Объект управления:

$$\dot{x}=A(t)\,x+B(t)\,u+\varphi(x,\ t)+f(t);\quad y=Cx, \tag{7.1}$$

где x—n-мерный вектор состояния; y—l-мерный вектор выходов; u—m-мерный вектор управления; $A(t)$, $B(t)$ — нестационарные матрицы; C — постоянная матрица выхода; $\varphi(x,\ t)$ — нелинейная n-мерная вектор-функция; $f(t)$ — n-мерный вектор возмущений.

Эталонная модель:

$$\dot{x}_м=A_м x_м+B_м g, \tag{7.2}$$

где $x_м$—n-мерный вектор состояния; $A_м$, $B_м$ — постоянные матрицы; g—m-мерный вектор задающих воздействий.

Комбинированный адаптивный регулятор:

$$U=K_а\left[D\hat{x}+K_в(g+z)\right], \tag{7.3}$$

где $K_а$, $K_в$ — матрицы настраиваемых коэффициентов; D — постоянная матрица обратной связи; z—m-мерный вектор сигнальной адаптации; $\hat{x}$ — вырабатываемый наблюдателем вектор оценки состояния объекта.

Алгоритм параметрической адаптации:

$$\begin{aligned}\dot{K}_а&=-H_1B_м^тP\varepsilon\left(D\hat{x}+K_в g\right)^т;\\ \dot{K}_в&=-H_2K_аB_м^тP\varepsilon g^т,\end{aligned} \tag{7.4}$$

где H_1, H_2 — симметрические положительные постоянные матрицы; P — симметрическая положительная постоянная матрица, являющаяся решением известного матричного уравнения Ляпунова.

Вектор ошибки:

$$\varepsilon=x_м-\hat{x}.$$

Алгоритм сигнальной адаптации:

$$z = -H_z \operatorname{sgn} B_м^т P\varepsilon, \tag{7.5}$$

где H_z — постоянная диагональная с положительными элементами матрица.

Адаптивный наблюдатель:

$$\dot{\hat{x}} = A_м\hat{x} + G(y - C\hat{x}) + B_м g + \nu, \tag{7.6}$$

где G — $(n \times l)$-мерная постоянная матрица, которая выбирается из условия, чтобы вещественные части собственных значений матрицы $(A—GC)$ были меньше всех вещественных частей собственных значений матрицы $A_м$; ν — n-мерный вектор сигнальной адаптации наблюдателя.

Алгоритм сигнальной адаптации наблюдателя:

$$\nu = -h \operatorname{sgn}\left[p^т(y - C\hat{x}) + q^т C_н \hat{x}\right], \tag{7.7}$$

где h—n-мерный вектор, элементы которого являются коэффициентами адаптации; p, q — постоянные векторы размером l и $n—l$ соответственно, которые выбираются из условия устойчивости; $C_н$ — постоянная матрица неизмеряемых выходов.

При этом цель адаптивного управления может быть охарактеризована следующими выражениями ($f(t) = 0$, $\varphi(t, 0) = 0$):

$$A(t) + B(t)K_а^0 D \xrightarrow[t\to\infty]{} A_м + \Delta_а;$$

$$B(t)K_а^0 K_в^0 \xrightarrow[t\to\infty]{} B_м + \Delta_в,$$

где $K_а^0$, $K_в^0$ — значения матриц после окончания процесса адаптации; $\Delta_а$, $\Delta_в$ — матрицы, характеризующие неточность работы параметрической адаптации.

Возмущающее действие $f(t)$ и $\varphi(x, t)$, а также параметрические рассогласования $\Delta_а$, $\Delta_в$ «подавляются» сигнальной адаптацией.

При решении задачи о рациональных принципах построения адаптивных регуляторов были выбраны беспоисковые адаптивные системы с эталонной моделью (АСЭМ) и с настраиваемой моделью (АСНМ). Эти системы обеспечивают наибольшую простоту и высокую надежность адаптивной структуры электропривода, представляющего собой «обычную» замкнутую систему, дополненную кибернетической приставкой (КП), осуществляющей функции оптимизации с помощью модели, идентификации с помощью наблюдателя и адаптации (комбинированная или сигнальная СНС). При этом для обеспечения адаптации какого-либо контура необходимо подавать на входы регулятора-приставки управляющий сигнал g и сигнал обратной связи y этого контура.

7.3. Рациональные структуры адаптивных электроприводов и следящих систем

Основные реализованные в промышленности структуры адаптивных систем электропривода приведены на рис. 7.1. Адаптивная система с комбинированной (параметрической и сигнальной) самонастройкой и стационарным наблюдателем Люенбергера (рис. 7.1, *а*) подробно рассмотрена в работе [19]. Ниже кратко описаны простейшие структуры АСЭМ, содержащие только сигнальную самонастройку и применяемые, главным образом, для станков с программным управлением, роботов-манипуляторов и ГПМ.

Адаптивный регулятор жесткого нелинейного нестационарного объекта имел сигнальный алгоритм, построенный по системе АСЭМ

$$z = k_а \operatorname{sgn}(e_1 p_1 + e_2 p_2 + \ldots), \qquad (7.8)$$

где $k_а$ — коэффициент глубины адаптации; e_1 — ошибка в движении между выходной переменной системы y и желаемой переменной эталонной модели $y_м$; $e_2 = \dot{y} - \dot{y}_м$; p_1, p_2 — коэффициенты, определяющие устойчивость и качество адаптации, соответственно.

Как показало моделирование и промышленные исследования, эталонная модель может иметь второй порядок, что в конкретных достаточно широко распространенных в промышленности приводах ГПМ (станков и роботов-манипуляторов) позволяет ограничиться наблюдателем первого порядка [3, 19].

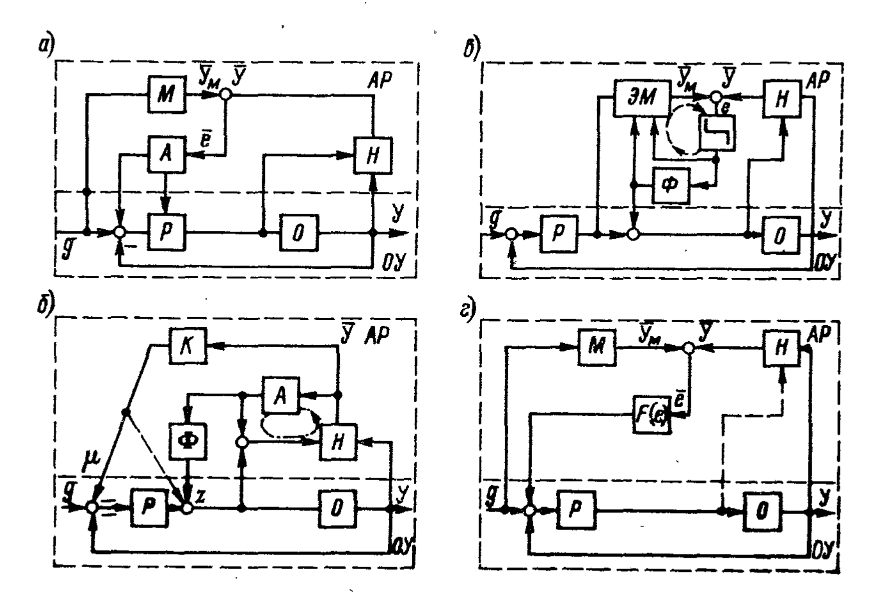


Рис. 7.1. Рациональные структуры адаптивных электромеханических систем

Алгоритм функционирования адаптивного регулятора и его конкретные технические реализации обеспечивают универсальность применения регулятора в различных структурах автоматических систем, содержащих исполнительные приводы, особенно в системах стабилизации скорости или частоты вращения машин и механизмов, в следящих системах с повышенными требованиями к быстродействию и точности, определяющими, в свою очередь, производительность и качество работы промышленного оборудования. Применение адаптивного регулятора особенно эффективно в унифицированных электромеханических системах с подчиненными контурами регулирования.

Адаптивный регулятор (АР) функционирует в условиях изменения постоянных времени и петлевого коэффициента усиления адаптируемого контура скорости в 5—10 раз, а также любых параметров внутреннего контура тока до (3—5)-кратного значения. Он выполнен по современной технологии гибридно-интегральных схем. Принцип построения АСЭМ по сигнальному типу обеспечил простое схемное решение на пяти операционных усилителях с одной основной регулировкой глубины адаптации.

Адаптивный регулятор упругого нелинейного нестационарного объекта [3, 4] также построен по структуре АСЭМ или АСНМ и стационарным наблюдателем упругого двухмассового объекта, вырабатывающим недостающую информацию о движении объекта, конкретно упругий момент и скорость вращения второй массы. Простейший алгоритм имеет следующий вид:

$$z = k_a \operatorname{sgn}\left(p_1 e + p_2 \widehat{M}_у + p_3 \omega_1\right), \tag{7.9}$$

где k_a — коэффициент глубины адаптации; $e = \omega_{2м} - \widehat{\omega}_2$; $\omega_{2м}$ — эталонная скорость вращения второй массы; $\widehat{\omega}_2$ — оценка скорости вращения второй массы; ω_1 — скорость вращения двигателя; $\widehat{M}_у$ — оценка упругого момента; p_1, p_2, p_3 — такие же, как в (7.8).

Адаптивный регулятор упругого объекта (АРУО) применяется в электромеханических следящих и других автоматических системах и осуществляет подавление упругих колебаний. Минимально необходимой информацией для восстановления вектора состояний упругого механического объекта является наличие датчика скорости вращения двигателя. Допускается применение регулятора в системах с изменением частот механического резонанса (на декаду) и инерционных масс объекта (3—5)-кратного значения. В этом случае задача подавления упругих колебаний решается принципиально по-иному по сравнению с известными способами. Существенно (на порядок) расширяется полоса пропускания и увеличивается добротность. Вместо гибридно-интегральной схемы может быть применен регулятор, выполненный на обычных микросхемах с помощью навесного монтажа.

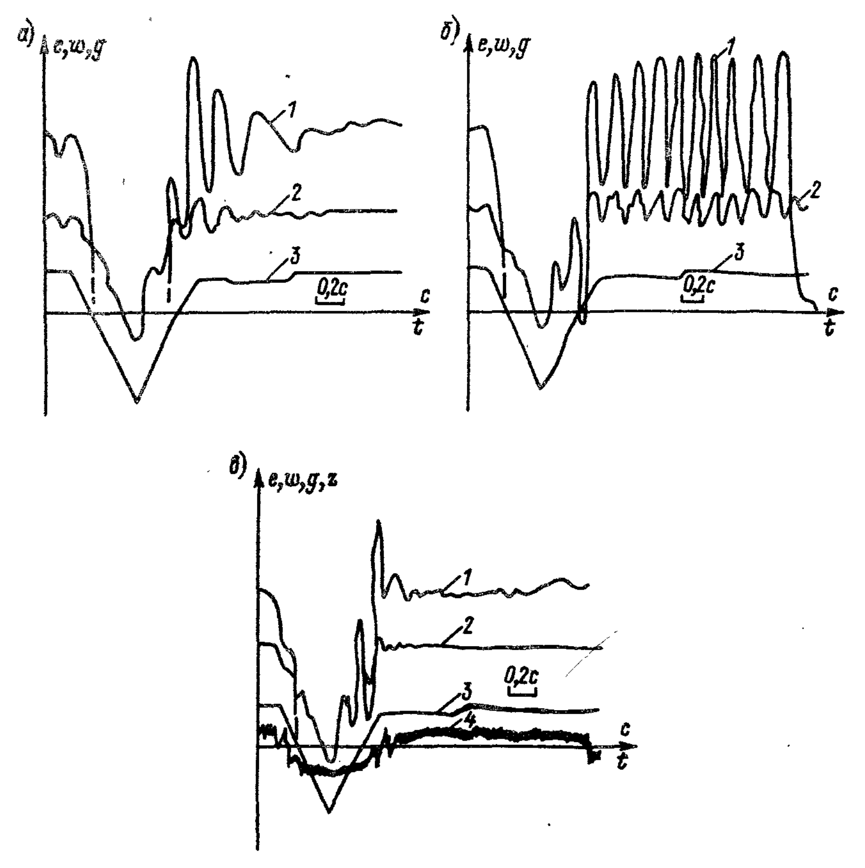


Рис. 7.2. Переходные процессы в следящей системе подачи координатно-расточного станка: *а* — без АРУО с исходной добротностью следящего контура 15 рад·с$^{-1}$; *б* — без АРУО с добротностью 100 рад·с$^{-1}$; *в* — при включенном АРУО с добротностью 100 рад·с$^{-1}$

На рис. 7.2 приведены переходные процессы в программном режиме позиционирования следящего электропривода подачи координатно-расточного станка с наложением зажима через 0,5 с после окончания цикла позиционирования. Из рисунка видно, что исходная следящая система уже имеет колебательную реакцию, а при повышении добротности система становится неработоспособной — в ней возникают незатухающие колебания. При включении АРУО эти колебания подавляются, создается возможность для повышения точности работы станка в следящих режимах обработки.

Адаптивные системы с настраиваемой моделью, сигнальной настройкой и модальным законом управления [6] (рис. 7.1, *б*). При использовании в промышленности, особенно в тиристорных элек-

троприводах, выявились недостатки ранее рассмотренных структур. Основная трудность — это необходимость реализовать скользящий режим в основном контуре управления, включающем в себя тиристорный преобразователь. Большой коэффициент усиления в контуре самонастройки, обусловленный релейной характеристикой адаптивного механизма, оказывает положительное влияние в нижней части диапазона регулирования. Однако при больших управляющих сигналах это обусловливало прорывы в группах тиристоров и склонность системы к автоколебаниям. Приходилось аппроксимировать знаковую функцию нелинейным алгоритмом, что в этом случае не давало значительных улучшений, так как недостаточная эффективность адаптивного контура ухудшала оценки переменных стационарным наблюдателем.

В результате использования настраиваемой модели с сигнальной адаптацией скользящий режим из основного контура переносится в подсистему адаптации наблюдателя. Адаптивный сигнал осреднялся малоинерционным фильтром.

Модальное управление по полному или редуцированному вектору состояния с передаточной матрицей K осуществляется подачей на вход объекта и (или) на вход типового регулятора системы сигнала μ. Предполагается гурвицевость матрицы A объекта управления, например, в смысле поточечного выполнения этого свойства для линейных стационарных приближений. Достижение цели идентификации и здесь возможно только тогда, когда выполняется условие согласованности [19]. Наблюдатель, как указывалось, может быть редуцированным. Сигнал приведенных возмущений, выделенных на релейном элементе, осуществляет подстройку модели в соответствии с движением переменных объекта. Одновременно этот же сигнал, осредненный фильтром Ф, поступает на вход объекта. Таким образом, он адаптируется, так как устойчивость адаптивной системы с настраиваемой моделью определяется реализуемостью процессов самонастройки модели на скользящих режимах. Качество работы системы будет определяться глубиной введения адаптивного сигнала, что, в свою очередь, оптимально решает противоречие при выборе фильтра. При малых значениях постоянной времени фильтра улучшается точность компенсации нестабильности параметров объекта, но ухудшаются процессы адаптивной идентификации из-за компенсации адаптивного сигнала сигналом после фильтра Ф, что может потребовать измерения полного вектора состояния.

Основное преимущество АСНМ по отношению к АСЭМ заключается в «грубости» адаптивных алгоритмов к неучтенным малым параметрам. Другим преимуществом АСНМ является ее относительная простота реализации ввиду отсутствия эталонной модели. Указанные адаптивные регуляторы для промышленных электроприводов с тиристорными преобразователями реализованы на той же элементной базе, что и системы управления, и выполнены в виде

аналогичных кибернетических приставок к типовым П- и ПИ-регуляторам.

Экспериментальные исследования адаптивных регуляторов с эталонной и настраиваемой моделями (АРЭМ и АРНМ) проводились в составе промышленного тиристорного электропривода ТПЕ (УПЛ-11) и заключались в изменении его электромагнитной и электромеханической постоянных времени в результате увеличения приведенного момента инерции электродвигателя (в 2,4 и 8 раз), обусловленного установкой сменных маховиков на ось двигателя, изменением потока, а также заменой типа двигателя. Исследования показали, что АРЭМ и АРНМ в составе электропривода одинаково работают при малых изменениях параметров (до четырех раз). Однако при увеличении кратности изменения, например, момента инерции более чем в пять раз, время первого согласования электропривода с АРЭМ увеличивается до 0,04—0,05 с, а перерегулирование возрастает на 45 %. Для электропривода АРНМ обеспечивает переходные процессы по скорости вращения с временем 0,03 с и перерегулированием не более 10 % при существенном изменении параметров (до десяти раз).

Адаптивный регулятор с настраиваемой моделью обеспечивает электроприводу высокую равномерность вращения. Коэффициент неравномерности вращения при скорости двигателя (0,0001—0,01) $\omega_{ном}$ электропривода с АРНМ равен 0,05, а для электропривода с АРЭМ — 0,07—0,15. Значительный эффект от работы адаптивных регуляторов достигается на самых малых уровнях сигнала управления 0,001—0,01 В, при которых на качество функционирования электропривода сильно влияют нелинейности типа «сухое трение» и режим прерывистых токов.

В настоящее время промышленностью выпускается адаптивный тиристорный преобразователь серии ТПЕ (мощностью до 10 кВт, на токи до 25 А), обеспечивающий постоянство заданных динамических характеристик электроприводов при восьмикратном изменении любых его параметров и случайном характере внешних возмущений. В нем используется структура АСЭМ. В настоящее время намечен переход от АСЭМ к АСНМ. Адаптивные регуляторы с эталонной моделью целесообразно применять в маломощных электроприводах до 0,2—0,4 кВт, где менее заметно влияние неучтенных малых параметров и возможны форсированные режимы. В более мощных электроприводах с тиристорными преобразователями целесообразно применять адаптивные регуляторы с настраиваемой моделью.

Одной из перспективных структур адаптивного управления в электромеханических системах является **АСЭМ с исключением скользящего режима из основного контура** регулирования (см. рис. 7.1, *в*). Эталонная модель и наблюдатель здесь снова разделены. Эталонная модель имеет две подстройки: одну под идентификатор нестационарного объекта, другую под заданный (стационар-

ный) объект управления. Указанная структура настолько эффективно осуществляет самонастройку электропривода, что позволяет рассмотреть возможность выпуска с установкой расчетных параметров типовых регуляторов на заводе-изготовителе без дальнейшей регулировки их коэффициентов передачи в процессе наладки и эксплуатации.

В электроприводах непрерывных линий с малыми отклонениями скорости и слабой нестабильностью параметров электромеханической системы высокое качество регулирования достигается при использовании структуры с дуальной моделью или **адаптивной структуры с селективной нелинейной коррекцией** (см. рис. 7.1, *г*). Указанные системы распространены в непрерывных высокопроизводительных волочильных прокатных станах [26].

Постепенно накапливающийся практический опыт привел к идее оптимизации выбора нелинейных обратных связей в разрывных адаптивных алгоритмах управления. Это позволило: при соблюдении условий абсолютной устойчивости использовать большие коэффициенты в контуре регулирования скорости; строить адаптивную систему, в которой глубина адаптивного воздействия зависит от возмущений, оцениваемых ошибкой рассогласования; повысить помехозащищенность системы.

Традиционные способы расчета систем автоматического управления построены на предположении частотного разделения спектров помехи и полезного сигнала. В реальных системах электропривода при современных требованиях к быстродействию это предположение не выполняется, однако может быть указана максимальная амплитуда помехи и соответствующее этим условиям работы требуемое повышение коэффициента основного контура регулирования и оптимальный вид нелинейности в контуре селективнй коррекции.

Для электроприводов мелкосортно-проволочных прокатных станов экспериментальными исследованиями было установлено, что стандартный датчик скорости для электроприводов (тахогенератор) в исправном состоянии имеет нормальный уровень помех $V_n = (0{,}2 \div 0{,}3)$ В. Для удовлетворительной по условиям технологии обработки ударной нагрузки в контуре скорости необходимо иметь коэффициент усиления, приблизительно в десять раз больший, чем определяют его штатные настройки наладчиков. По этим данным была определена и «оптимальная» нелинейная характеристика обратной связи. Необходимости в наблюдателе при этом может не возникнуть. Так как ПИ-регулятор системы остается, адаптивный регулятор строится в соответствии со структурной схемой, изображенной на рис. 7.1, *г*. В этом случае эталонная модель выбирается в виде апериодического звена.

В результате внедрения разработанных кафедрой САУ ЛЭТИ электронных устройств на приводах мелкосортно-проволочного стана достигнуты следующие технические результаты: время вос-

становления заданной скорости двигателя при входе металла в клеть не более 0,2 с (в исходной системе 0,4—1,0 с); динамическое падение скорости не более 0,5 % (при входе металла в клеть в исходной системе при временных интервалах между заготовками 0,4 с динамическое падение скорости составляет 8 %); повышение помехозащищенности системы управления и снижение пульсаций тока до 10—20 %.

Это позволило на действующем оборудовании: повысить производительность стана в результате проката металла с меньшими разрывами между раскатами и меньшим числом аварийных ситуаций; улучшить условия эксплуатации силового электрооборудования станов (электродвигателей, тиристорных преобразователей); повысить качество проката в результате точного соблюдения технологических условий процесса прокатки.

7.4. Адаптивно-модальное управление в электроприводах с упругой связью

Рассмотрим элементы прикладной теории и расчета адаптивно-модальной системы с настраиваемой моделью (АСНМ) и сигнальными алгоритмами адаптации, структурная схема и краткое описание которой было дано в предыдущем параграфе (см. рис. 7.1, *б*). В промышленности в настоящее время преимущественно распространены системы этого типа [18, 19].

Адаптивно-модальная система с сигнальной настройкой модели эффективна в управлении неполностью измеряемым нелинейным и нестационарным в общем случае объектом, представимым в виде

$$\dot{x} = A(x,\ t)\,x + B(x,\ t)\,u(t); \quad y = Cx, \tag{7.10}$$

где $A(x,\ t)$, $B(x,\ t)$ — матрицы соответствующих размерностей, непрерывные и ограниченные в допустимой области изменения $I_\delta = \{x,\ t\colon |x|,\ K_\delta,\ \delta > 0,\ t \geqslant 0\}$, вместе со своими частными производными по x, t; x—n-мерный вектор состояния объекта; $u(t)$ — m-мерный вектор управления ($m < n$); y—p-мерный вектор измеряемых переменных; C — постоянная матрица (ранг $C < n$). Для построения структуры АСНМ введем в рассмотрение линеаризованный объект — некоторую вспомогательную линейную стационарную n-мерную динамическую систему вида

$$\dot{x} = A_0 x + B_0 u(t); \qquad y = Cx_0. \tag{7.11}$$

Матрицы A_0, B_0 являются, например, результатом линеаризации объекта (7.10) при номинальном режиме или отвечают некоторым его усредненным параметрам, полученным из каких-либо других соображений. В дальнейшем будем считать, что тройка матриц A_0, B_0, C полностью управляема и наблюдаема.

Настраиваемая модель, стационарная часть которой представляет собой идентификатор состояния (наблюдатель) полного порядка, имеет следующую структуру:

$$\dot{\hat{x}} = A_0\hat{x} + LC^{\text{т}}\left(y - C\hat{x}\right) + B_0u(t) + z(t); \tag{7.12}$$

$$z(t) = P^{-1}C^{\text{т}}h\,\mathrm{sgn}\,\{y(t) - C\hat{x}(t)\}, \tag{7.13}$$

где L, P — рассчитываемые ниже постоянные симметричные положительно определенные матрицы усилений; $z(t)$ — n-мерный вектор сигнальной адаптации (настройки) наблюдателя, вырабатываемый по знаковому алгоритму (7.13); h — коэффициент усиления цепи адаптации наблюдателя.

Адаптивно-модальный закон управления сформулируем в виде

$$u(t) = -B_0^{\text{т}}K\hat{x}(t) + \mu(t) + g(t), \tag{7.14}$$

где $\mu(t)$ — некоторый усредненный m-мерный векторный сигнал адаптации объекта, вырабатываемый по уравнению

$$\tau\dot{\mu}(t) + \mu(t) = B_0^{+}z(t), \tag{7.15}$$

τ — диагональная порядка m матрица малых постоянных времени фильтров усреднения; K — симметричная матрица линейной обратной связи по оценкам $\hat{x}$ вектора состояния $x(t)$; B_0^{+} — псевдообратная матрица к матрице B_0, вычисляемая по выражению $B_0^{+} = (B_0^{\text{т}}B_0)^{-1}B_0^{\text{т}}$; $g(t)$ — программное управление.

Таким образом, в структуре адаптивно-модальной системы управления объектом (7.10), не все переменные которого доступны измерению с помощью датчиков, используется сигнально-настраиваемый наблюдатель (7.12), (7.13), а управляющее воздействие (7.14), (7.15) формируется в виде линейной (модальной) обратной связи по оценкам наблюдателя и сигнала адаптации $\mu(t)$, вырабатываемого при скользящих режимах наблюдателя и компенсирующего влияние нелинейных параметрических рассогласований объекта. Элементы методики расчета параметров построенной адаптивно-модальной системы, обеспечивающих ее работоспособность и заданные динамические свойства, заключаются в следующем (развитие методики, изложенной в работе [19], здесь дано В. В. Путовым).

1. Введем явно не присутствующую в структуре АСНМ эталонную n-мерную динамическую систему (неявную эталонную модель) вида

$$\dot{x}_{\text{м}} = A_{\text{м}}x_{\text{м}} + B_{\text{м}}g_0(t) \tag{7.16}$$

и выберем матрицу модальной обратной связи K, так чтобы

$$A_{\text{м}} = A_0 - B_0B_0^{\text{т}}K; \qquad B_{\text{м}} = B_0, \tag{7.17}$$

тем самым подчиняя выбор матрицы K алгебраической задаче мо-

дальнего управления. Матрица $A_м$ — гурвицева и рассчитывается из заранее известных требований к желаемым динамическим параметрам замкнутой системы, а матрица $B_м$ выбирается так, чтобы знаки ее ненулевых элементов b_{ij0} совпадали со знаками соответствующих ненулевых элементов $b_{ij}(x, t)$ матрицы $B(x, t)$ объекта, т. е.

$$\operatorname{sgn} b_{ij}(x, t) = \operatorname{sgn} b_{ij0} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n;\ j = 1, 2, \ldots, m). \tag{7.18}$$

Кроме того, считаем выполненным условие необратимости в нули коэффициентов матрицы $B(x, t)$ во всей области I_δ

$$|b_{ij}(x, t)| \geqslant \beta > 0 \qquad (\forall x, t \in I_\delta). \tag{7.19}$$

Рекомендуется выбирать значения элементов матрицы B_0 усреднением на интервалах изменений соответствующих элементов матрицы $B(x, t)$

$$0{,}5\,|b_{ij}(x, t)|^{\max} - |b_{ij}(x, t)|^{\min} < |b_{ij0}| < |b_{ij}(x, t)|^{\min}. \tag{7.20}$$

2. Матрица L обратной связи наблюдателя рассчитывается также методами модального управления по условию гурвицевости матрицы $A_н$

$$A_н = A_0 - LC^{т}C, \tag{7.21}$$

где собственные значения $\lambda_j(A_н)$ матрицы $A_н$ назначаются из области

$$\min_j |\operatorname{Re} \lambda_j(A_н)| \geqslant (2 \div 3) \max_j |\operatorname{Re} \lambda_j(A_м)|, \tag{7.22}$$

где $\lambda_j(A_м)$ — собственные значения матрицы $A_м$. Условие (7.22) означает, что динамика линейной части настраиваемого наблюдателя (7.12) принята в два-три раза более быстродействующей, чем динамика неявной эталонной модели (7.16).

3. Матрица P в соотношении (7.13) рассчитывается из уравнения Ляпунова вида

$$PA_н + A_н^{т}P = -Q, \tag{7.23}$$

где Q — диагональная положительно определенная матрица, такая, чтобы отношение Λ/λ было по возможности наименьшим (Λ, λ — наибольшее и наименьшее собственные значения матрицы P соответственно).

4. Если параметры объекта (7.10) отличны от некоторых усредненных параметров матриц A_0, B_0, то объект характеризуется нелинейными параметрическими рассогласованиями, определяемыми функцией

$$\sigma(x, t) = (A(x, t) - A_0)\,x + (B(x, t) - B_0)\,g_0(t), \tag{7.24}$$

при равенстве нулю которой в системе возникает скользящий режим и протекают процессы настройки наблюдателя (сигналом $z(t)$)

и адаптации объекта (сигналом $\mu(t)$). При этом коэффициент усиления h цепи настройки рассчитывается по условию компенсации функции параметрических рассогласований

$$h \geqslant \| (P^{-1}C^{\mathrm{T}})^{+} \| a_{\sigma}, \tag{7.25}$$

где положительное число a_{σ} является верхней оценкой функции (7.24):

$$a_{\sigma} = \sup_{xt \in I_{\delta}} \| \sigma(x, t) \|, \tag{7.26}$$

а знак $\| \cdot \|$ означает норму матрицы или вектора. Вычисление a_{σ} производится исходя из известных оценок начальных условий $\| x(t_0) \| < \delta_0$, $\| \widehat{x}(t_0) \| \leqslant \widehat{x}_0$ по выражению

$$a_{\sigma} \leqslant [a^0 - b^0 b_0 k (\sqrt{\Lambda \lambda^{-1}} + \eta_1) \delta_0 +$$
$$+ b^0 b_0 k \sqrt{\Lambda \lambda^{-1}}\, \widehat{\delta}_0 + [(a^0 + b^0 b_0 k) b_0 c^{-1} + b^0] d. \tag{7.27}$$

Здесь положительные числа a^0, b^0, b_0, k являются оценками в области I_{δ} норм матриц $\| A(x, t) - A_0 \| \leqslant a^0$; $\| B(x, t) - B_0 \| \leqslant b^0$; $\| B_0 \| < b_0$; $\| K \| \leqslant k$; η_1, c_1 — положительные числа в оценке $\| e^{A_{\text{м}} t} \| \leqslant \eta_1 e^{-ct}$; c — $\min \operatorname{Re} \lambda_j (A_{\text{м}})$; $d \geqslant \| u^0(t) \|$.

5. Элементы μ_i диагональной матрицы μ малых постоянных времени фильтров усреднения (7.15) рассчитываются по заданным значениям частоты f_i реальных скользящих режимов в контурах сигнальной настройки наблюдателя (7.13):

$$\tau_i^{-1} = (0{,}01 \div 0{,}03)\, 2\pi f_i. \tag{7.28}$$

Значения f_i ограничены только быстродействием операционных усилителей выбранной аналоговой элементной базы микросхемной реализации адаптивно-модальной системы, и при частотах свыше 1 кГц достигается удовлетворительная точность адаптивных процессов при скользящих режимах в этом классе электромеханических следящих систем.

Очевидно, что построенная адаптивно-модальная система вида (7.12) — (7.15) управления нелинейным нестационарным объектом (7.10) полностью реализуема, так как содержит постоянные параметры A_0, B_0, L, C, P, h, μ, оцениваемые по изложенной выше методике и относительно ее работоспособности можно утверждать следующее.

Будем сравнивать движение построенной АСНМ вида (7.10), (7.12) — (7.15) с заданным эталонным движением системы (7.16), оценивая их близость ошибкой адаптации

$$e(t) = x(t) - x_{\text{м}}(t)$$

и ошибкой идентификации

$$\widehat{e}(t) = x(t) - \widehat{x}(t).$$

Теоретически, если матрицу $B(x, t)$ считать известной и использовать вместо матрицы B_0 в построении адаптивно-модального закона управления (7.14), (7.15), то в АСНМ имеет место экспоненциальная устойчивость по переменным $e(t), \widehat{e}(t)$, равномерная по t_0, $e(t_0)$, $\widehat{e}(t_0)$ в допустимой области I_δ изменения переменных x, $\widehat{x}$, t (или в целом, $\delta = +\infty$), если в этой области:

а) все параметры L, P, K, h, τ выбраны в соответствии с вышеизложенной методикой;

б) выполнены условия согласованности (по адаптации) вида

$$BB^{+}\sigma(x, t) = \sigma(x, t); \tag{7.29}$$

в) выполнены условия согласованности (по идентификации) вида

$$(P^{-1}C^{\mathrm{T}})(P^{-1}C^{\mathrm{T}})^{+}\sigma(x, t) = \sigma(x, t). \tag{7.30}$$

Однако по условиям практической реализуемости структуры АСНМ функциональная матрица $B(x, t)$ в соотношениях (7.14), (7.15) должна быть заменена на известную постоянную матрицу B_0, удовлетворяющую условиям (7.18) — (7.20), а громоздкие соотношения (7.29), (7.30), выражающие достаточные, но не необходимые, структурные условия адаптируемости нелинейного объекта (7.10), могут оказаться либо трудно проверяемыми, либо даже не удовлетворяются. Тем не менее построенная адаптивно-модальная система может оказаться вполне работоспособной и при соответствующем выборе ее параметров сохраняет свойства равномерной с экспоненциальным приближением диссипативности по тем же переменным $e(t)$, $\widehat{e}(t)$. Более того, в условиях всегда существующих неучтенных факторов и различных огрубляющих предположений и допущений диссипативность, означающая свойство траекторий системы стягиваться (по истечении конечного времени) в некоторую конечную окрестность (трубку) невозмущенного (установившегося) движения, является единственно приемлемым свойством для большинства инженерных приложений.

Прежде чем приступить к реализации АСНМ (рис. 7.1, *б*), сделаем некоторые замечания к практическому применению изложенной в пунктах 1—5 методики расчета, основной трудностью которой, кроме проверки соотношеиий (7.29), (7.30), является также выбор параметра h (п. 4), влияющий на эффективность сигнала адаптации $\mu(t)$ в подавлении параметрических возмущений. Анализируя характер закона управления (7.14), видно, что сочетание адаптивного и модального принципов управления позволяет благоприятным образом распределять их роли в подавлении параметрических возмущений (7.24), частично относя их к функции векторного сигнала адаптации $\mu(t)$ и частично к функции модальной обратной связи в результате выбора матриц A_0, B_0 вспомогательной системы (7.11). Действительно, выбором их структуры и параметров можно частично влиять как на структуру условий согласо-

ванности, так и на величину a_σ оценки параметрических рассогласований, и таким образом, регулируя «глубину» модальных обратных связей, облегчать задачи адаптации и идентификации сигналами $\mu(t)$ и $z(t)$.

На практике зачастую можно, даже не выясняя характер и величину параметрических возмущений и минуя громоздкие предварительные расчеты по пп. 3, 4, прямо перейти к реализации АСНМ, используя любое приемлемое стационарное приближение (7.11). При этом в реализации настраиваемой модели (7.12), (7.13) необходимо стремиться как можно к более высоким частотам f_i скользящих режимов, а в реализации цепи настройки (7.13) и закона управления (7.14) предусмотреть возможность плавной, осуществляемой в широких пределах, регулировки «глубин» сигналов адаптивной и модальной обратных связей.

7.5. Методика расчета и структурная схема адаптивно-модального регулятора в электроприводе постоянного тока

Рассмотрим регулируемый по скорости тиристорный электропривод с подчиненным контуром тока, упругие свойства механической части которого аппроксимируются однорезонансной двухмассовой крутильной механической системой, состоящей из двух маховиков: ротора двигателя J_1 и приведенных к вращению двигателя маховых частей нагрузки J_2, соединенных упругой связью с коэффициентом упругости c. Трением в осях и потерями в упругой связи пренебрегаем как несущественными при проектировании регулятора, обеспечивающего любое наперед заданное демпфирование упругих колебаний.

Будем считать, что наибольшим нелинейным и нестационарным изменениям подвержены момент инерции нагрузки $J_2(\cdot) = J_2(x, t)$ и коэффициент упругости $c(\cdot) = c(x, t)$. Это характерно, например, для электропривода механизма одной из транспортных степеней подвижности антропоморфного манипулятора (поворота основания, плеча, предплечья). Приведенный момент инерции нагрузки и низшая собственная частота упругих колебаний такого манипулятора нелинейно зависят от угловых координат степеней подвижности робота, характеризующих его изменяющуюся конфигурацию, зазоры в передачах, нелинейную деформацию звеньев, изменяющуюся во времени нагрузку, старение и другие факторы. Задачу управления определим как задачу принудительного гашения средствами адаптивного управления нелинейных нестационарных упругих колебаний с расширением требуемой полосы пропускания замкнутой системы независимо от частоты упругих колебаний. Отметим, что разработка адаптивной схемы, решающей эту задачу, создает предпосылки к построению унифицированной структуры адаптивного регулятора для типового электропривода с упругими

свойствами и выраженной низшей частотой упругих колебаний, изменяющейся в процессе функционирования в достаточно широких пределах (в 5—10 раз).

Уравнения движения упругого электромеханического объекта (ЭМО) имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} &J_1\ddot{q}_1 + c(q_1,\ q_2,\ t)(q_1 - q_2) = k_m I_я;\\ &J_2(q_1,\ q_2,\ t)\ddot{q}_2 + c(\cdot)(q_2 - q_1) = 0;\\ &\dot{I}_я = -\frac{R_я}{L_я} I_я - \frac{k_m k_e}{L_я}\dot{q}_1 + \frac{k_у}{L_я} u_у, \end{aligned}\right\} \tag{7.31}$$

где q_1, q_2 — углы поворота ротора и приведенного механизма с моментами инерции J_1, J_2 соответственно; $I_я$ — ток якорной цепи; k_m, k_e — коэффициенты электромагнитного момента и противо-ЭДС двигателя; $L_я$, $R_я$ — параметры якорной цепи; $k_у$, $u_у$ — коэффициент усиления и напряжение управления силового преобразователя.

Исследования ЭМО с упругими свойствами для таких классов объектов, как роботы, станки, бортовые антенны и т. д., позволяют оценить возможные диапазоны изменения $J_2(\cdot)$, $c(\cdot)$ в области рабочих режимов механизмов как

$$c(\cdot) = (0{,}5 \div 2)\, c_0; \qquad J_2(\cdot) = (0{,}3 \div 3)\, J_{02},$$

где c_0, J_{02} — их усредненные значения. Остальные параметры ЭМО можно считать постоянными.

Рассматривая широкий класс ЭМО, регулируемых по скорости и обозначая $\dot{q}_1 = \omega_1$; $\dot{q}_2 = \omega_2$, $c(q_1 - q_2) = M_у$, уравнения (7.31) перепишем в виде:

$$\begin{aligned} &\dot{\omega}_1 = -\frac{1}{J_1} M_у + \frac{k_m}{J_1} I_я;\\ &\dot{\omega}_2 = \frac{1}{J_2(\cdot)} M_у;\\ &\dot{M}_у = c(\cdot)(\omega_1 - \omega_2);\\ &\dot{I}_я = \frac{R_я}{L_я} I_я - \frac{k_e}{L_я}\omega_1 + \frac{k_у}{L_я} U_у. \end{aligned} \tag{7.32}$$

Управляющее напряжение $U_у$ формируем в рамках структуры подчиненного регулирования переменных ω_1, $I_я$ электропривода с контурными П-регуляторами:

$$U_у = [(g(t) - k_{д.с}\omega_1)\beta_{р.с} - k_{д.т} I_я]\,\beta_{р.т}, \tag{7.33}$$

где $k_{д.с}$, $k_{д.т}$ — коэффициенты датчиков скорости ω_1 и тока; $g(t)$ —

задающее (программное) воздействие; $\beta_{р.т}$, $\beta_{р.с}$ — коэффициенты усиления регуляторов тока и скорости, вычисляемые по формулам

$$\beta_{р.\,т} = \frac{L_я}{a_т T_\mu k_{д.\,т} k_у}; \qquad \beta_{р.\,с} = \frac{(J_1 + J_{02})\, k_{д.\,т}}{k_m k_{д.\,с} a_с a_т T_\mu}; \tag{7.34}$$

T_μ — малая (некомпенсируемая) постоянная времени, определяющая предельное быстродействие оптимизируемого привода; $a_т$, $a_с$ — коэффициенты формы переходного процесса (при $a_т = a_с = 2$ имеет место так называемый симметричный оптимум) [7, 22, 97].

Объединяя (7.32), (7.33), (7.34), получаем:

$$\begin{gathered}
\dot{\omega}_1 = -\frac{1}{J_1}(M_у - k_m I_я);\\
\dot{M}_у = c(\cdot)(\omega_1 - \omega_2);\\
\dot{\omega}_2 = \frac{1}{J_2(\cdot)} M_у;\\
\dot{I}_я = bg(t) - k_с\omega_1 - k_т I_я;\\
b = \frac{J_\Sigma}{k_m k_{д.\,с} a_с a_т^2 T_\mu^2}; \qquad k_c = \left(\frac{J_\Sigma}{k_m a_с a_т^2 T_\mu^2} - \frac{k_e}{L_я}\right);\\
k_т = \frac{1}{a_т T_\mu} - \frac{R_я}{L_я}; \qquad T_\Sigma = T_1 + T_{02}.
\end{gathered} \tag{7.35}$$

Окончательно, полагая в выражениях (7.35) $1/a_т T_\mu \gg R_я/L_я$ и пренебрегая влиянием обратной связи по противо-ЭДС в выражении для $k_с$, будем учитывать замкнутый контур тока в виде фильтра первого порядка с малой постоянной $a_т T_\mu$ и рассматривать в качестве класса адаптируемых упругих объектов упрощенный ЭМО:

$$\begin{gathered}
\dot{\omega}_2 = \frac{1}{J_2(\cdot)} M_у;\\
\dot{M}_y = c(\cdot)(\omega_1 - \omega_2);\\
\dot{\omega}_1 = -\frac{1}{J_1} M_у - \frac{\gamma}{a_с a_т T_\mu}\left[\omega_1 - \frac{1}{k_{д.\,с}} g(t)\right];\\
1{,}1 \div 5 = \gamma = (J_1 + J_{02})/J_1; \qquad a_с = a_т = 2;\\
T_\mu = 0{,}005 \div 0{,}01; \qquad k_{д.\,с} = 0{,}03 \div 0{,}1.
\end{gathered} \tag{7.36}$$

Уравнения (7.36) характеризуют широкий класс упругих двухмассовых электромеханических объектов с подчиненным регулированием, настроенным без учета упругих свойств на предельное быстродействие с полосой пропускания контура скорости $\omega_{ср} = 1/(a_с a_т T_\mu)$. При попытке реализовать такое быстродействие при

условии, что $\omega_{12} \leqslant \omega_{ср}$ (см. табл. 7.1), в системе возбуждаются упругие колебания с круговой частотой в диапазоне

$$\omega_{012} = \sqrt{\frac{\gamma c_0}{J_{02}}}; \qquad \omega_{12} = (0,4 \div 2,5)\,\omega_{012}.$$

Очевидно, что вспомогательная система вида (7.11) для этого класса адаптируемых объектов получает вид

$$\dot{x} = A_0 x + b_0 u(t); \qquad y = C^{т} x,$$

где $x = [\omega_2 \; M_у \; \omega_1]^{т}$;

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{1}{J_1(\gamma - 1)} & 0 \\ -c_0 & 0 & c_0 \\ 0 & -\dfrac{1}{J_1} & -\dfrac{\gamma}{a_с a_т T_\mu} \end{bmatrix}; \qquad b_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix}; \quad b_3 = \frac{\gamma}{a_с a_т T_\mu k_{д.с}}; \tag{7.37}$$

$$C^{т} = [0\,0\,C_3]; \; C_3 = k_{д.с}.$$

В этой системе измеряется только частота вращения электропривода ω_1. Здесь $b(x, t) = b_0$ и условия (7.18), (7.19), (7.20), налагаемые на выбор элементов матрицы B_0, не используются. Поэтому проблема замены неизвестной матрицы $B(x, t)$ на известную B_0 в алгоритме адаптации в этом классе упругих ЭМО не возникает. Однако это не облегчает задачи, так как, к сожалению, условие согласованности (7.29) не выполняется. Может идти речь только о диссипативности АСНМ для упругого объекта. Причем, так как условие (7.29) не соблюдается, эффективность построенной системы должна проверяться моделированием или экспериментально.

Далее, следуя при расчете регулятора согласно изложенной выше методике, отметим, что обязательно должны быть рассчитаны матрицы K и L линейных частей регулятора, а коэффициенты матрицы P и числа τ, h могут устанавливаться экспериментально.

1. Для расчета матрицы K линейной (модальной) части закона управления (7.14) воспользуемся методом модального управления. Задавая желаемый характеристический многочлен эталонной модели (7.16):

$$\varphi^{ж}(\lambda) = \lambda^3 + \alpha_1 \omega_0 \lambda^2 + \alpha_2 \omega_0^2 \lambda + \omega_0^3, \tag{7.38}$$

например, в виде стандартной биномиальной формы ($\alpha_1 = \alpha_2 = 3$) или формы Баттерворта ($\alpha_1 = \alpha_2 = 2$), примем $\omega_0 = 1/(a_с a_т T_\mu)$ исходя из максимального достижимого быстродействия для жесткого электропривода с подчиненным регулированием, λ — формальная переменная многочлена.

Матрицу K найдем из условия

$$\varphi^{ж}(\lambda) = \det\left[\lambda I - A_0 + b_0 b_0^{т} K\right], \qquad (7.39)$$

причем, так как столбец b_0 имеет только один нижний ненулевой элемент, то в матрице $b_0 b_0^{т} K$ только нижняя строка оказывается ненулевой и составленной из элементов k_1, k_2, k_3 нижней строки матрицы K, поэтому только три этих элемента (вместо шести) и вычисляются из уравнения (7.39):

$$k_1 = \frac{\omega_0\left(\alpha_1\omega_{012}^2 - \gamma\omega_0^2\right)}{b_3^2\omega_{012}^2}; \qquad k_2 = \frac{\alpha_2\omega_0^2 - \omega_{012}^2}{b_3^2 c_0};$$

$$k_3 = \frac{\alpha_1\omega_0 - \dfrac{\gamma}{a_c a_т T_\mu}}{b_3^2},$$

а остальные элементы матрицы K дописываются из условия ее симметрии:

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_1 \\ 0 & 0 & k_2 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix}.$$

2. Матрицу L линейной части наблюдателя (7.12) рассчитаем, полагая, что характеристический многочлен матрицы $A_н$ в соответствии с условием (7.22) равен

$$\varphi^{н}(\lambda) = \lambda^3 + 2(3\omega_0)\lambda^2 + 2(3\omega_0)^2\lambda + (3\omega_0)^3, \qquad (7.40)$$

т. е. динамика наблюдателя имеет в три раза более высокое быстродействие по сравнению с требуемым быстродействием объекта, определяемым многочленом (7.39). Коэффициенты матрицы L найдем из условия

$$\varphi^{н}(\lambda) = \det\left[I_\lambda - A_0 + LCC^{т}\right]. \qquad (7.41)$$

Отметим, что в матрице $LCC^{т}$ только последний столбец иенулевой, и из уравнения (7.41) находятся только три элемента последнего столбца матрицы L:

$$l_1 = \frac{3\omega_0\gamma\left(9\omega_0^2 - \alpha_1\omega_{012}^2\right)}{k_{д.\,с}^2\omega_{012}^2}; \qquad l_2 = \frac{J_1\left(\omega_{012}^2 - 9\alpha_2\omega_0^2\right)}{k_{д.\,с}^2};$$

$$l_3 = \frac{3\alpha_1\omega_0 - \dfrac{\gamma}{a_c a_т T_\mu}}{k_{д.\,с}^2},$$

а остальные дописываются по условию ее симметрии:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & l_2 \\ l_1 & l_2 & l_3 \end{bmatrix}.$$

3. Матрицу P рассчитываем из уравнения Ляпунова (7.23), принимая матрицу $A_н$ фробениусовой с характеристическим многочленом (7.40):

$$A_н = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -(3\omega_0)^3 & -2(3\omega_0)^2 & -2(3\omega_0) \end{bmatrix},$$

а матрицу Q согласно рекомендации п. 3 методики принимаем диагональной $Q = \operatorname{diag}\{q_1 \ q_2 \ q_3\}$.

Очевидно, что непосредственное вычисление элементов матрицы P весьма трудоемко, и здесь можно рекомендовать составление программы цикла вычислений на ПЭВМ с проверкой неравенства $(\Lambda/\lambda) \leqslant 2 \div 5$. Как только подбором конкретных значений q_i, $i = 1, 2, 3$, это условие удовлетворяется, процесс вычислений можно считать законченным.

При составлении уравнения (7.23) для матрицы P отметим, что в силу структуры матрицы $P^{-1}C^{т}h$ в уравнении (7.13) для нашей задачи требуется определить только элементы последнего столбца матрицы P^{-1}, поэтому симметричную матрицу можно сразу записать в виде

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & p_1 \\ 0 & 0 & p_2 \\ p_1 & p_2 & p_3 \end{bmatrix},$$

где, как видим, не все элементы ненулевые, что значительно облегчает расчеты по уравнению (7.23). В дальнейшем обозначим полученные коэффициенты последнего столбца матрицы P^{-1} как d_1, d_2, d_3.

4. При расчете коэффициента усиления h можно воспользоваться формулой (7.25) и оценками (7.27) или предусмотреть для коэффициента h достаточный запас усиления в схеме реализации регулятора и затем подобрать его экспериментально.

Из формулы (7.25)

$$h \geqslant \frac{d_i^{\max}}{C_3\left(d_1^2 + d_2^2 + d_3^2\right)} a_\sigma,$$

где $d_i^{\max}$ — максимальный элемент столбца $[d_1 \ d_2 \ d_3]^{т}$, а оценка

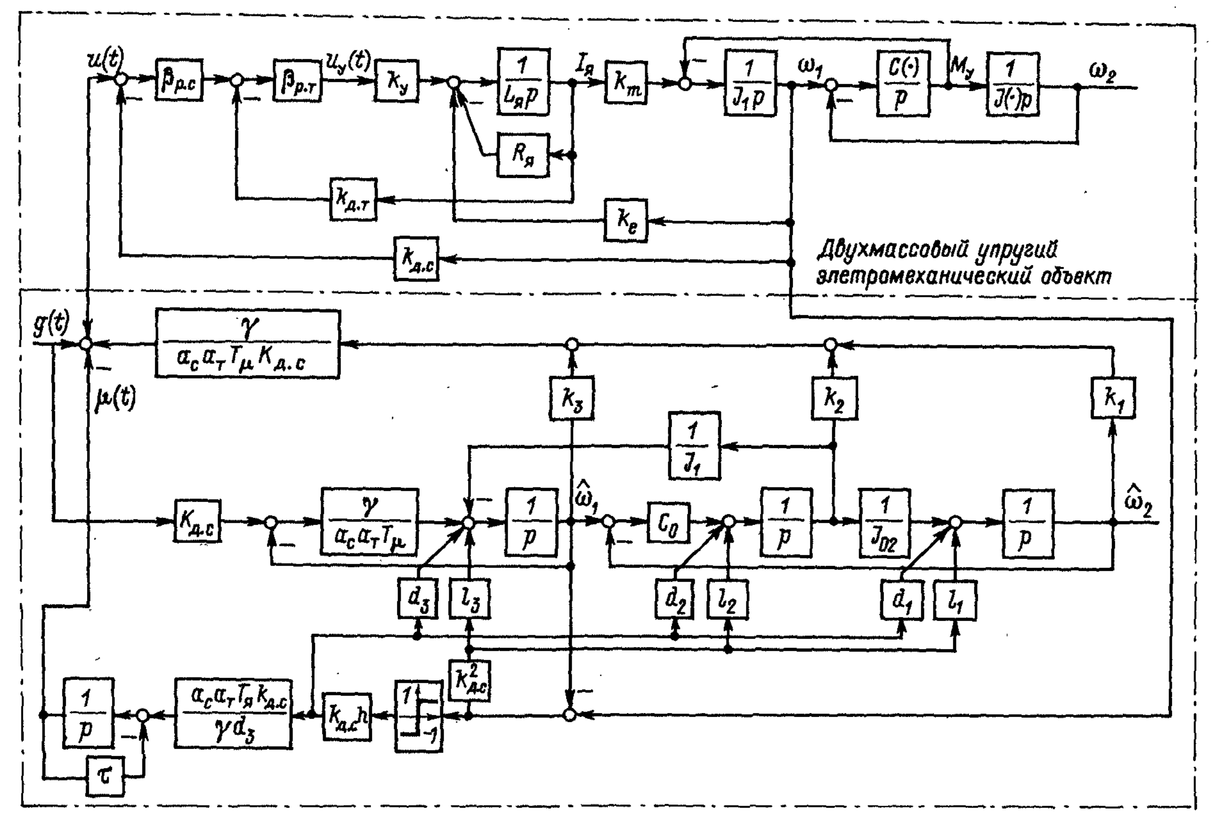


Рис. 7.3. Детализированная структура ЭМС с адаптивно-модальным регулятором и двигателем постоянного тока

значения a_σ легко получается из (7.27) при задании конкретных численных значений параметров объекта c_0, J_{02}.

5. Постоянная времени фильтра τ рассчитывается из формулы (7.28), задавая конкретные значения частоты $f \geqslant 1000$ Гц:

$$\tau^{-1} \geqslant 0{,}162\pi \cdot 10^3 \approx 100 \text{ с}^{-1}; \qquad \tau \leqslant 0{,}01 \text{ с}.$$

Окончательно с учетом введенных обозначений конкретизируем структуру адаптивно-модального регулятора в соответствии с уравнениями (7.12) — (7.15) в виде:

$$\left.\begin{aligned}
&\begin{bmatrix} \dot{\widehat{\omega}}_2 \\ \dot{\widehat{M}}_у \\ \dot{\widehat{\omega}}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{1}{J_1(\gamma-1)} & 0 \\ -c & 0 & c_0 \\ 0 & -\dfrac{1}{J_1} & -\dfrac{\gamma}{a_0 a_т T_\mu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{\omega}_2 \\ \widehat{M}_у \\ \widehat{\omega}_1 \end{bmatrix} + \\
&+ k^2_{д.\,с} \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} (\omega_1 - \widehat{\omega}_1) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix} u(t) + k_{д.\,с} h \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \operatorname{sgn}(\omega_1 - \widehat{\omega}_1); \\
&u(t) = -b_3 (k_1 \widehat{\omega}_2 + k_2 \widehat{M}_у + k_3 \widehat{\omega}_1) + \mu(t) + g(t); \\
&\dot{\mu}(t) = -\tau_\mu + \frac{d_3}{b_3} k_{д.\,с} h \operatorname{sgn}(\omega_1 - \widehat{\omega}_1); \\
&b_3 = \gamma / (a_с a_т T_\mu k_{д.\,с}).
\end{aligned}\right\} \quad (7.42)$$

На рис. 7.3 изображена соответствующая (7.42) детализированная структурная схема адаптивно-модального регулятора для упругого двухмассового электромеханического объекта (7.32) с подчиненным регулированием (7.33), (7.34).

Эффективность применения АРУО в следящем электроприводе координатно-расточного станка показана ранее на рис. 7.2. В настоящее время начато серийное производство электроприводов для роботов с подобной адаптивной приставкой типа АРУО, разработанной ЛЭТИ совместно с УкрНИИСИП.

7.6. Адаптивное микропроцессорное управление электроприводом

В связи с широким развитием микропроцессорной (МП) техники в ЛЭТИ [14, 17] были рассмотрены возможности перевода приведенных выше адаптивно-модальных алгоритмов управления в дискретную (цифровую) форму. Основой алгоритма является синте-

Таблица 7.3

Система регулирования скорости	$\varepsilon_м$ при N, равном				$I^2_{ср}$ при N, равном			
	2	3	5	10	2	3	5	10
Без адаптивного регулятора	0,44	0,47	0,57	0,65	6,65	9,09	23,2	50,7
С адаптивным регулятором	0,08	0,10	0,21	0,40	4,10	8,10	3,10	7,10

зированная методом гиперустойчивости В. М. Попова структура сигнальной самонастройки со стационарным динамическим наблюдателем, которая впервые была использована в цифровой автоматической системе. Основные ограничения при переходе к дискретным алгоритмам: ограниченность разрядной сетки микроЭВМ делает необходимой замену знаковой функции адаптивного алгоритма функцией насыщения с большим коэффициентом усиления в линейной части; использование «идеальных» адаптивных алгоритмов, в которых используется ошибка, определенная для момента времени $k + 1$, в то время, как при практической реализации используется ошибка (или ее интерполяция) в момент времени k.

Указанные ограничения приводят к некоторому снижению эффективности действия адаптивных алгоритмов в цифровом виде по сравнению с их аналоговыми прототипами. Однако в целом цифровой адаптивный регулятор продемонстрировал хорошую работоспособность и высокие показатели сигнального контура самонастройки. В табл. 7.3 приводятся данные максимальных ошибок $\varepsilon_м$ и средних квадратических интегральных ошибок $I^2_{ср}$ в системе регулирования скорости при изменении момента инерции в 2—10 раз (без адаптивного регулятора и с адаптивным регулятором). Отношение приведенного момента инерции к номинальному обозначено в табл. 7.3 буквой N.

При использовании адаптивных структур в системах электропривода возможно построение как сигнальных, так и параметрических алгоритмов адаптации. Однако применение сигнальной самонастройки нередко приводит к требованию быстродействия вычислителя, которое превышает быстродействие серийных микропроцессоров, использование которых для построения МП-систем электропривода экономически оправдано.

В настоящее время реализация цифрового вычислительного устройства (ЦВУ) осуществляется на различных МП-наборах, среди которых наиболее распространенными являются К1801, К1802, К1804 и К1810. Перспективно также использование однокристальных микроЭВМ (ОЭВМ) серии К1816, а также цифровых процессоров обработки сигнала типа К1813 и транспьютеров Т212—Т800.

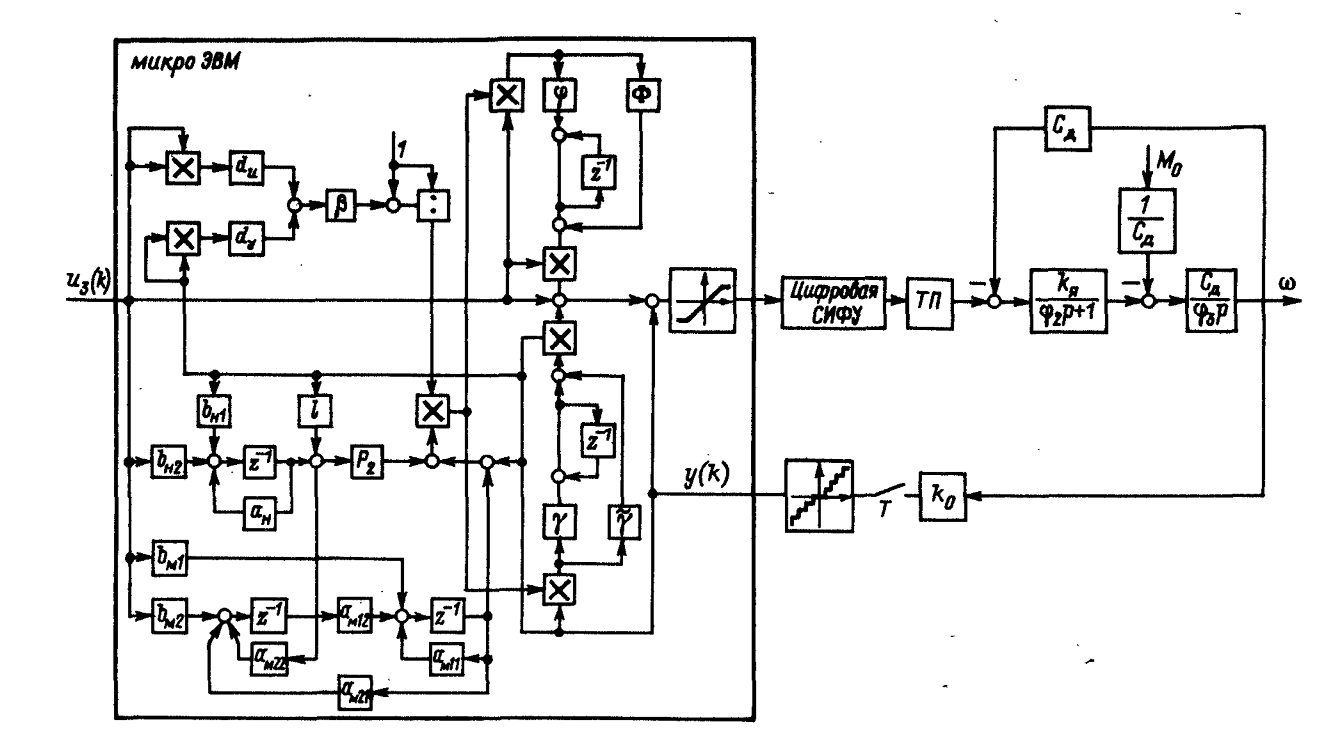


Рис. 7.4. Адаптивно-цифровое управление двигателем постоянного тока от микроЭВМ

	Кратность изменения параметра	
	5	10
Без адаптивного регулятора	$\frac{\omega}{\omega_з}$; 0; 0,5; 1,0; 1,5; 0,3; 0,6; 0,9; t, c	$\frac{\omega}{\omega_з}$; 0; 0,5; 1,0; 1,5; 0,3; 0,6; 0,9; 1,2; t, c
С адаптивным регулятором	$\frac{\omega}{\omega_з}$; 0; 0,5; 1,0; 1,5; 0,15; 0,30; 0,45; 0,60; 0,75; 0,90; 1,05; t, c	$\frac{\omega}{\omega_з}$; 0; 0,5; 1,0; 1,5; 0,15; 0,30; 0,45; 0,60; 0,75; 0,90; 1,05; t, c
Параметры регулятора	0,01; 0; −0,01; −0,02; −0,03; 0,15; 0,30; 0,45; 0,60; 0,75; 0,90; 1,05; t, c; 1 — $R^I_{ос}$; 2 — $R^p_{ос}$; 3 — $R^I_п$; 4 — $R^p_п$	0,01; 0; −0,01; −0,02; −0,03; 0,15; 0,30; 0,45; 0,60; 0,75; 0,90; 1,05; t, c; 1 — $R^I_{ос}$; 2 — $R^p_{ос}$; 3 — $R^I_п$; 4 — $R^p_п$

Рис. 7.5. Переходные процессы в цифровой ЭМС: 1 — $R^I_{о.с}$; 2 — $R^р_{о.с}$; 3 — $R^I_п$; 4 — $R^р_п$

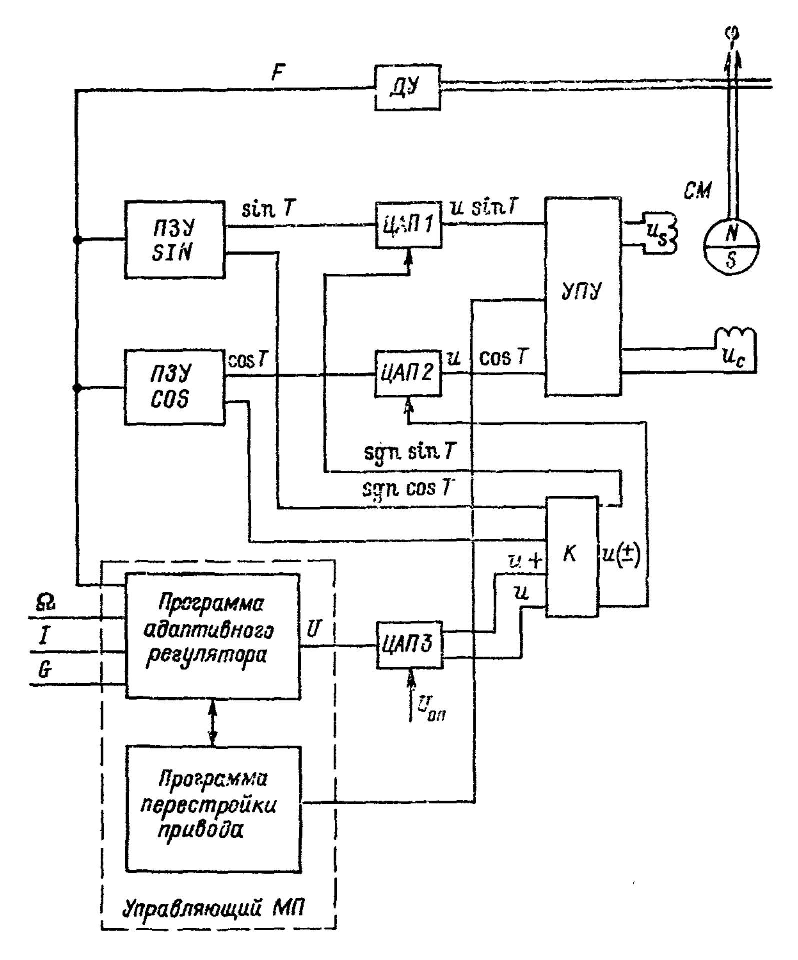


Рис. 7.6. Адаптивное микропроцессорное управление двухфазным вентильным двигателем

Программная реализация алгоритмов управления в ЦВУ микропроцессорных систем электропривода делает возможным использование более сложных и эффективных законов управления, к которым, в первую очередь, можно отнести алгоритмы модального, оптимального и адаптивного управлений.

В качестве примера на рис. 7.4 представлена структура МП-системы регулирования частоты вращения с прямым цифровым управлением, где реализован адаптивный закон параметрического управления.

Результаты исследования системы с параметрической самонастройкой показаны на рис. 7.5.

Возможность качественно улучшить основные технические характеристики электроприводов появляется при использовании тихоходных безредукторных приводов с БМДПТ. Особенностью безредукторных приводов является высокая колебательность при больших рассогласованиях и существенная нестационарность момента инерции из-за небаланса. Достижению высоких качественных показателей бесконтактного моментного привода (БМП) с одновременной оптимизацией его технико-экономических характеристик может способствовать использование МП-управления для обеспечения адаптивных свойств не только по отношению к возмущающим факторам, но также для структурной и параметрической настройки привода, благодаря возможности использования различных схем управления и включения его элементов. При этом структурная и параметрическая перестройка привода может выполняться в процессе работы оборудования с помощью управляющего МП.

Одна из возможных структур МП-системы управления БМП изображена на рис. 7.6. Особенностью системы является наличие трех контуров: внутреннего контура согласования по положению ротора синхронной машины (СМ), контура управления по регулируемой координате (положение, скорость) и контура управления схемой включения обмоток статора СМ. Такая организация управления приводом позволяет максимально использовать его потенциально высокие возможности как в результате самонастройки (параметрической или сигнальной), так и благодаря структурной адаптации. При этом применение управляющих МП в сочетании с элементами цифровой вычислительной техники позволяет значительно упростить усилительно-преобразовательное устройство (УПУ) БМП.

7.7. Взаимосвязанные системы с адаптивным управлением иа двух уровнях

К настоящему времени наиболее глубоко проработана централизованная структура взаимосвязанного управления для ЭМС. Интенсивно разрабатываются процедуры построения децентрализованного управления на основе декомпозиции сложной системы на подсистемы [70, 94, 100, 103]. Наиболее удачные практические результаты при разработке децентрализованного управления получены для систем со слабыми связями, когда для удовлетворительной работы системы достаточно только локального управления (по «своим» для каждой подсистемы переменным) без учета взаимосвязей подсистем, или с учетом взаимосвязей как возмущений, но без попытки их компенсации [100]. При достаточно сильных взаимосвязях для децентрализованной структуры может возникнуть необходимость в слишком больших коэффициентах усиления с целью обеспечения качественного функционирования всей системы [94], хотя в последнее время получает новое развитие подход,

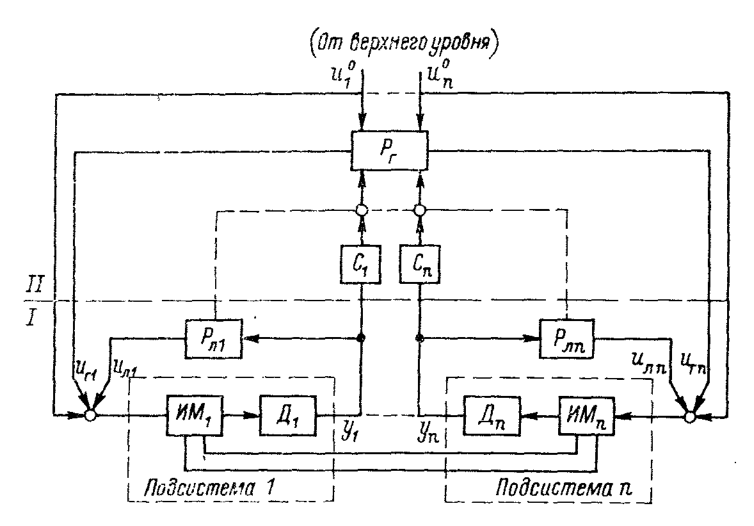


Рис. 7.7. Двухуровневая структура испытательного управления с адаптивными свойствами

основанный на обеспечении автономности подсистем в рамках децентрализованной структуры [70].

Менее распространена двухуровневая структура исполнительного управления вследствие нерешенности некоторых прикладных вопросов, связанных с распределением функций по подуровням и обеспечением устойчивости двухуровневой системы [31, 34]. Один из возможных вариантов двухуровневой структуры изображен на рис. 7.7, где приняты следующие обозначения: P — регулятор; $ИМ_1$ . . . $ИМ_n$ — исполнительные механизмы; $Д_1$, . . . , $Д_n$ — датчики; y_1, . . . , y_n — сигналы с датчиков исполнительных механизмов; U_1^0, . . . , U_n^0 и $U_{г1}$, . . . , $U_{гn}$, $U_{л1}$, . . . , $U_{лn}$ — соответственно программные и исполнительные управления. Здесь блоки C_1, . . . , C_n реализуют отбор информации, поступающей с датчиков, для регулятора второго подуровня; индекс «л» означает «локальный», а «г» — «глобальный». Управление такой структурой может строиться из расчета компенсации всех взаимосвязей подсистем либо только дестабилизирующих с использованием положительного эффекта остальных взаимосвязей. Двухуровневое управление, с одной стороны, проще и надежнее, чем централизованное, а с другой стороны, позволяет достичь более высокого качества функционирования сложной системы, чем децентрализованное [101, 103]. Многие прикладные вопросы построения и эксплуатации двухуровневых систем управления могут быть решены, используя адаптацию.

Ниже рассмотрен реализуемый на практике вариант двухуровневого адаптивного управления сложной системой с компенсацией

влияния взаимосвязей подсистем. Распределение функций управления по подуровням принято следующее: на нижнем — стабилизация собственной динамики подсистем с учетом возмущения из-за влияния взаимосвязей с частичной компенсацией этого влияния, а также решение задачи идентификации (если требуется), на верхнем — компенсация влияния взаимосвязей подсистем. Управление обоих подуровней не должно реагировать на параметрические возмущения и погрешности аппаратурной реализации. На нижнем подуровне отдано предпочтение структуре с модальным управлением, настраиваемой моделью и сигнальным типом адаптации, на верхнем — структуре с основным контуром, построенным на основе теории инвариантности, эталонной моделью и параметрическим типом адаптации [1].

Управляющий сигнал U_i i-й подсистемы формируется, как это принято в работе [34], в виде сумм сигналов нижнего (локального $U_{лi}$) и верхнего (глобального $U_{гi}$) подуровней исполнительного управления $U_i = U_{лi} + U_{гi}$. При этом, естественно, полнота учета динамических свойств системы в моделях для нижнего и верхнего подуровней различна.

Для синтеза локального управления используется математическая модель системы в декомпозированном виде с выделенной линейной стационарной частью:

$$\dot{x}_i = A_{0i}x_i + b_{0i}U_i + \sigma_i(x, u, t);$$
$$y_i = C_i x_i \qquad (i = \overline{1, n}), \tag{7.43}$$

где $\sigma_i(x, u, t)$ — n_i-мерный вектор невязки, учитывающий нестабильность собственной динамики i-й подсистемы, воздействие со стороны других подсистем и внешние возмущения; $A_{0i} \in R^{n_i \times n_i}$; $b_{0i} \in R^{n_i}$; $C_i \in R^{m_i \times n_i}$; n_i — число подсистем.

Задача идентификации переменных x_i решается с помощью локальных настраиваемых моделей

$$\dot{\hat{x}}_i = A_{0i}\hat{x}_i + b_{0i}U_i + G_i(y_i - C_i\hat{x}_i) + z_i \quad (i = \overline{1, n}), \tag{7.44}$$

в которых сигнал настройки z_i формируется по алгоритму, содержащему только известные переменные [19]

$$z_i = h_i P_i^{-1} C_i^{\text{т}} \operatorname{sgn} C_i (x_i - \hat{x}_i), \tag{7.45}$$

где

$$P_i \in R^{n_i \times n_i}; \qquad P_i = P_i^{\text{т}} > 0; \qquad h_i \in R^1, \qquad h_i > 0.$$

При выполнении условий управляемости и наблюдаемости возмущений A_{0i}, b_{0i}, C_i, а также определенных условий структурной

---

[1] Материал настоящего параграфа разработан совместно с канд. техн. наук С. В. Гавриловым.

согласованности [см. условие (7.29)] алгоритм (7.45) обеспечивает асимптотическую устойчивость взаимосвязанной системы (7.43) — (7.45) по ошибке идентификации $x_i - \hat{x}_i$. В этом случае при выборе параметров h_i с учетом влияния взаимосвязей подсистем существует такое осреднение $\tilde{z}_i$ сигнала настройки z_i, что выполняется соотношение

$$\lim_{t\to\infty} \tilde{z}_i = \sigma_i(x,\ u,\ t). \qquad (7.46)$$

Но, поскольку в реальных системах точное получение сигнала $\tilde{z}_i$ невозможно, более того, при сильных взаимосвязях стремление к выполнению равенства (7.46) приводит к чрезмерно большим коэффициентам усиления h_i, можно использовать в адаптивно-модальном законе локального управления

$$U_{\text{л}i} = -k_i\hat{x}_i + b_{0i}^{+}\mu_i; \qquad \left(b_{0i}^{+} = \left(b_{0i}^{\text{т}} b_{0i}\right)^{-1} b_{0i}^{\text{т}}\right) \qquad (7.47)$$

сигнал μ_i, отличающийся от $\tilde{z}_i$ $\left[|\tilde{z}_i - \mu_i| \leqslant C_{zi} = \text{const}\,(>0)\right]$.

Взаимосвязанная система (7.43) с локальным управлением (7.44), (7.45), (7.47) при выполнении некоторых дополнительных условий согласованности экспоненциально диссипативна по ошибке управления e_i $(i = \overline{1,\ n})$ с оценкой предельного множества

$$\|e_i\|_\infty \leqslant \frac{\sqrt{2}\ \Lambda_{pi}\|\tilde{P}_i\| C_{zi}}{\lambda_{pi}\lambda_{Qi}}\ , \qquad (7.48)$$

где $e_i = x_i - x_{\text{э}i}$; $x_{\text{э}i}$ — характеризует желаемую работу системы; $\tilde{P}_i \in R^{n_i \times n_i}$, $\tilde{P}_i = \tilde{P}_i^{\text{т}}\ (>0)$; λ_{pi}, Λ_{pi} — минимальное и максимальное собственные числа матрицы $\tilde{P}_i$; λ_{Qi} — минимальное собственное число матрицы Q_i $(Q_i = Q_i^{\text{т}} > 0)$ из уравнения Ляпунова $(A_{0i} - G_iC_i)^{\text{т}}\tilde{P}_i + \tilde{P}_i\,(A_{0i} - G_iC_i) = -Q$. Сигнал μ_i в реальных системах можно получить из сигнала настройки z_i с помощью апериодического фильтра с малой постоянной времени.

Для синтеза глобального управления используется математическая модель системы пониженного по сравнению с (7.43) порядка

$$\dot{x}_i = A_{0ii}x_i + B_{0ii}u_i + \sum_{j=1;\ j\neq i}^{n} [A_{0ij}x_j + b_{0ij}u_j] + f_i(t) \qquad (i = \overline{1,\ n}), \qquad (7.49)$$

где A_{0ij}, B_{0ij} — постоянные, но неизвестные матрицы, допускающие значительные вариации элементов; $f_i(t)$ — ограниченное по амплитуде возмущение.

Закон глобального управления

$$u_{\text{г}i} = \sum_{j=1,\ j\neq i}^{n} \left[k_{Aij}x_j + k_{bij}u_j^0\right] \qquad (i = \overline{1,\ n}) \qquad (7.50)$$

с настраиваемыми параметрами $k_{\text{д}ij}$ и $k_{\text{в}ij}$ при выполнении условий параметрической инвариантности:

$$\sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} \left[A_{0ij} + \sum_{l=1}^{n} b_{0li} k_{Alj} \right] = 0;$$

$$\sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} \left[b_{0ij} + \sum_{l=1}^{n} b_{0li} k_{blj} \right] = 0$$

дает принципиальную возможность добиться полной автономности подсистем. Программное задание u_j^0 в законе (7.50) вырабатывается на высших уровнях управления.

Алгоритм адаптации включает в себя эталонную модель системы в явном виде

$$\dot{x}_{\text{м}i} = A_{\text{м}i} x_{\text{м}i} + b_{\text{м}i} u_i^0 \qquad \left(i = \overline{1,\ n}\right) \tag{7.51}$$

и уравнения настройки параметров, содержащие пропорциональную и интегральную составляющие и параметрическую обратную связь [19]:

$$\dot{k}_{Aij} = -b_{\text{м}i}^{\text{т}} P_i e_i x_j^{\text{т}} \Gamma_{aij}^{\text{и}} - b_{\text{м}i}^{\text{т}} P_i \frac{d}{dt}\left(e_i x_j^{\text{т}}\right) \Gamma_{aij}^{\text{п}} - \Gamma_{aij} k_{aij}; \tag{7.52}$$

$$\dot{k}_{bij} = -\gamma_{bij}^{\text{и}} b_{\text{м}i}^{\text{т}} P_i e_i u_j^0 - \gamma_{bij}^{\text{п}} b_{\text{м}i}^{\text{т}} P_i \frac{d}{dt}\left(e_i u_j^0\right) - \gamma_{bij} k_{bij},$$

где $e_i = x_i - x_{\text{м}i}$ — вектор ошибки управления; $\Gamma_{aij}^{\text{и}}$, $\Gamma_{aij}^{\text{п}}$, Γ_{aij} — диагональные положительно определенные матрицы; $\gamma_{bij}^{\text{и}}$, $\gamma_{bij}^{\text{п}}$, γ_{bij} — положительные числа; P_i — матрица из уравнения Ляпунова $A_{\text{м}i}^{\text{т}} P_i + P_i A_{\text{м}i} = -Q_i$.

Введение в алгоритм (7.52) обратных связей по настраиваемым параметрам k_{Aij}, k_{bij} огрубляет настройки и лишает их памяти, вследствие чего верхний подуровень исполнительного управления получает два полезных свойства: возможность эффективной работы в условиях возмущений и автоматическое отключение настроек в режимах функционирования системы, не возбуждающих взаимосвязи подсистем.

Введение в уравнения (7.52) пропорциональных составляющих позволяет ускорить сходимость системы (7.49) к эталонной модели (7.51) и сжать предельную область сходимости в результате выбора параметров $\Gamma_{aij}^{\text{п}}$, $\gamma_{bij}^{\text{п}}$.

Отметим, что подход к синтезу глобального управления на основе принципа декомпозиции дает возможность выборочно компенсировать влияние наиболее сильных взаимосвязей подсистем.

Как глобальное, так и локальное управление обеспечивают стремление системы к задаваемому (явно — для глобального и не-

явно — для локального) эталону, что приводит к перекрытию функций управления обоих подуровней и тем самым дает возможность достичь высокого качества работы всей системы.

Как показала опытно-промышленная эксплуатация роботов-манипуляторов и информационно-управляющих испытательных комплексов, предлагаемое адаптивное двухуровневое управление обеспечивает реализуемыми на практике средствами эффективную отработку исполнительной системой задаваемых на высшем уровне (программных) режимов. Адаптация, введенная на обоих подуровнях исполнительного управления, позволяет не только поддерживать удовлетворительное качество работы системы в условиях неполной и неточной определенности параметров и условий функционирования, но и значительно упрощает эксплуатацию системы, снимая проблемы, связанные с перенастройкой регуляторов вследствие изменения режимов и условий работы.

В заключение этой главы отметим, что в ЛЭТИ создана прикладная теория адаптивных электромеханических систем широкого назначения, в том числе для гибких производственных модулей в машиностроении, информационно-управляющих комплексов и АСУТП различных отраслей промышленности. Разработаны и, как показал обзор работ [92, 101, 104 и др.], впервые внедрены в серийное производство адаптивные электроприводы для станков с ЧПУ, гибких производственных модулей и робототехнических систем в различных регионах страны. В восьмидесятые годы разработаны и внедрены быстродействующие взаимосвязанные электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением для испытательных комплексов механических трансмиссий и других информационно-управляющих испытательных комплексов. Адаптивные регуляторы созданы и успешно функционируют более пяти лет на быстродействующем мелкосортно-проволочном стане.

Разработанные в ЛЭТИ самонастраивающиеся системы не только удовлетворяют требованиям международных стандартов, но и обеспечивают «строгое» выполнение исполнительным уровнем всех заданий системы высшего уровня в условиях существенной нестабильности параметров, наличия механических резонансов и случайных изменений нагрузки. Они не требуют трудоемкой наладки автоматических систем, как на стадии ввода в строй производственных комплексов, так и в процессе их эксплуатации или ремонта, не загружают центральную ЭВМ информацией о своих «внутренних конфликтах и трудностях».

Как показали первые результаты серийного внедрения в различные отрасли промышленности, электроприводы, включая следящие системы и системы позиционирования, после доукомплектования типовых регуляторов приставками, обладающими свойствами оптимизации, идентификации и адаптации САУ, обеспечивают заметное (на 5—20 %) увеличение производительности установок и качества выпускаемой ими продукции, подавляют упругие ре-

зонансы, увеличивают надежность работы динамических систем, облегчают комплектацию электрооборудования при незначительных экономических затратах.

ГЛАВА ВОСЬМАЯ

АДАПТИВНО-МОДАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМАХ С БЕСКОНТАКТНЫМИ МОМЕНТНЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

8.1. Структура и математическое описание бесконтактного моментного привода

Бесконтактный электропривод получает все большее распространение в промышленности, например в станках с ЧПУ и роботах. Особенно перспективными в настоящее время считаются бесконтактные двигатели постоянного тока, называемые также вентильными, с возбуждением от постоянных магнитов. Они отличаются разнообразием конструкций и схем построения, а также широким диапазоном значений частоты вращения, мощности и вращающего момента.

В частности, расширяется применение бесконтактных моментных двигателей постоянного тока (БМДПТ), построенных на основе синхронных двух- и трехфазных электродвигателей серии ДБМ плоской встраиваемой конструкции мощностью до 1 кВт с ротором, на котором установлены постоянные магниты из редкоземельных сплавов [8]. Термин «моментный» указывает на то, что двигатели спроектированы из расчета получения максимума вращающего момента в данном габарите при работе на низких скоростях вращения. Перспективность бесконтактного моментного привода (БМП) определяется высокой перегрузочной способностью двигателей ДБМ и возможностью их интенсивной эксплуатации, большим сроком службы (20 000--50 000 ч), допустимостью длительной работы на низких скоростях и в заторможенном состоянии, многофункциональностью (возможностью работы в режимах синхронного, шагового и вентильного двигателей с непрерывным и дискретным управлением) и другими привлекательными качествами [9].

На рис. 8.1 показана получившая наибольшее распространение схема *БМП* с непрерывной коммутацией токов статора синхронной машины в функции углового положения ротора для работы привода в режиме вентильного двигателя. Привод состоит из трех основных частей: двухфазной синхронной машины *СМ* (на схеме для простоты она представлена как двухполюсная), датчика положения ротора *ДПР*, например синусно-косинусного вращающегося

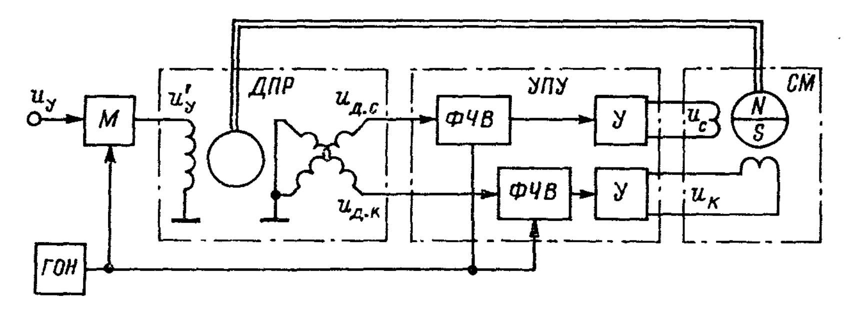


Рис. 8.1. Функциональная схема бесконтактного моментного привода

трансформатора (*СКВТ*), работающего в амплитудном режиме, и двухканального усилительно-преобразовательного устройства *УПУ*, содержащего два фазочувствительных выпрямителя *ФЧВ* и два усилителя мощности *У*. Как статорные обмотки *СМ*, так и квадратурные обмотки *ДПР* сдвинуты относительно друг друга на 90 эл. град. В качестве *ДПР* в *БМП* обычно применяется бесконтактный *СКВТ* — редуктосин серии ВТ с тем же, что и в *СМ*, числом пар полюсов.

Управляющее напряжение постоянного тока $u_у$ модулятором *М* преобразуется в напряжение $u'_у$ с частотой 0,4—10 кГц (опорное напряжение для модулятора и обоих *ФЧВ* вырабатывается генератором опорного напряжения *ГОН*). Последнее поступает на первичную обмотку (возбуждения) *ДПР*. Напряжения $u_{д.с}$ и $u_{д.к}$, снимаемые с вторичных, синусной и косинусной, обмоток *ДПР*, в *УПУ* освобождаются от несущей частоты и усиливаются, после чего подаются на соответствующие фазы статорной обмотки *СМ* в виде напряжений $u_с$ и $u_к$. Поскольку эти напряжения являются гармоническими функциями угла поворота ротора *ДПР*, то пространственная ориентация вектора МДС статора *СМ* полностью определяется угловым положением ротора *ДПР*. В *БМДПТ* ротор *ДПР* жестко связан с ротором *СМ* (см. рис. 8.1) и развернут по отношению к нему так, чтобы угол между векторами МДС статора и ротора *СМ* составлял 90 эл. град. Тем самым обеспечивается максимум значения электромагнитного момента и его независимость от угла поворота двигателя. Благодаря наличию указанной внутренней механической обратной связи двигатель утрачивает исходные свойства синхронной машины и по своим динамическим и статическим характеристикам становится подобным двигателю постоянного тока, являясь, по существу, обращенным вариантом последнего.

Вопросы математического описания бесконтактного электропривода в литературе рассматриваются почти исключительно в применении к задачам расчета параметров и статических характери-

стик БМДПТ [1, 87]. В то же время до сих пор почти не уделялось внимания построению математической модели бесконтактного двигателя, пригодной для исследования динамики и синтеза систем управления с БМП.

Различают два типа математических моделей БМП:

а) математическая модель, построенная в неподвижной (естественной) системе координат, связанной с осями a и b фаз статорной обмотки синхронной машины (см., например, работу [35]);

б) математическая модель во вращающейся системе координатных осей d и q, связанной с ротором синхронной машины [87, 33].

Модель в естественной системе координат наиболее полно и точно характеризует специфику «электронного» двигателя, она наглядна, содержит реальные физические величины и пригодна для исследования процессов, происходящих в приводе, и анализа его характеристик. Но такая модель обладает и серьезным недостатком: она довольно громоздка и содержит параметры, являющиеся нелинейными функциями угла поворота ротора; это затрудняет, а чаще делает вообще невозможным восстановление недоступных непосредственному измерению переменных состояния электромеханических систем с БМП.

Математическая модель во вращающейся системе координат удобна тем, что ее параметры постоянны, а сама она имеет много общего с моделью обычного коллекторного двигателя постоянного тока. Это открывает возможность построения различных наблюдателей, необходимых для реализации эффективных законов управления в следящих системах с бесконтактным приводом. Правда, такая модель содержит несколько фиктивных (абстрактных) переменных, что в отдельных случаях может вносить некоторые особенности в структуру синтезируемых наблюдателей.

В дальнейшем нами будет использоваться именно второй тип математической модели БМП. Основой для ее построения служат известные уравнения бесконтактного двигателя [1, 87]. При этом оставляем в силе и соответствующие допущения. В частности, магнитная цепь машины считается ненасыщенной, магнитный поток постоянных магнитов — постоянным, поле статора — круговым, реакция якоря и остаточный электромагнитный момент не учитываются. В отличие от указанных работ математическая модель БМП представляется здесь в структурной форме; кроме того, в ней выполнен учет запаздывания, вносимого УПУ.

Мгновенные значения напряжения, подаваемого на обмотку возбуждения ДПР, и напряжений, снимаемых с его вторичных обмоток, определяются выражениями $u'_у = u_у \sin \Omega_н t$, $u_{д.с} = k_д u'_у \sin \alpha$, $u_{д.к} = k_д u'_у \cos \alpha$, где $u_у$ — напряжение, которым управляется двигатель; $\Omega_н$ — несущая частота; $k_д$ — коэффициент трансформации ДПР; $\alpha = p_п \varphi$ — электрический угол, φ — механический угол поворота ДПР или СМ, отсчитываемый от од-

ной из неподвижных осей, связанных со статором машины; $p_п$ — число пар полюсов СМ и ДПР.

Считая, что УПУ, инерционность которого обусловлена в основном наличием фильтров в ФЧВ, можно приближенно описать по каждому каналу динамическим звеном первого порядка с постоянной времени $T_у$ и коэффициентом передачи $k_у$, получим следующие уравнения для фазных напряжений СМ:

$$T_у \dot{u}_с + u_с = k u_у \sin\alpha; \tag{8.1}$$

$$T_у \dot{u}_к + u_к = k u_у \cos\alpha, \tag{8.2}$$

в которых принято $k = k_д k_у$.

Для суммарных проекций фазных напряжений на продольную d и поперечную q оси ротора справедливо:

$$u_d = u_к \sin\alpha - u_с \cos\alpha; \tag{8.3}$$

$$u_q = u_к \cos\alpha + u_с \sin\alpha. \tag{8.4}$$

Чтобы получить дифференциальные уравнения относительно переменных u_d и u_q, продифференцируем выражения (8.3) и (8.4) с учетом соотношений $\dot{\alpha} = \Omega = p_п\omega$, где Ω и $\omega = \dot{\varphi}$ — соответственно электрическая и механическая угловые скорости ротора. Тогда получим

$$\dot{u}_d = \dot{u}_к \sin\alpha - \dot{u}_с \cos\alpha + \Omega u_q; \tag{8.5}$$

$$\dot{u}_q = \dot{u}_к \cos\alpha + \dot{u}_с \sin\alpha - \Omega u_d. \tag{8.6}$$

Далее просуммируем уравнения (8.1) и (8.2), предварительно умножив их соответственно на $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$:

$$T_у(\dot{u}_с \sin\alpha + \dot{u}_к \cos\alpha) + u_q = k u_у. \tag{8.7}$$

Наоборот, вычитая уравнение (8.2), умноженное на $\cos\alpha$, из уравнения (8.1), умноженного на $\sin\alpha$, получаем

$$T_у(\dot{u}_с \cos\alpha - \dot{u}_к \sin\alpha) - u_d = 0. \tag{8.8}$$

Тогда из (8.5) — (8.8) окончательно следуют искомые дифференциальные уравнения:

$$T_у \dot{u}_d + u_d = \Omega T_у u_q; \tag{8.9}$$

$$T_у \dot{u}_q + u_q = k u_у - \Omega T_у u_d. \tag{8.10}$$

Отсюда также следует, что при $T_у = 0$ справедливы соотношения $u_d = 0$, $u_q = k u_у$.

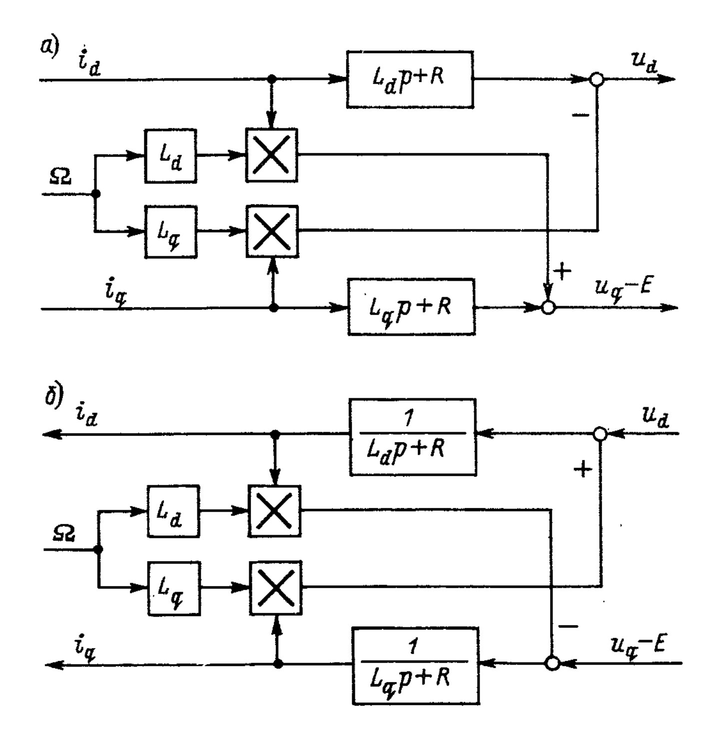


Рис. 8.2. Преобразование фрагмента структурной схемы синхронной машины методом инверсии

Связь между токами i_d, i_q и напряжениями u_d, u_q синхронной машины дается уравнениями

$$L_d i_d + R i_d - L_q \Omega i_q = u_d; \tag{8.11}$$

$$L_q i_q + R i_q + L_d \Omega i_d = u_q - E, \tag{8.12}$$

где

$$E = \psi \Omega \tag{8.13}$$

— противо-ЭДС (ЭДС вращения) двигателя; L_d и L_q — собственные индуктивности обмотки статора по осям d и q, равные соответственно максимальному и минимальному (по углу поворота ротора) значениям индуктивности одной фазы обмотки; R — активное сопротивление фазы; ψ — потокосцепление фазы от потока постоянных магнитов.

Электромагнитный момент определяется выражением

$$M_{д} = p_{п} \psi i_q - p_{п} (L_d - L_q) i_d i_q, \tag{8.14}$$

а уравнение механического движения имеет вид

$$M_{д} - M_{с} = J \dot{\omega}, \tag{8.15}$$

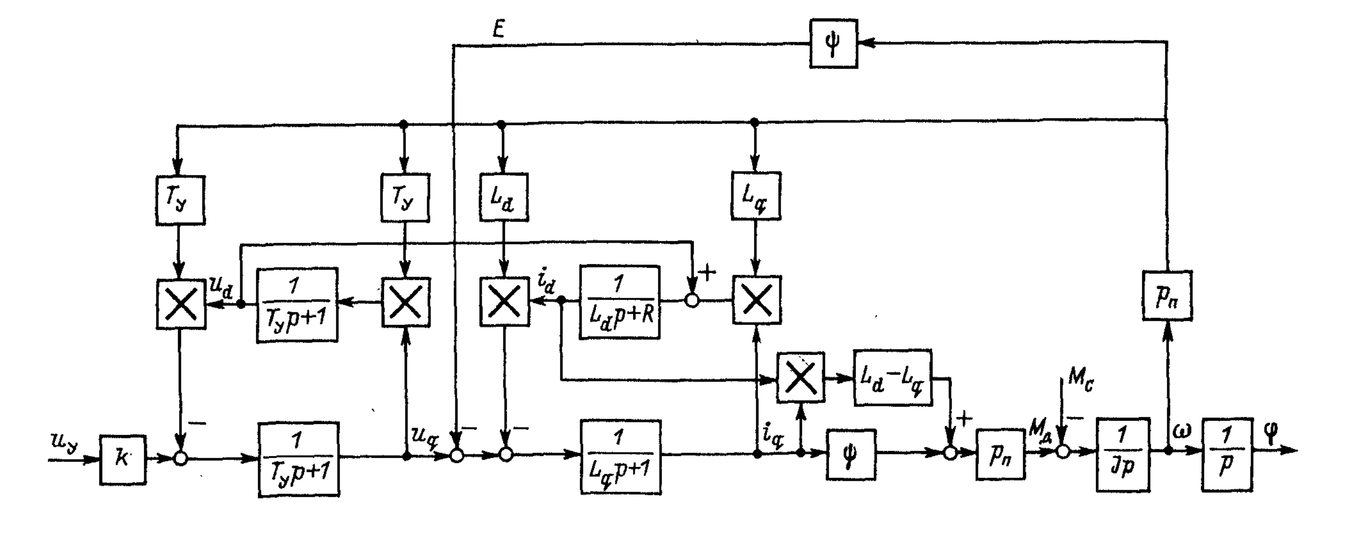


Рис. 8.3. Структурная схема БМП во вращающейся системе координат

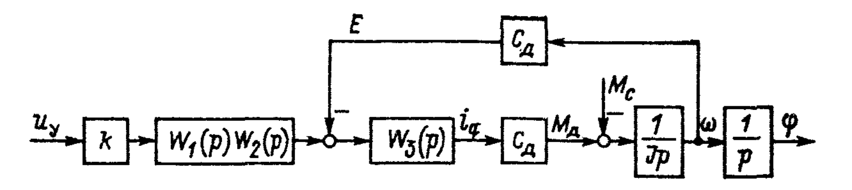


Рис. 8.4. Линеаризованная математическая модель БМП

где M_c и J — момент сопротивления и момент инерции двигателя соответственно.

Изобразим уравнения (8.11), (8.12) в виде структурной схемы (рис. 8.2, *а*), обозначив $p = d/dt$. Обычно для целей исследования эти уравнения решают относительно токов [87]. Однако для построения математической модели такой путь слишком громоздок. Наиболее простым и экономным решением в этом случае является использование структурно-топологического метода инверсии (см. работу [15] и гл. 1 настоящей книги). Использовав инверсию пути между переменными i_d и u_d, а также пути от i_q к u_q —E, приходим к схеме, изображенной на рис. 8.2, *б*.

Полная структурная схема БМП, соответствующая уравнениям (8.9) — (8.15) (с учетом описанного выше преобразования), показана на рис. 8.3. Она пригодна для анализа динамики привода, а после выполнения линеаризации — для синтеза устройств восстановления переменных состояния. Из нее также легко получаются приведенное в работе [8] уравнение механической характеристики БМП и другие расчетные соотношения.

Рассмотрим возможности упрощения данной модели. Известно, что в синхронных машинах малой мощности с возбуждением от постоянных магнитов, имеющих четыре и более полюсов, с достаточной для практики точностью можно принять $L_d = L_q$. Обозначив $L_d = L_q = L$ и $\psi p_п = C_д$, проведем линеаризацию математической модели в рабочей точке, соответствующей текущей электрической скорости Ω. После простых преобразований приходим к структурной схеме, изображенной на рис. 8.4, на которой обозначены:

$$W_1(p) = \frac{T_у p + 1}{(T_у p + 1)^2 + (T_у \Omega)^2};$$

$$W_2(p) = 1 - \frac{T_у T_ф \Omega^2}{(T_у p + 1)(T_ф p + 1)};$$

$$W_3(p) = \frac{R^{-1}(T_ф p + 1)}{(T_ф p + 1)^2 + (T_ф \Omega)^2},$$

где $T_ф = L/R$ — электромагнитная постоянная времени фазы обмотки статора.

Для маломощных бесконтактных двигателей обычно $(T_ф \Omega)^2 \ll 1$ [87]. Для двухфазных двигателей ДБМ с пазовым статором значение $(T_ф \Omega)^2$ для максимальной скорости находится в диапазоне 0,014—0,1 для тихоходных вариантов каждого типоразмера и 0,16—0,4 для более быстроходных; для двигателей с гладким статором этот диапазон составляет 0,008—0,014. Таким образом, для большинства этих двигателей нелинейностью и нестационарностью математической модели, обусловленной индуктивностью якорной обмотки, можно пренебречь. Влияние инерционности УПУ существенно более заметно, однако в тихоходных двигателях с достаточно высокой частотой возбуждения ДПР и особенно при использовании в ФЧВ фильтров высших порядков выполняется условие $(T_у \Omega)^2 \ll 1$ [8].

В силу сказанного при работе БМП на сравнительно невысоких скоростях вращения с достаточной точностью можно полагать

$$W_1(p) = \frac{1}{T_у p + 1}; \qquad W_2(p) = 1; \qquad W_3(p) = \frac{R^{-1}}{T_ф p + 1}. \quad (8.16)$$

При этом математическая модель бесконтактного привода полностью совпадает с известной моделью коллекторного двигателя постоянного тока, питаемого от силового преобразователя с постоянной времени $T_у$. В соответствии со сказанным передаточная функция напряжение — угол поворота для БМП согласно рис. 8.4 имеет вид

$$W(p) = \frac{k_с}{p(T_м p + 1)(T_у p + 1)(T_ф p + 1)},$$

где $k_с = k/C_д$ — коэффициент передачи привода по скорости; $T_м = JR/(C_д)^2$ — электромеханическая постоянная времени.

Для расчета параметров математической модели БМП можно использовать приведенные в работе [8] справочные данные о параметрах двигателей серии ДБМ: $p_п$, R, $T_ф$, J, $n_{х.х}$ (частота вращения холостого хода), $T_{ф.п}$ (пусковой ток фазы), $M_{ст}$ (статический синхронизирующий момент) и других. По ним могут быть найдены $L = T_ф R$, $C_д = M_{ст}/I_{ф.п}$ и $T_м = J\omega_{х.х}/M_{ст}$, где $\omega_{х.х} = \pi n_{х.х}/30$. Поскольку $T_м = JR/(C_д)^2$, то для определения $C_д$ можно также использовать формулу $C_д = (RM_{ст}/\omega_{х.х})^{1/2}$. По значению $k_с$ определяется $k = k_с C_д$. В работе [9] содержатся готовые данные о значениях $T_м$ и $C_д$; там же можно найти рекомендации по расчету $T_у$.

8.2. Особенности управления и получение измерительной информации в автоматических системах с бесконтактным моментным двигателем постоянного тока

Бесконтактный моментный привод как объект управления отличается от традиционного электропривода постоянного тока некоторыми особенностями.

Первая из них, имеющая часто лишь теоретическое значение, относится к математическому описанию БМП во вращающейся системе координат. Как было показано в предыдущем параграфе, это описание, вообще говоря, является нелинейным и более сложным, чем для коллекторной необращенной машины, функциональным аналогом которой выступает БМДПТ, вследствие того, что бесконтактный двигатель представляет собой сложный электромеханотронный преобразователь. Вместе с тем, как уже отмечалось, параметры БМДПТ и скорости, на которых работает привод, часто таковы, что нелинейности математической модели оказываются малосущественными и БМП математически может быть описан аналогично приводу по системе электронный преобразователь — двигатель постоянного тока.

Вторая особенность БМП имеет принципиальное значение для реализации эффективных законов управления в автоматических системах с бесконтактными двигателями и может быть названа измерительной проблемой. Главной ее чертой является недостаток измеряемых переменных, пригодных для построения устройств восстановления состояния электромеханической системы. Это объясняется тем, что физическая переменная, аналогичная току якоря в коллекторной машине постоянного тока, в БМДПТ отсутствует. В бесконтактном двигателе мгновенные значения фазных токов и напряжений являются функциями углового положения ротора, аналогом же «постоянного тока» является абстрактная переменная i_q. Эта особенность не позволяет механически переносить на схемы с БМП принципы управления и схемные решения, разработанные для автоматических систем с двигателями постоянного тока.

Третьей особенностью бесконтактного привода является наличие в составе БМДПТ внутреннего датчика положения, что создает дополнительные возможности для решения измерительной проблемы и создания специфических структур системы управления.

Наконец, еще одна особенность БМП состоит в том, что бесконтактный двигатель может управляться не только как двигатель постоянного тока, но и по законам, учитывающим тот факт, что базой двигателя является синхронная машина. Одна из схем управления такого рода, предусматривающая введение обратной связи по скорости с помощью синхронного тахогенератора, приведена в работе [8].

Рассмотрим способы получения измерительной информации, необходимой для реализации управления в следящих системах с БМП.

Для организации контура положения в прецизионной следящей системе с упругими связями и зазором желательно измерять угловое или линейное перемещение рабочего органа механизма. Поэтому, если кинематическая цепь между двигателем и механизмом или сам механизм содержит нежесткие звенья и (или) зазоры, то

в следящем электроприводе требуется установка датчика положения на валу механизма.

Организация контура положения может быть выполнена с помощью как непрерывных (аналоговых), так и дискретных (цифровых) устройств.

В системах, работающих в неагрессивной среде и не подверженных ударам и вибрациям (например, в станках с ЧПУ), целесообразно использовать фотоэлектрические дискретные датчики. Они имеют высокую разрешающую способность (1—10′ и менее), однако недостаточно надежны. В следящих системах с невысокими требованиями по точности, но работающих в неблагоприятных эксплуатационных условиях, целесообразно использовать потенциометрические пленочные датчики, которые имеют больший срок службы (до 15 000 ч), чем витковые потенциометрические и фотоэлектрические датчики, но обладают недостаточной степенью линейности характеристик и невысокой (0,5—1,5°) точностью.

В следящих системах могут также применяться датчики с обмотками, имеющие непрерывные выходные сигналы, в частности вращающиеся трансформаторы (ВТ). Они обладают большим сроком службы (до 30 000 ч), высокой надежностью и помехоустойчивостью и имеют довольно малую погрешность передачи угла (от 2—5 до 0,3′). Однако амплитуды выходных напряжений ВТ пропорциональны синусу и косинусу угла поворота, и при использовании этих датчиков обычно требуется преобразование выходных сигналов ВТ в цифровой или аналоговый сигнал, пропорциональный угловому положению [78].

В следящих системах с упругими связями может возникнуть необходимость измерения углового положения вала двигателя, если по конструктивным или иным причинам невозможна установка датчика положения на валу механизма или если для реализации требуемого закона управления необходимо измерение углового положения как механизма, так и двигателя. В этих случаях в системе с бесконтактным приводом можно обойтись без установки специального датчика на валу двигателя, так как имеется возможность косвенного измерения его углового положения путем преобразования сигналов, снимаемых с вторичных обмоток уже имеющегося в составе БМП внутреннего датчика — ДПР.

В частности, это оказывается возможным, если привод построен по схеме с ДПР, работающим в фазовом режиме (рис. 8.5). В этой схеме, используемой сравнительно редко, требуется нерегулируемый генератор *Г* двухфазного гармонического напряжения (сигналов $u_{д.к}$ и $u_{д.с}$). Выходные напряжения фазочувствительных выпрямителей $u_{\sin}$ и $u_{\cos}$, как и в схеме на рис. 8.1, пропорциональны синусу и косинусу электрического угла α, однако здесь их амплитуды постоянны, а сигнал управления $u_у$ вводится уже после *ФЧВ* с помощью аналоговых умножителей. Напряжение u_α пропорциональное углу α, получается в данной схеме с помощью

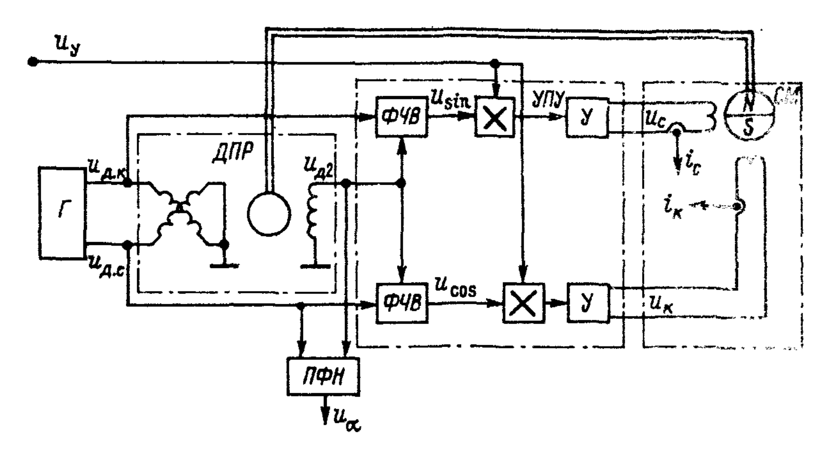


Рис. 8.5. Схема бесконтактного моментного привода с ДПР, работающим в фазовом режиме

преобразователя фазовый сдвиг — напряжение *ПФН*, который может иметь как аналоговое, так и цифровое исполнение [11]. Другой возможностью является функциональное преобразование напряжений $u_{\sin}$ и $u_{\cos}$, которое может быть выполнено как точно, например с помощью нелинейных элементов, воспроизводящих обратные тригонометрические функции, так и приближенно, с помощью дробно-рациональных аппроксиматоров или аппроксиматоров синуса и косинуса [32].

Перейдем теперь к рассмотрению вопросов реализации линейного управления упругим электромеханическим объектом в контуре регулирования скорости. Здесь измерению или восстановлению (оцениванию) подлежат угловые скорости двигателя и механизма, а также упругий момент.

Скорость двигателя может быть измерена тахогенератором любого типа, но в низкоскоростном приводе лучшие результаты дает применение синхронных тахогенераторов и построенных на их основе бесколлекторных тахогенераторов [8, 27]. Серьезными недостатками коллекторных тахогенёраторов являются наличие значительных пульсаций в выходном сигнале, необходимость применения повышающего редуктора при установке в безредукторном приводе, а также то, что их срок службы на порядок меньше, чем у БМДПТ. При использовании синхронного тахогенератора для организации обратной связи по скорости его выходные сигналы $u_{\omega с} = k_{ТГ}\omega \sin\alpha$ и $u_{\omega к} = k_{ТГ}\omega \cos\alpha$ ($k_{ТГ}$ — коэффициент передачи тахогенератора) могут подаваться непосредственно на входы усилителей мощности БМП [8]; тем самым вводится обратная связь по скорости в неподвижной системе координат. Достоинством этого метода является его простота, а недостатком — невозможность реализации в контуре регулирования скорости закона управления,

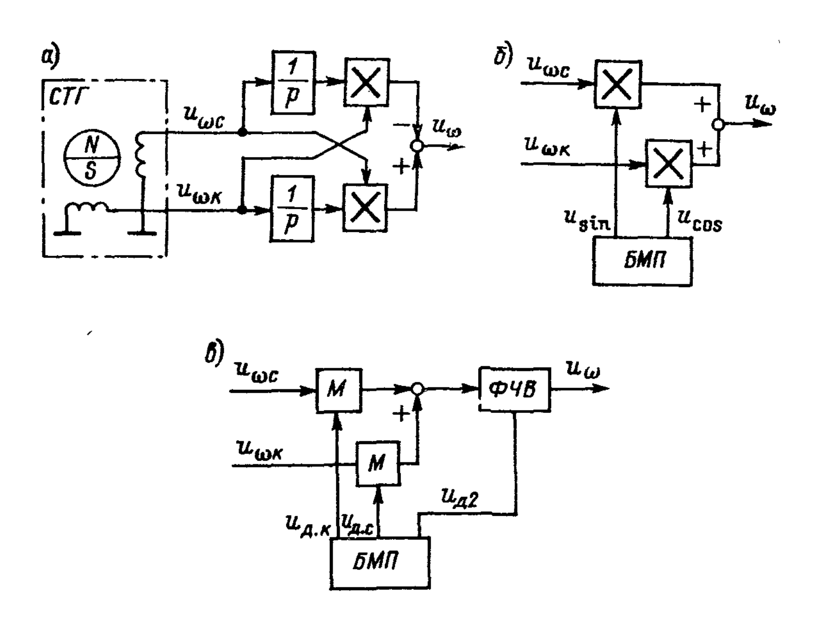


Рис. 8.6. Схемы преобразователей напряжений синхронного тахогенератора (СТГ): *а* — с интеграторами; *б* — с умножителями; *в* — с модуляторами и ФЧВ

отличного от пропорционального. Обратная связь по скорости может быть организоваиа и во вращающейся системе координат. Для этого сигналы $u_{\omega c}$ и $u_{\omega к}$ должны быть преобразованы в напряжение u_ω, пропорциональное ω. Некоторые из возможных схем преобразования [27] показаны на рис. 8.6, причем схемы, изображенные на рис. 8.6, *б* и *в*, пригодны только для использования в БМП. В схеме на рис. 8.6, *а* интеграторы во избежание накапливания постоянных составляющих должны быть охвачены слабыми обратными связями.

Однако использование тахогенераторов в современных следящих системах все же нежелательно из-за удорожания системы управления и некоторого ухудшения ее массогабаритных показателей. Поэтому в настоящее время предпочтение отдается электронным средствам косвенного измерения (оценивания) угловых скоростей.

В БМП для оценивания скорости двигателя может быть применен тот же принцип, что и в двигателе постоянного тока [5], а именно — построение стационарного или адаптивного наблюдателя, использующего информацию о напряжении и токе якоря. Применительно к бесконтактному электроприводу это будут переменные u_q и i_q. Однако, поскольку ток i_q является абстрактной переменной, он предварительно должен быть косвенно измерен в соответствии с соотношением $i_q = i_c \sin\alpha + i_k \cos\alpha$, для чего

в схеме на рис. 8.5 необходимо измерять фазные токи i_c и i_k синхронной машины, а также выходные напряжения фазочувствительных выпрямителей [6]. Координата i_q при этом может быть также использована для введения обратной связи по току, если в этом есть необходимость.

Часто обратная связь по скорости осуществляется с помощью электронных схем, производящих косвенное измерение проекций $\omega \sin \alpha$ и $\omega \cos \alpha$ вектора угловой скорости на неподвижные оси a и b. Эти схемы могут использовать, например, информацию от ДПР или фазные ЭДС вращения синхронной машины [8]. Имеются и другие технические решения, служащие той же цели, например адаптивное устройство, обеспечивающее получение оценок проекции скорости БМП без точного знания параметров двигателя.

Получение достоверной информации об остальных переменных упругого электромеханического объекта в условиях априорной неопределенности параметров объекта и действия внешних и параметрических возмущений может быть осуществлено без использования дорогостоящих датчиков только с помощью адаптивных наблюдателей. Одно из эффективных технических решений такого рода описывается в § 8.4, 8.5.

8.3. Алгоритм управления и методика расчета следящих систем с адаптивно-модальными регуляторами пониженного порядка

В гл. 7 изложена основная концепция адаптивно-модального управления динамическими системами. В следящей системе такое управление следует организовывать во внутреннем контуре регулирования скорости, где сосредоточены основные источники неидеальностей (упругость, различные нелинейности, внешние и параметрические возмущения, в том числе обусловленные недостоверностью информации о параметрах электромеханической системы) и где поэтому легче бороться с их влиянием средствами управления. Тем самым решается задача обеспечения требуемого качества динамики следящей системы. После оптимизации контура скорости выбор структуры регулятора положения и его настройку целесообразно производить в соответствии со стандартными методиками расчета следящих систем, обеспечивая необходимую точность всей системы.

При использовании адаптивно-модального управления в следящих системах с БМП возникают особенности, к рассмотрению которых и переходим.

Представим уравнение состояния $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ нелинейного и нестационарного электромеханического объекта в виде

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)\mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u} + \boldsymbol{\varphi}, \tag{8.17}$$

где $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ — вектор состояния объекта; $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^m$ — вектор

управляющих воздействий; $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$ и $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ функциональные матрицы соответствующих размерностей, непрерывные и ограниченные вместе со своими частными производными; $\varphi = \varphi(t)$ — n-мерная функция внешних возмущений, такая, что $\|\varphi(t)\| \leqslant M_\varphi$, $M_\varphi = \text{const}$.

Полагая, что линейное стационарное приближение объекта (8.17), имеющее вид $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_0\mathbf{x} + \mathbf{B}_0\mathbf{u}$, где $\mathbf{A}_0$ и $\mathbf{B}_0$ — постоянные матрицы, известно и для него выполняются условия управляемости и наблюдаемости, перепишем уравнение (8.17) в виде

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_0\mathbf{x} + \mathbf{B}_0\mathbf{u} + \sigma(\mathbf{x}, t), \qquad (8.18)$$

где $\sigma(\mathbf{x}, t) = \Delta\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)\,\mathbf{x} + \Delta\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\,\mathbf{u} + \varphi(t)$ — вектор невязки, учитывающий нелинейность и нестационарность объекта; $\Delta\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{A}_0$ и $\Delta\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{B}_0$ — функциональные матрицы, верхние границы норм которых могут быть определены.

Отметим, что при записи линейного стационарного приближения для следящей системы с БМП математическую модель бесконтактного двигателя удобно представлять в виде модели коллекторного двигателя постоянного тока, относя имеющиеся в моделях отличия к невязке $\sigma(\mathbf{x}, t)$. При этом имеет место достаточно высокая степень приближения описания линейной стационарной части к полной модели (8.18) (т. е. малость нормы невязки) и существенно упрощается практическая реализация адаптивной системы.

Целью управления электромеханическим объектом с описанием вида (8.17) или (8.18) является осуществление программного движения по желаемому (эталонному) закону изменения во времени вектора состояния. Пусть программное движение $\mathbf{x}_м(t)$ системы (8.18) удовлетворяет уравнению неявно заданной эталонной модели

$$\dot{\mathbf{x}}_м = \mathbf{A}_м\mathbf{x}_м + \mathbf{B}_м\mathbf{g}, \qquad (8.19)$$

где $\mathbf{g}(t)$ — m-мерный вектор задающих воздействий; $\mathbf{A}_м$ и $\mathbf{B}_м$ — постоянные матрицы.

Необходимо синтезировать такой закон управления $\mathbf{u}(t)$, который обеспечил бы сходимость движения $\mathbf{x}(t)$ системы (8.18) в некоторую δ_0 — окрестность относительно программного движения $\mathbf{x}_м(t)$. Иными словами, требуется обеспечить выполнение неравенства

$$\|\tilde{\mathbf{x}}(t)\| \leqslant \delta_0 \qquad (8.20)$$

для любых $t \geqslant t_а$, где $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_м$ — вектор ошибки управления; $t_а$ — время адаптации.

Для достижения цели управления (8.20) в следящей системе будем использовать адаптивно-модальное управление.

Существенное упрощение практической реализации и настройки следящих систем с таким законом управления может быть достигнуто, если в качестве наблюдателя, являющегося основой АМР

(см. гл. 7), использовать наблюдатель не полной размерности, как это делалось ранее, а редуцированный (т. е. пониженного, по сравнению с объектом, порядка). Дело в том, что полноразмерный наблюдатель вырабатывает оценку всего вектора состояния объекта $\mathbf{x}$, включая его измеряемую часть y, что избыточно. Редуцированный наблюдатель имеет размерность, меньшую по сравнению с объектом и полноразмерным наблюдателем на число измеряемых переменных, что упрощает его реализацию и настройку. Поскольку в следящей системе с БМП наиболее удобными и доступными для измерения переменными являются управляющее напряжение двигателя и положение исполнительного механизма (см. § 8.2), полноразмерный наблюдатель имеет высокий (четвертый) порядок, что неприемлемо из-за сложности его настройки. Вот почему в следящих системах с БМП такое большое значение имеет возможность построения адаптивно-модальных регуляторов пониженного порядка.

До недавних пор алгоритмы и методика построения таких адаптивных систем отсутствовали. В связи с этим в данном параграфе решаются вопросы: синтеза редуцированных адаптивных наблюдателей (РАН) и в целом АМР пониженного порядка; сходимости оценок, вырабатываемых РАН, к истинным значениям переменных объекта; достижения цели управления (8.20) и некоторые другие вопросы.

Вектор состояния $\mathbf{x}$ исходного объекта может быть представлен как $\mathbf{x} = [\mathbf{y}^{\mathrm{T}}, \mathbf{w}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, где $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^p$ — вектор измеряемых переменных, а $\mathbf{w} \in \mathbf{R}^r$ — вектор недоступных измерению переменных состояния объекта ($r = n-p$). Уравнение (8.18) при этом распадается на два уравнения:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}_{11}\mathbf{y} + \mathbf{A}_{12}\mathbf{w} + \mathbf{B}_1\mathbf{u} + \sigma_1(\mathbf{x},\ t); \tag{8.21}$$

$$\dot{\mathbf{w}} = \mathbf{A}_{21}\mathbf{y} + \mathbf{A}_{22}\mathbf{w} + \mathbf{B}_2\mathbf{u} + \sigma_2(\mathbf{x},\ t), \tag{8.22}$$

где $\mathbf{A}_{11}$, $\mathbf{A}_{12}$, $\mathbf{A}_{21}$, $\mathbf{A}_{22}$ и $\mathbf{B}_1$, $\mathbf{B}_2$ — блоки матриц $\mathbf{A}_0$ и $\mathbf{B}_0$ соответственно; σ_1 и σ_2 — p- и r-мерные функциональные векторы, составляющие вектор невязки, так что $\sigma = [\sigma_1^{\mathrm{T}},\ \sigma_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$. Для получения описания системы в форме (8.21), (8.22) следует, например, перестановкой уравнений, сгруппировать измеряемые компоненты вектора $\mathbf{x}$ в верхней части системы (8.18) и разбить матрицы $\mathbf{A}_0$, $\mathbf{B}_0$ и σ на блоки подходящих размерностей.

Редуцированный адаптивный наблюдатель, вырабатывающий r-мерный вектор $\widehat{\mathbf{w}}$ оценок неизмеряемой части вектора состояния объекта, построен как редуцированный наблюдатель Люенбергера, в уравнения которого введен r-мерный сигнал адаптации $\mathbf{z}(t)$:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{v}} = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{12})\,\widehat{\mathbf{w}} + (\mathbf{A}_{21} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{11})\,\mathbf{y} + (\mathbf{B}_2 - \mathbf{L}\mathbf{B}_1)\,\mathbf{u} - \mathbf{z}; \\ \widehat{\mathbf{w}} = \mathbf{v} + \mathbf{L}\mathbf{y}. \end{cases} \tag{8.23}$$

Здесь $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^r$ — вектор состояния наблюдателя; $\mathbf{L}$ — $(r \times p)$-мерная матрица, выбором которой задается его динамика.

Из уравнений (8.21) — (8.23) получаем уравнение для ошибки оценивания $\mathbf{e} = \mathbf{w} - \widehat{\mathbf{w}}$

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{12})\,\mathbf{e} + \sigma_2 - \mathbf{L}\sigma_1 + \mathbf{z}. \tag{8.24}$$

Для обеспечения работоспособности АМР и возможности достижения цели управления (8.20) необходимо обеспечить сходимость оценки $\widehat{\mathbf{w}}$ к истинным значениям вектора $\mathbf{w}$, т. е. достичь цели идентификации (оценивания состояния). Цель идентификации считается достигнутой, если по истечении некоторого конечного времени $t_и$ вектор ошибки $\mathbf{e}(t)$ по норме не превышает некоторого наперед заданного положительного числа ε_0:

$$\|\mathbf{e}(t)\| \leqslant \varepsilon_0; \qquad \forall t \geqslant t_и. \tag{8.25}$$

Для достижения цели идентификации (8.25) сигнал адаптации наблюдателя $\mathbf{z}$ будем формировать по алгоритму вида

$$\mathbf{z} = -h\mathbf{P}^{-1}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\operatorname{sgn}\mathbf{G}\mathbf{e}, \tag{8.26}$$

где $\mathbf{G} = \mathbf{A}_{12}$; h — расчетный параметр; $\mathbf{P}$ — симметрическая положительно определенная матрица, являющаяся решением уравнения Ляпунова

$$\mathbf{A}_и^{\mathrm{T}}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_и = -\mathbf{Q}. \tag{8.27}$$

В уравнении (8.27) $\mathbf{A}_и = \mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{12}$ — гурвицева матрица размера $r \times r$, характеризующая динамику наблюдателя (точнее, динамику процессов оценивания состояния); $\mathbf{Q}$ — диагональная положительно определенная матрица порядка r, от выбора которой зависит значение оценки предельного множества ε_0 (размеры области сходимости процесса идентификации состояния).

Покажем, что адаптивный алгоритм (8.26) способен обеспечить достижение цели идентификации (8.25). Для этого воспользуемся вторым методом Ляпунова.

Выберем функцию Ляпунова в виде квадратичной положительно определенной формы $V = 0{,}5\,\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}\mathbf{e}$. Полная производная функции V в силу уравнения (8.24) с учетом (8.27) есть

$$\dot{V} = -0{,}5\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathbf{e} + \mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}\sigma_r + \mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}\mathbf{z}, \tag{8.28}$$

где обозначено $\sigma_r = \sigma_2 - \mathbf{L}\sigma_1$.

Подставим (8.26) в (8.28):

$$\dot{V} = -0{,}5\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathbf{e} - h\,(\mathbf{G}\mathbf{e})^{\mathrm{T}}\operatorname{sgn}\mathbf{G}\mathbf{e} + \mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}\sigma_r.$$

Далее, учтем, что для некоторого вектора $\mathbf{f} = (\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_p)^{\mathrm{T}}$. справедливо соотношение $\mathbf{f}^{\mathrm{T}}\operatorname{sgn}\mathbf{f} = |\mathbf{f}|$, где $|\mathbf{f}| = |\mathbf{f}_1| + \ldots + |\mathbf{f}_p|$.

Тогда, вводя обозначение $\mathbf{H} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}$, получим

$$\dot V = -0{,}5\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathbf{e} + (\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}\mathbf{H}\mathbf{H}^{+}\sigma_r - h\,|\,\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}\mathbf{H}\,|) + \mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}\,(\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{H}^{+})\,\sigma_r, \quad (8.29)$$

где $\mathbf{H}^{+} = (\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^{\mathrm{T}}$ — левая псевдообратная к $\mathbf{H}$ матрица размером $p \times r$; $\mathbf{I}$ — единичная матрица порядка r.

Если выполнено условие согласованности по идентификации

$$(\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{H}^{+})\,\sigma_r = 0 \quad (8.30)$$

и параметр h алгоритма адаптации выбран исходя из условия $h \geqslant \|\mathbf{H}^{+}\|\|\sigma_r\|$, то, как видно из (8.29), $\dot V < 0$. При этом имеет место асимптотическая устойчивость решения $\mathbf{e} = 0$ уравнения (8.24) и достигается цель идентификации вида $\lim\limits_{t\to\infty}\|\mathbf{e}(t)\| = 0$ [12].

Однако часто для автоматических систем условие (8.30) не выполняется ввиду того, что не все требуемые для этого компоненты вектора состояния $\mathbf{x}$ измеряются. Докажем, что при невыполнении этого условия имеет место экспоненциальная диссипативность процесса оценивания, описываемого уравнениями (8.24) и (8.26), и достигается цель идентификации вида (8.25).

Примем, как и ранее, $h \geqslant \|\mathbf{H}^{+}\|\,\|\sigma_r\|$. Тогда из уравнения (8.29) следует (поскольку в правой части среднее слагаемое отрицательно, а также учитывая матричное неравенство $\|\mathbf{AB}\| \leqslant \|\mathbf{A}\|\,\|\mathbf{B}\|$) неравенство

$$\dot V \leqslant -0{,}5\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathbf{e} + \|\mathbf{e}\|\,\|\mathbf{P}\|\,\nu, \quad (8.31)$$

где $\nu = \|\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{H}^{+}\|\;\|\sigma_r\|$.

Используя известные оценки значений квадратичных форм $0{,}5\lambda(\mathbf{P})\|\mathbf{e}\|^2 \leqslant V \leqslant 0{,}5\Lambda(\mathbf{P})\|\mathbf{e}\|^2$ и $\lambda(\mathbf{Q})\|\mathbf{e}\|^2 \leqslant \mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathbf{e}$, неравенство (8.31) можно представить в виде

$$\dot V \leqslant -\alpha V + \beta\sqrt{V}. \quad (8.32)$$

Здесь обозначено: $\alpha = \lambda(\mathbf{Q})/\Lambda(\mathbf{P})$, $\beta = \sqrt{2}\,\|\mathbf{P}\|\,\nu/\sqrt{\lambda(\mathbf{P})}$; $\Lambda(\mathbf{P})$ и $\lambda(\mathbf{P})$ — соответственно максимальное и минимальное собственные значения матрицы $\mathbf{P}$; $\lambda(\mathbf{Q})$ — минимальное собственное значение матрицы $\mathbf{Q}$.

Производя подстановку $V = \rho^2$ и решая вытекающее из (8.32) неравенство $\dot\rho < -(\alpha/2)\,\rho + \beta/2$, получаем $\rho(t) \leqslant \rho(0) \times \times \exp[-(\alpha/2)\,t] + (\beta/\alpha)\,(1 - \exp[-(\alpha/2)\,t])$.

Поскольку, $\|\mathbf{e}\| \leqslant \sqrt{2}\,\rho/\sqrt{\lambda(\mathbf{P})}$, то

$$\|\mathbf{e}(t)\| \leqslant \|\mathbf{e}(0)\|\,e^{-\frac{\alpha}{2}t} + \frac{2\,\|\mathbf{P}\|}{\lambda(\mathbf{Q})}\,\frac{\Lambda(\mathbf{P})}{\lambda(\mathbf{P})}\,\nu\left(1 - e^{-\frac{\alpha}{2}t}\right), \quad (8.33)$$

где $\|\mathbf{e}(0)\|$ — норма ошибки оценивания при $t = 0$.

Из неравенства (8.33) видно, что ошибка оценивания ограничена по норме и по прошествии некоторого времени $t \geqslant t_и$ выполняется неравенство $\|\mathbf{e}(t)\| \leqslant \varepsilon_0$, т. е. достигается цель идентификации [12]. Следовательно, процесс идентификации состояния, описываемый уравнениями (8.24) и (8.26), является диссипативным (по определению) с оценкой предельного множества ε_0, равной

$$\varepsilon_0 = \frac{2\|\mathbf{P}\|}{\lambda(\mathbf{Q})} \frac{\Lambda(\mathbf{P})}{\lambda(\mathbf{P})} \|\mathbf{I}-\mathbf{H}\mathbf{H}^+\| \, \|\sigma_r\|. \quad (8.34)$$

Теперь покажем, что цель управления (8.20) может быть достигнута, если адаптивно-модальный закон управления объектом (8.21), (8.22) имеет вид

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}_B\mathbf{g} - \mathbf{K}_1\mathbf{y} - \mathbf{K}_2\widehat{\mathbf{w}} + \mathbf{B}_2^+\mu, \quad (8.35)$$

где $\mathbf{K}_B$ — постоянная $(m \times m)$-мерная матрица; $\mathbf{K}_1$ и $\mathbf{K}_2$ — блоки размером $m \times p$ и $m \times r$ соответственно матрицы $\mathbf{K}$ линейной обратной связи объекта; $\mathbf{B}_2^+$ — правый блок матрицы $\mathbf{B}_0^+ = (\mathbf{B}_0^\mathrm{T}\mathbf{B}_0)^{-1}\mathbf{B}_0^\mathrm{T}$ размером $m \times r$; μ — r-мерный вектор сигналов адаптации объекта, который введен в закон управления для компенсации вектора невязки σ. Компоненты вектора μ образуются усреднением компонент вектора $\mathbf{z}$ с помощью фильтров с малыми постоянными времени $\tau_i > 0$, $i = 1, \ldots, r$:

$$\tau\dot{\mu} + \mu = \mathbf{z}. \quad (8.36)$$

Здесь $\tau = \operatorname{diag}(\tau_1, \ldots, \tau_r)$. Для простоты можно выбирать постоянные времени τ_i одинаковыми по всем компонентам, тогда в (8.36) τ — скаляр.

Уравнение состояния исходного объекта (8.18) с учетом алгоритма управления (8.35) запишется в виде

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_0\mathbf{x} + \mathbf{B}_0\mathbf{K}_B\mathbf{g} - \mathbf{B}_0\mathbf{K}_1\mathbf{y} - \mathbf{B}_0\mathbf{K}_2\mathbf{w} + \mathbf{B}_0\mathbf{K}_2\mathbf{e} + \sigma + \mathbf{B}_0\mathbf{B}_2^+\mu.$$

Вводя обозначение $\xi = \mathbf{B}_0\mathbf{K}_2\mathbf{e} + \sigma + \mathbf{B}_0\mathbf{B}_2^+\mu$, окончательно получаем

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}_0 - \mathbf{B}_0\mathbf{K})\mathbf{x} + \mathbf{B}_0\mathbf{K}_B\mathbf{g} + \xi. \quad (8.37)$$

Элементы матриц $\mathbf{K}$ и $\mathbf{K}_B$ рассчитываются из соотношений $\mathbf{A}_0 - \mathbf{B}_0\mathbf{K} = \mathbf{A}_м$ и $\mathbf{B}_0\mathbf{K}_B = \mathbf{B}_м$ [для чего требуется выполнение условий согласованности по управлению $(\mathbf{I} - \mathbf{B}_0\mathbf{B}_0^+)(\mathbf{A}_м - \mathbf{A}_0) = 0$ и $(\mathbf{I} - \mathbf{B}_0\mathbf{B}_0^+)\mathbf{B}_м = 0$]. Тем самым формируется желаемая динамика линейного стационарного приближения исходного объекта.

На основании (8.37) с учетом (8.19) уравнение для ошибки управления можно представить в виде

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}_м\tilde{\mathbf{x}} + \xi. \quad (8.38)$$

Для доказательства возможности достижения цели управления (8.20) воспользуемся, как и ранее, методом функций Ляпунова. Зададим функцию Ляпунова в виде квадратичной формы $V_0 = 0{,}5\, \tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_0 \tilde{\mathbf{x}}$, в которой симметричная положительно определенная $(n \times n)$-мерная матрица $\mathbf{P}_0$ является решением уравнения

$$\mathbf{A}_{\mathrm{M}}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_0 + \mathbf{P}_0 \mathbf{A}_{\mathrm{M}} = -\mathbf{Q}_0, \tag{8.39}$$

где $\mathbf{Q}_0$ — произвольная диагональная положительно определенная матрица порядка n.

Полная производная функции Ляпунова в силу уравнения (8.38) с учетом (8.39) равна

$$\dot{V}_0 = -0{,}5 \tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}} \mathbf{Q}_0 \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_0 \xi.$$

Прибавив и одновременно вычтя из правой части этого равенства выражение

$$\mathbf{B}_0 \mathbf{B}_0^{+} \sigma = \mathbf{B}_0 \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1^{+} & \mathbf{B}_2^{+} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} = \mathbf{B}_0 \mathbf{B}_1^{+} \sigma_1 + \mathbf{B}_0 \mathbf{B}_2^{+} \sigma_2,$$

перепишем его в виде

$$\dot{V}_0 = -0{,}5 \tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}} \mathbf{Q}_0 \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_0 \mathbf{B}_0 \mathbf{K}_2 \mathbf{e} + $$
$$+ \tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}_0 \mathbf{B}_0 \left(\mathbf{B}_1^{+} \sigma_1 + \mathbf{B}_2^{+} \sigma_2 + \mathbf{B}_2^{+} \mu \right) + \tilde{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}} P_0 \left(\mathbf{I} - \mathbf{B}_0 \mathbf{B}_0^{+} \right) \sigma, \tag{8.40}$$

где $\mathbf{B}_1^{+}$ и $\mathbf{B}_2^{+}$ — левый и правый блоки матрицы $\mathbf{B}_0^{+}$.

Предположим, что условие согласованности по идентификации (8.30) выполнено, т. е. имеет место асимптотическая устойчивость процесса оценивания ($\mathbf{e} \to 0$ при $t \to \infty$). Пусть к тому же выполняется условие согласованности по адаптации

$$\left(\mathbf{I} - \mathbf{B}_0 \mathbf{B}_0^{+} \right) \sigma = 0 \tag{8.41}$$

и в описании измеряемой части объекта (8.21) отсутствуют параметрические рассогласования, нелинейности и возмущения ($\sigma_1 = 0$, $\sigma_r = \sigma_2$). Тогда из формулы (8.40) следует $\dot{V}_0 < 0$. В этом случае система асимптотически устойчива и достигается цель управления вида $\lim\limits_{t \to \infty} \| \tilde{\mathbf{x}} \| = 0$.

Чаще всего в электромеханических системах условия согласованности (8.30) и (8.41) не выполняются. Можно показать, что тогда система с РАН оказывается диссипативной, т. е. алгоритм адаптивно-модального управления (8.35) обеспечивает достижение цели управления вида (8.20), причем оценка предельного множества δ_0 возмущенных движений системы (8.38)

$$\delta_0 = \frac{2 \| \mathbf{P}_0 \|}{\lambda (\mathbf{Q}_0)} \frac{\Lambda (\mathbf{P}_0)}{\lambda (\mathbf{P}_0)} \eta, \tag{8.42}$$

где $\lambda (\mathbf{P}_0)$ и $\Lambda (\mathbf{P}_0)$ — минимальное и максимальное собственные

значения матрицы $\mathbf{P}_0$; $\lambda(\mathbf{Q}_0)$ — минимальное собственное значение матрицы $\mathbf{Q}_0$; $\eta = \|\mathbf{B}_0\| (\|\mathbf{K}_2\| \, \|\mathbf{e}\| + \|\mathbf{B}_2^+\| \, \|\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{H}^+\| \, \|\sigma_2\|) + \|\mathbf{I} + \mathbf{B}_0\mathbf{B}_0^+\| \, \|\sigma\|$.

Таким образом, в электромеханической системе, у которой уравнения (8.21) компонент измеряемой части вектора состояния являются линейными, стационарными с известными коэффициентами ($\sigma_1 = 0$), алгоритм адаптивно-модального управления (8.23), (8.26), (8.35), (8.36) обеспечивает экспоненциальную диссипативность процессов управления и идентификации состояния с оценками предельных множеств вида (8.42) и (8.34) соответственно. Если $\sigma_1 \neq 0$, то указанный алгоритм обеспечивает достижение одной лишь цели идентификации, а цель управления оказывается недостижимой.

Конкретизируем разработанный алгоритм применительно к следящим системам. Поскольку в следящей системе с БМП, в которой измеряемая переменная состояния представляет собой угловое положение механизма или двигателя, $\sigma_1 = 0$, разработанный адаптивно-модальный закон управления с редуцированным адаптивным наблюдателем позволяет обеспечить достижение как цели идентификации, так и цели управления. При этом в уравнениях (8.21) и (8.22) $\mathbf{A}_{11} = 0$, $\mathbf{A}_{21} = (0 \ldots 0)^\text{т}$, в силу чего они принимают вид:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}_{12}\mathbf{w} + \mathbf{B}_1\mathbf{u}; \quad (8.43)$$

$$\dot{\mathbf{w}} = \mathbf{A}_{22}\mathbf{w} + \mathbf{B}_2\mathbf{u} + \sigma_2(\mathbf{x},\ t), \quad (8.44)$$

а редуцированный адаптивный наблюдатель описывается уравнениями

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{v}} = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{12})\,\hat{\mathbf{w}} + (\mathbf{B}_2 - \mathbf{L}\mathbf{B}_1)\,\mathbf{u} - \mathbf{z}; \\ \hat{\mathbf{w}} = \mathbf{v} + \mathbf{L}\mathbf{y}, \end{cases} \quad (8.45)$$

причем переменные $\mathbf{z}$ и $\mathbf{u}$, как и прежде, вырабатываются по алгоритмам (8.26) и (8.35).

Расчет следящей системы с адаптивно-модальным управлением рекомендуется проводить по следующей методике, предложенной Н. С. Благодарным.

1. Составляется математическое описание следящей системы в форме уравнений (8.43) и (8.47), т. е. определяются матрицы $\mathbf{A}_{12}$, $\mathbf{A}_{22}$, $\mathbf{B}_1$ и $\mathbf{B}_2$ линейного стационарного приближения системы и вектор невязки $\sigma_2(\mathbf{x},\ t)$ из условия возможной кратности изменения параметров системы в процессе работы.

2. Задается желаемое (эталонное) движение системы в виде уравнения (8.19), т. е. задаются элементы матриц $\mathbf{A}_\text{м}$ и $\mathbf{B}_\text{м}$. С этой целью можно задать тип желаемого характеристического полинома системы $D_\text{ж}(p)$ исходя из представлений о желаемом характере переходного процесса в линейной системе — и требуемым значением среднегеометрического корня ω_0, определяющим полосу про-

пускания или быстродействие замкнутой линейной стационарной системы.

3. Вычисляются элементы матрицы линейной обратной связи $\mathbf{K}$ и элементы матрицы $\mathbf{K}_B$ с целью выполнения условий $\mathbf{B}_0\mathbf{K}_B = \mathbf{B}_м$ и $\mathbf{A}_0 - \mathbf{B}_0\mathbf{K} = \mathbf{A}_м$. Если выполняются приведенные выше условия согласованности по управлению, то это можно сделать по формулам $\mathbf{K} = \mathbf{B}_0^+ (\mathbf{A}_0 - \mathbf{A}_м)$, $\mathbf{K}_B = \mathbf{B}_0^+ \mathbf{B}_м$. При невыполнении этих условий матрицу $\mathbf{K}$ всегда можно найти из соотношения $\det (p\mathbf{I} - \mathbf{A}_0 + \mathbf{B}_0\mathbf{K}) = D_ж (p)$, а матрица $\mathbf{K}_B = \mathbf{B}_0^+ \mathbf{B}_м$, как известно, будет наилучшим приближенным решением (по методу наименьших квадратов) уравнения $\mathbf{B}_0\mathbf{K}_B = \mathbf{B}_м$.

4. Рассчитываются значения элементов матрицы $\mathbf{L}$, которая определяет динамику редуцированного наблюдателя. Они рассчитываются по условию гурвицевости матрицы $\mathbf{A}_н = \mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}\mathbf{A}_{12}$ и выбираются такими, чтобы полюса наблюдателя $\lambda_i (\mathbf{A}_н)$ принадлежали области, определяемой неравенством

$$\max_i |\operatorname{Re} \lambda_i (\mathbf{A}_н)| \geqslant (2 \div 3) \max_i |\operatorname{Re} \lambda_i (\mathbf{A}_м)|$$

или

$$\max_i |\operatorname{Re} \lambda_i (\mathbf{A}_н)| \geqslant (2 \div 3)\, \omega_0.$$

5. Рассчитываются параметры адаптивного алгоритма (8.26), т. е. элементы матрицы $\mathbf{H} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{G}^т$, из условия обеспечения минимальной оценки предельного множества ε_0 области диссипативности процесса идентификации, иными словами — из условия наиболее точной сходимости оценок вектора состояния $\hat{\mathbf{w}}$, вырабатываемых РАН, к их истинным значениям $\mathbf{w}$. Элементы матрицы $\mathbf{H}$ определяются в процессе поиска минимума функции ε_0, зависящей от аргумента $\mathbf{Q}$. Для этого: задаются значения элементов диагональной положительной матрицы $\mathbf{Q}$, при этом без потери общности один из элементов матрицы $\mathbf{Q}$, например первый, можно положить равным единице; из решения уравнения Ляпунова (8.27) определяются значения элементов матрицы $\mathbf{P}$; находится матрица $\mathbf{P}^{-1}$; вычисляются матрицы $\mathbf{H} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}_{12}^т$ и $\mathbf{H}^+ = (\mathbf{H}^т \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^т$; проверяется условие согласованности по идентификации вида (8.30); находятся нормы $\|\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{H}^+\|$, $\|\mathbf{P}\|$ и $\|\boldsymbol{\sigma}_r\|$, а также наименьшее $\lambda (\mathbf{P})$ и наибольшее $\Lambda (\mathbf{P})$ собственные значения матрицы $\mathbf{P}$ и наименьшее собственное значение $\lambda (\mathbf{Q})$ матрицы $\mathbf{Q}$; — вычисляется значение ε_0 в соответствии с выражением (8.34).

6. Определяются такие значения элементов матрицы $\mathbf{Q}$, при которых величина ε_0 минимальна, и рассчитываются оптимальные значения элементов матрицы $\mathbf{H}$.

7. Вычисляется норма $\|\mathbf{H}^+\|$ и выбирается значение параметра h из условия $h \geqslant \|\mathbf{H}^+\| \|\boldsymbol{\sigma}_r\|$.

Расчет по такой методике удобно проводить с использованием ЭВМ.

8.4. Разработка и экспериментальное исследование адаптивной следящей системы с упругим электромеханическим объектом

Для организации адаптивно-модального управления в следящей системе с упругими связями может быть предложено несколько различных модификаций АМР. Рассмотрим наиболее отработанное техническое решение.

На рис. 8.7 изображена нормированная структурная схема следящей системы с бесконтактным моментным приводом и адаптивно-модальным регулятором, разработанным Н. С. Благодарным и Н. Д. Поляховым. Здесь принята упрощенная математическая модель БМП, т. е. считаются выполненными соотношения (8.16). Механическая часть объекта управления рассматривается как двухмассовая система, в которой в общем случае могут учитываться как упруговязкие явления, так и зазор, имеющийся в кинематической передаче (редукторе). По сравнению с моделью, рассмотренной в гл. 2, здесь структура механической части преобразована к виду, удобному для исследования на аналоговых и цифровых вычислительных машинах, путем устранения операции чистого дифференцирования угла закручивания θ: $M_{21} = c\theta + b\dot{\theta} = c\theta + b\,(d\theta/d\Delta\varphi)\,\Delta\omega$ (рекомендовано Б. К. Чемодановым). На схеме $\bar{\varphi}_у$ и $\overline{W}_{р.п}$ — задающее напряжение и передаточная функция регулятора положения, остальные обозначения здесь и далее имеют тот же смысл, что и раньше. При нормировании в качестве исходных приняты базовые значения угловой скорости $\omega_б$, момента $M_б$; и управляющего напряжения двигателя $u_{уб}$, что приводит к следующему, разумеется не единственно возможному, варианту выбора базовых значений основных переменных: $\omega_{1б} = \omega_б$; $\omega_{2б} = \Delta\omega_б = i^{-1}\omega_б$; $M_{дб} = M_{f1б} = M_б$; $M_{21б} = M_{cб} = M_{f2б} = iM_б$; $\theta_б = \Delta\varphi_б = \Delta\omega_б$; $I_б = M_б/C_д$; $E_б = C_д\omega_{1б}$; $\varphi_{2б} = \omega_{2б}$; $\varphi_{уб} = k_{д.п}\,\varphi_{2б}$, где $k_{д.п}$ — коэффициент передачи датчика положения.

Коэффициенты и постоянные времени нормированной схемы определяются выражениями:

$$T_{м1} = \frac{J_1\omega_б}{M_б}; \qquad T_{м2} = \frac{J_2\omega_б}{i^2 M_б}; \qquad T_c = \frac{i^2 M_б}{c\omega_б};$$

$$k_c = \frac{b\omega_б}{i^2 M_б}; \qquad \bar{\varphi}_0 = \frac{\varphi_0 i}{\omega_б}; \qquad \overline{R}^{-1} = R^{-1}\frac{C_д^2\omega_б}{M_б}; \qquad \bar{k} = \frac{ku_{у.б}}{C_д\omega_б}.$$

Как было показано в § 8.2, наиболее доступными для измерения и пригодными для построения адаптивного наблюдателя координатами следящей системы с БМП являются управляющее напряжение двигателя $u_у$ и положение механизма φ_2. При построении наблюдателя зазор в передаче и внешние возмущения, включая трение, не учитываем, относя их к невязке. Пренебрегая малыми постоянными времени усилительно-преобразовательного устрой-

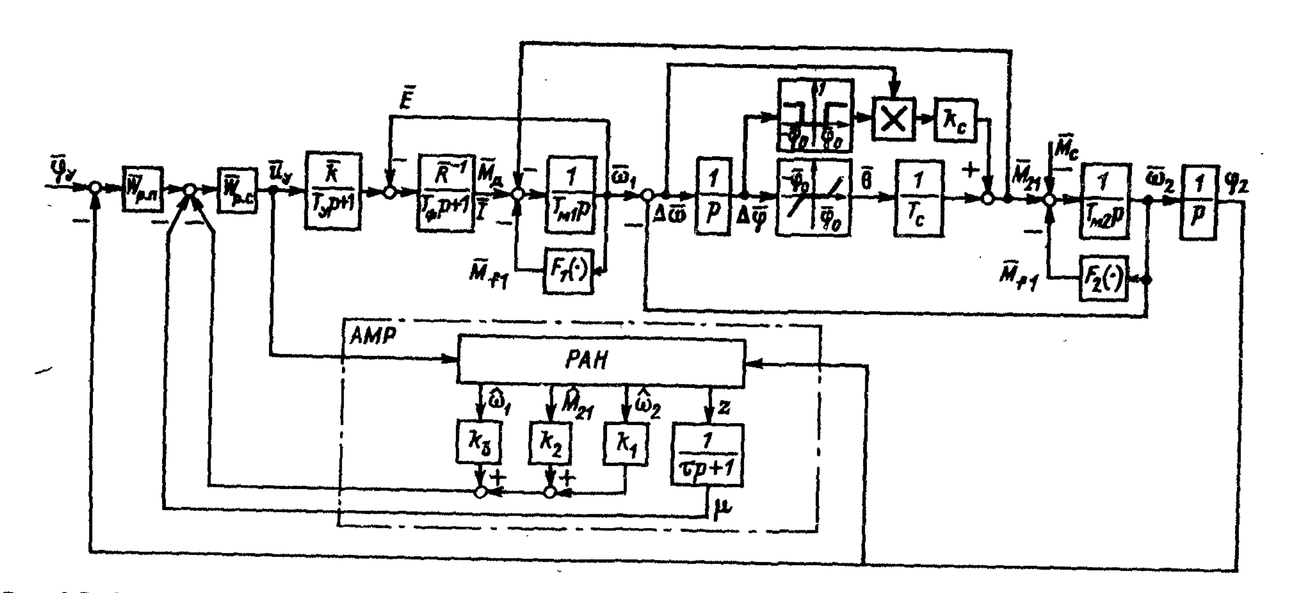


Рис. 8.7. Структурная схема следящей системы с двухмассовым электромеханическим объектом и адаптивно-модальным регулятором третьего порядка

ства $T_у$, фаз якорной обмотки двигателя $T_ф$ и коэффициентом внутреннего вязкого трения k_c (что, как показали последующие исследования, допустимо) и вводя обозначения $u = u_у$, $y = x_1 = \varphi_2$, $x_2 = \omega_2$, $x_3 = M_{21}$, $x_4 = \omega_4$ (черту под обозначениями относительных значений переменных для удобства опускаем), запишем уравнения состояния электромеханического объекта, согласно рис. 8.7, в форме уравнений (8.43) и (8.44), где

$$\mathbf{w} = [x_2 \quad x_3 \quad x_4]^{\mathrm{T}}; \qquad \mathbf{A}_{12} = [1 \quad 0 \quad 0]; \qquad \mathbf{B}_1 = 0;$$

$$\mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} 0 & T_{м2}^{-1} & 0 \\ -T_c^{-1} & 0 & T_c^{-1} \\ 0 & -T_{м1}^{-1} & -\bar{R}^{-1} T_{м1}^{-1} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{k}\bar{R}^{-1} T_{м1}^{-1} \end{bmatrix}.$$

В соответствии с (8.45) и (8.26) уравнения редуцированного адаптивного наблюдателя для следящей системы с упругими связями имеют вид

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = -l_1 \hat{x}_2 + T_{м2}^{-1} \hat{x}_3 + h h_1 \operatorname{sgn} e_2; \\ \dot{v}_2 = -\left(l_2 + T_c^{-1}\right) \hat{x}_2 + T_c^{-1} \hat{x}_4 + h h_2 \operatorname{sgn} e_2; \\ \dot{v}_3 = -l_3 \hat{x}_2 - T_{м1}^{-1} \hat{x}_3 - \bar{R}^{-1} T_{м1}^{-1} \hat{x}_4 + \bar{k}\bar{R}^{-1} T_{м1}^{-1} u + h h_3 \operatorname{sgn} e_2; \\ \hat{x}_2 = v_1 + l_1 x_1; \\ \hat{x}_3 = v_2 + l_2 x_2; \\ \hat{x}_4 = v_3 + l_3 x_1, \end{cases} \qquad (8.46)$$

где $e_2 = x_2 - \hat{x}_2$, а h_1, h_2 и h_3 — компоненты вектора $\mathbf{H}$.

Адаптивно-модальный регулятор третьего порядка (рис. 8.8), построенный в соответствии с уравнениями (8.46) и преобразованный исходя из соображений наилучшей практической реализации, вырабатывает линейную комбинацию $\sum\limits_i k_i x_{i+1}$ восстановленных переменных состояния объекта, необходимых для организации модального управления в контуре скорости следящей системы, а также сигнал адаптации объекта μ.

На основе приведенной структуры по изложенной в § 8.3 методике были рассчитаны и реализованы на практике для некоторых конкретных объектов экспериментальные образцы адаптивно-модального регулятора для следящих систем с упругими связями. Схема этого регулятора приведена на рис. 8.9.

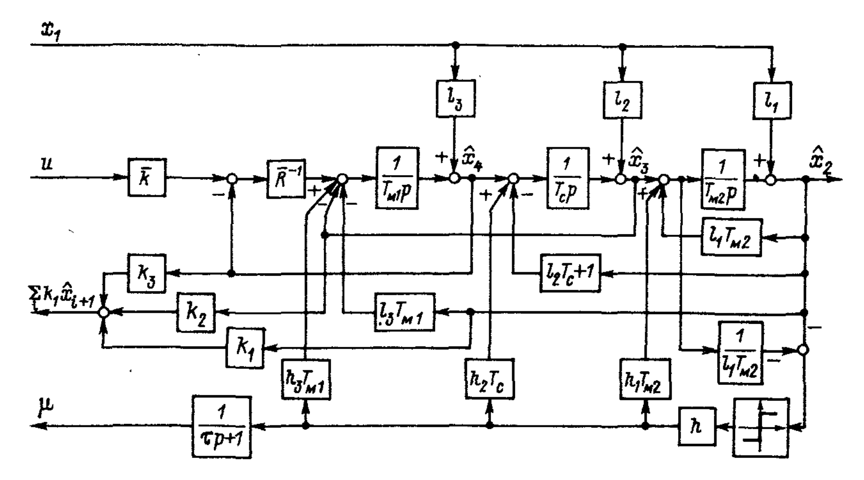


Рис. 8.8. Адаптивно-модальный регулятор третьего порядка для следящих систем с упругими связями

Здесь микросхемы *A1*, *A3*, *A5*, *A6*, *A8*, *A9* и *A11* выполняют функцию сумматора, а микросхемы *A2*, *A4* и *A7* — интегратора. На микросхеме *A10* реализован релейный элемент. Выходными сигналами блока регулятора являются сигнал адаптации объекта, уровень которого выставляется потенциометром *R48*, и выходной сигнал микросхемы *A11*, являющийся линейной комбинацией сигналов оценок угловой скорости двигателя, упругого момента и угловой скорости исполнительного механизма, уровни которых регулируются потенциометрами *R16*, *R24* и *R36* соответственно. Потенциометром *R31* выставляется требуемый коэффициент глубины адаптации наблюдателя *h*.

Экспериментальные исследования описанного регулятора проводились как на лабораторных стендах, так и на действующем оборудовании. Приведем некоторые результаты этих исследований.

Один из лабораторных стендов представлял собой БМП с системой управления, механическая часть которого состоит из имитатора исполнительного механизма с изменяемым моментом инерции и имитатора механической связи, которая может быть жесткой (втулка), упругой (пружина) и жесткой с зазором (разрезная втулка). Для организации контура положения на валу имитатора механизма установлен потенциометрический датчик типа СП4-8. Регулятор положения выполнен как пропорциональный. В ходе исследований сравнивались следящая система, построенная по типовой структуре подчиненного регулирования (исходная система), и следящая система с разработанным адаптивно-модальным регулятором. В исходной системе на вход регулятора скорости подается сигнал обратной связи по скорости двигателя, снимаемый с коллекторного тахогенератора типа ТГП-3А. При исследовании адап-

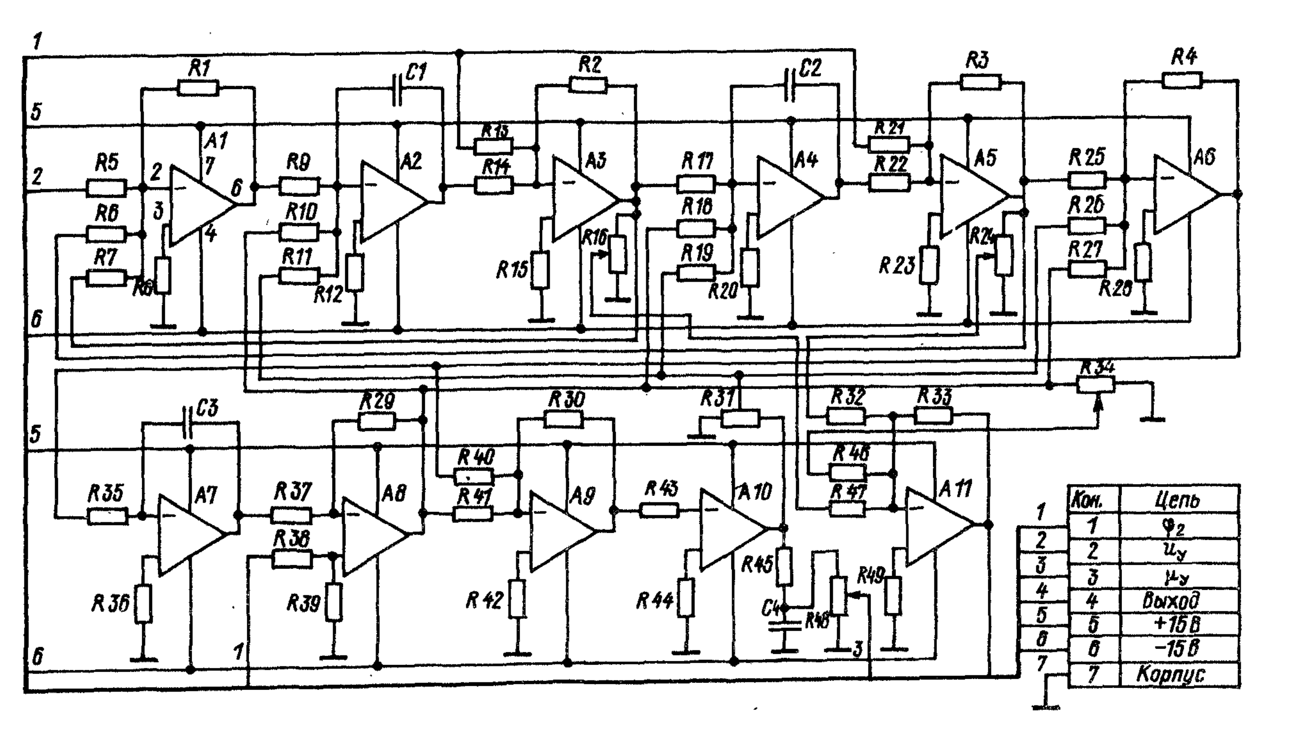


Рис. 8.9. Функциональная схема адаптивно-модального регулятора

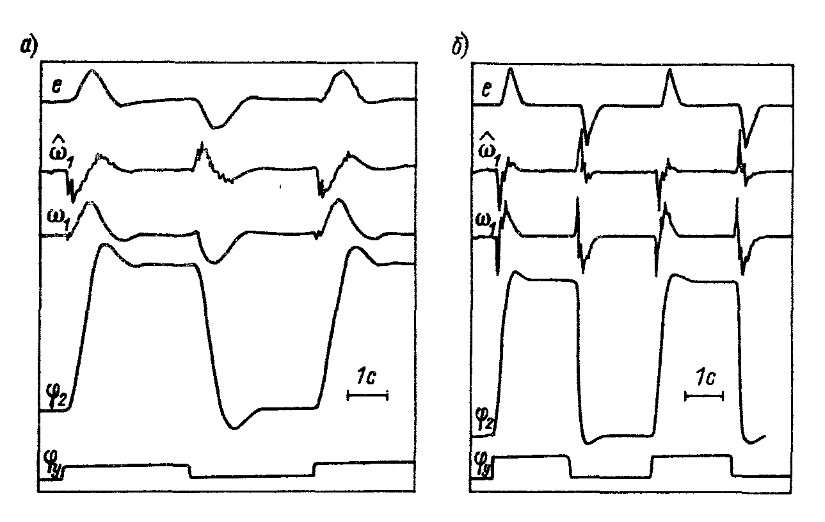


Рис. 8.10. Реакция следящей системы с упругостью на прямоугольиое задающее воздействие: *а* — исходная система; *б* — система с АМР

тивной системы обратная связь по скорости двигателя размыкается и на вход регулятора скорости подаются выходные сигналы АМР.

На рис. 8.10, *а* показана реакция исходной следящей системы с упругой связью (с коэффициентом соотношения масс $\gamma = 35$, характерным для некоторых безредукторных приводов) на ступенчатое задающее воздействие $\varphi_у$ с амплитудой $\pm 5°$. На осциллограмме показаны сигналы, соответствующие переменным $\varphi_у$, φ_2, ω_1 (выход тахогенератора), $\hat{\omega}_1$ и $e = \varphi_у - \varphi_2$. Система настроена так, чтобы упругие колебания не возбуждались. Переходная характеристика по положению механизма φ_2 имеет перерегулирование $\sigma = 13$ %, время нарастания (первого достижения установившегося значения) $t_1 = 0{,}7$ с, время регулирования $t_р = 1{,}6$ с. В следящей системе с АМР переходная характеристика (рис. 8.10, *б*) имеет показатели качества $\sigma = 5$ %, $t_1 = 0{,}3$ с и $t_р = 0{,}6$ с. Существенного повышения быстродействия удалось достичь в результате гашения адаптивно-модальным регулятором упругих колебаний в системе. При введении на вход регулятора скорости сигнала адаптации следящая система, как показали эксперименты, оказывается почти нечувствительной к изменению контурного коэффициента передачи контура скорости в пять и более раз (например, при изменении коэффициента передачи регулятора скорости) и к изменению момента инерции механизма в три и более раз. В качестве примера на рис. 8.11 показаны осциллограммы переходных процессов в исходной и адаптивной системах при отработке ступенчатого изменения заданного значения ($\pm 5°$) в нормально настроенной системе и после 2,5-кратной расстройки значения коэффи-

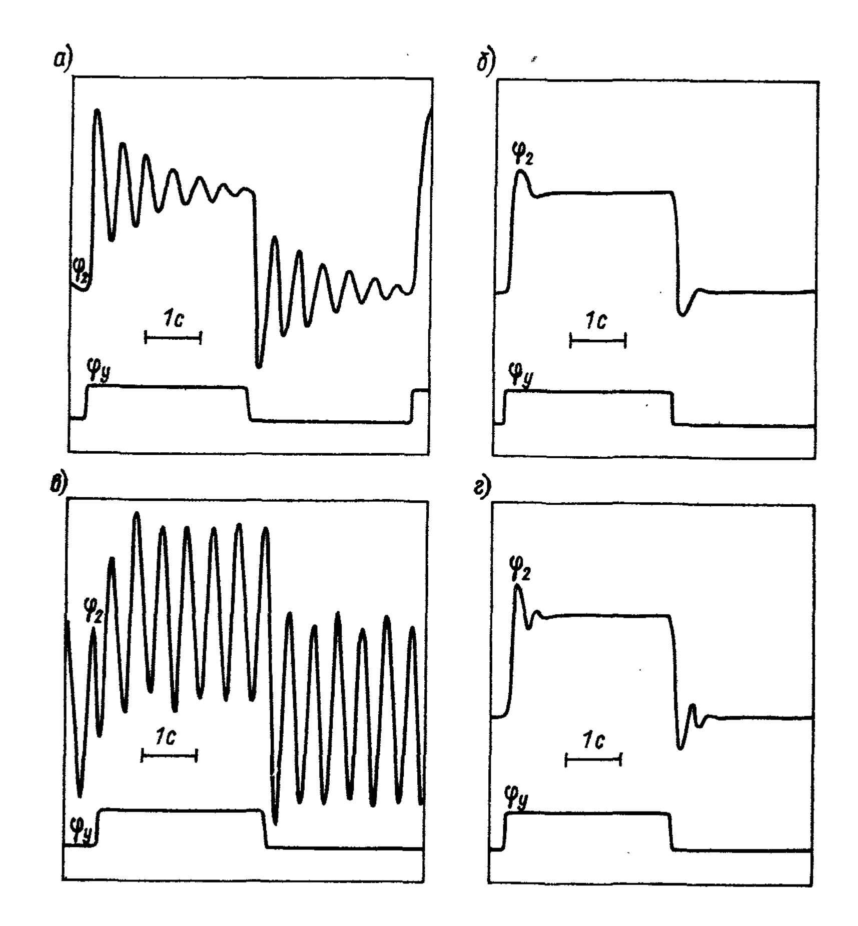


Рис. 8.11. Реакция следящей системы с упругостью на прямоугольиое задающее воздействие при иормальном (*а*, *б*) и увеличенном в 2,5 раза (*в*, *г*) значеиии коэффициента передачи регулятора скорости: *а*, *в* — исходиая система; *б*, *г* — адаптивиая система

циента передачи регулятора скорости. Осциллограммы отчетливо иллюстрируют эффект стабилизации характера переходного процесса адаптивным регулятором.

Эффективность регулятора была проверена на стенде также при работе его в составе следящей системы с жестким объектом, имеющим зазор ($2\varphi_0 = 3°$). На рис. 8.12, *а* показана реакция исходной системы с $\gamma = 30$ и добротностью, равной 20, на прямоугольное задающее воздействие с амплитудой $\pm\ 5°$. Наблюдаются медленно затухающие колебания вала механизма. Включение АМР приводит к ликвидации этих колебаний (рис. 8.12, *б*) при сохранении добротности.

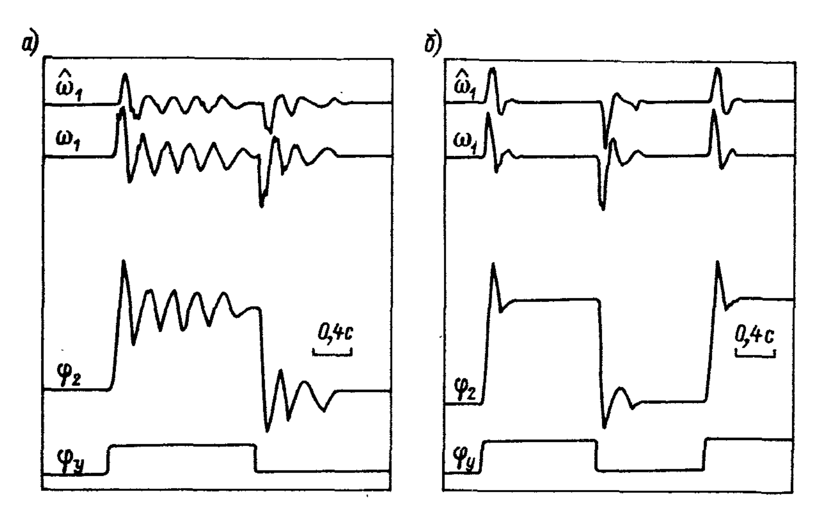


Рис. 8.12. Реакция жесткой следящей системы с зазором иа прямоугольное задающее воздействие: *а* — исходная система; *б* — система с АМР

Испытания разработанного регулятора проводились также на стенде следящей системы с двухмассовой физической моделью электромеханического объекта ($\gamma = 3{,}9$) и БМП, имитирующими привод реальной антенной установки. На рис. 8.13 проиллюстрирован эффект гашения автоколебаний, возникающих в упругой системе с зазором (при отработке гармонического входного воздействия с амплитудой 41,3° и частотой 0,16 Гц), с помощью обратной связи по оценке упругого момента, получаемой посредством адаптивно-модального регулятора. Обратная связь по оценке скорости механизма при этом не используется. Уменьшение амплитуды пульсаций скорости и неравномерности движения вала механизма происходит без снижения добротности системы по сравнению с исходной. Полоса пропускания следящей системы с АМР $\omega_{пр} = 0{,}73\ \omega_{21}$, тогда как в исходной системе $\omega_{пр} = 0{,}5\ \omega_{21}$, где ω_{21} — частота механического резонанса.

Редуцированный адаптивно-модальный регулятор третьего порядка, помимо стендовых испытаний, был тщательно исследован в составе двухканальной следящей системы антенной установки с бесконтактным моментным приводом, построенным на базе двигателя ДБМ 120-1 со встроенным датчиком положения ротора типа ВТ-60. Некоторые результаты этих исследований приведены ниже.

В следящей системе первого канала электромеханический объект характеризуется коэффициентом соотношения масс $\gamma = 1{,}35$ и низшей резонансной частотой $\omega_{21} = 135\ с^{-1}$. В электроприводе имеется дополнительный момент нагрузки (небаланса), вследствие чего зазор в передаче выбран во всех режимах работы. Во втором канале

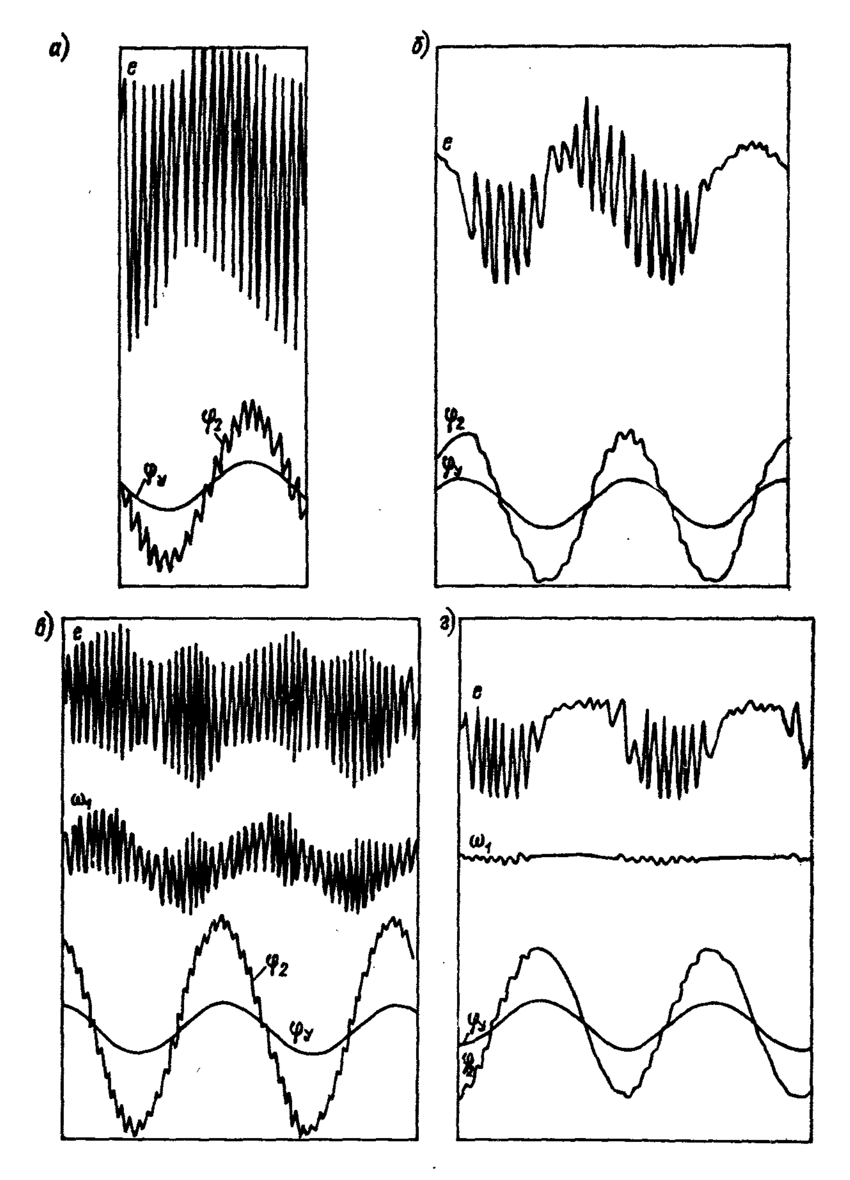


Рис. 8.13. Реакция следящей системы с упругостью и зазором на гармоническое задающее воздействие. Введены обратные связи: *а* — по скорости двигателя (с выхода тахогенератора); *б* — по скорости двигателя и оценке упругого момента (с выхода АМР); *в* — по оценке скорости двигателя (с выхода АМР); *г* — по оценкам скорости двигателя и упругого момента

момент нагрузки отсутствует, «мертвый» ход механизма (ширина зазора) составляет шесть угловых минут, коэффициент соотноше-

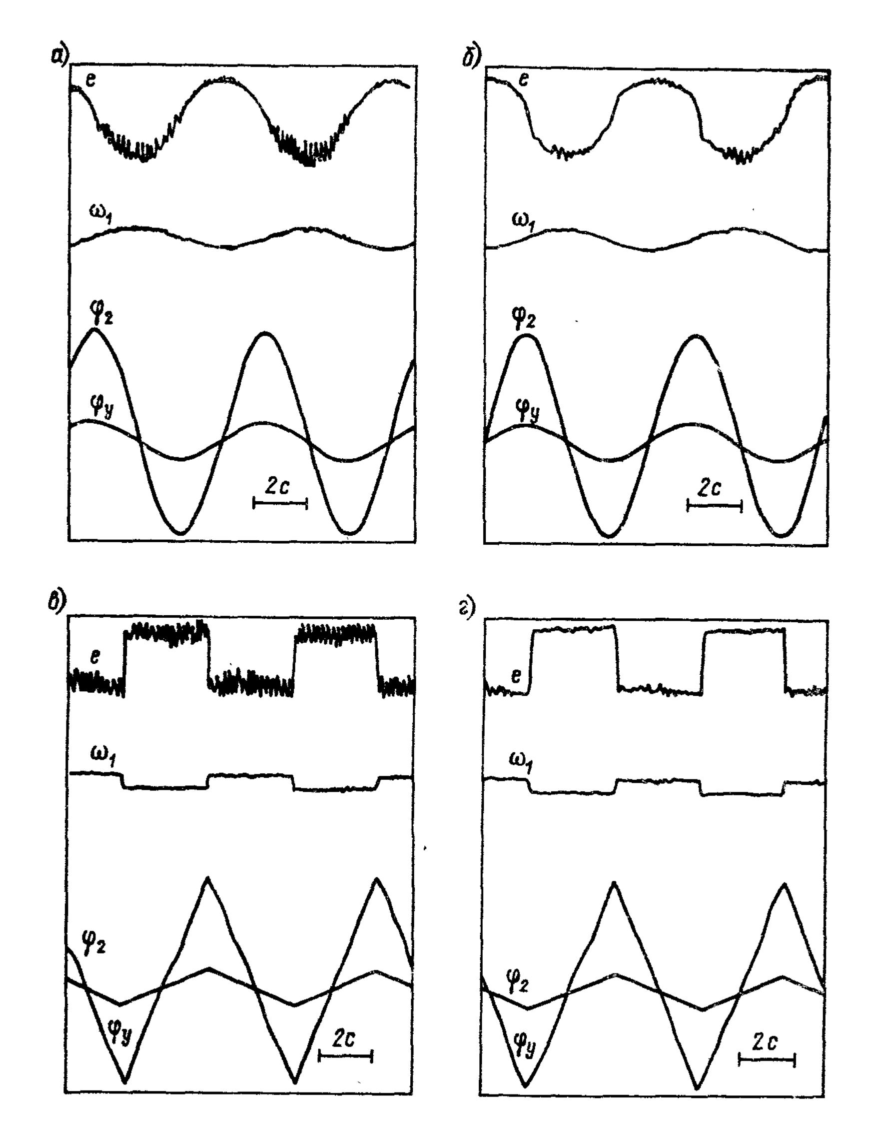
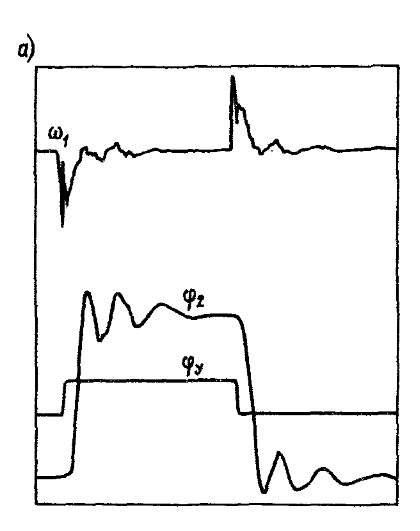


Рис. 8.14. Реакция следящей системы иа гармоническое (*а*, *б*) и треугольное (*в*, *г*) задающие воздействия с амплитудой ± 5° и частотой 0,16 Гц. Введены обратные связи: *а*, *в* — по скорости двигателя (с выхода тахогенератора); *б*, *г* — по оценкам скорости двигателя и упругого момента, вырабатываемым АМР

ния масс равен 3,2. В обоих каналах для обеспечения требуемых значений добротности введена динамическая обратная связь по скорости (или оценке скорости) двигателя, представляющая собой сочетание жесткой отрицательной обратной связи по скорости или ее



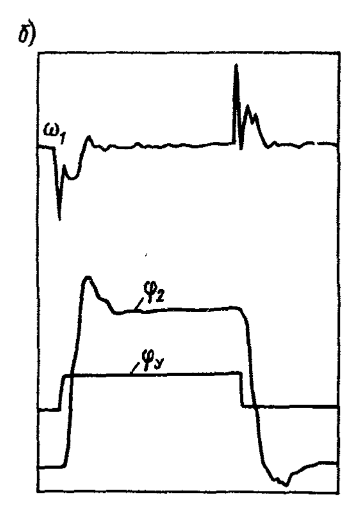


Рис. 8.15. Реакция следящей системы на прямоугольное задающее воздействие с амплитудой $\pm$ 0,4°. Введены обратные связи: *а* — по скорости двигателя (с тахогенератора); *б* — по оценкам скорости двигателя и упругого момента

оценке, вырабатываемой АМР, и положительной обратной связи, вводимой через фильтр первого порядка.

Исследования показали, что применение АМР в первом канале позволяет без использования тахогенератора получить такое же качество переходных процессов и такую же точность отработки входных воздействий, что и в системе с тахогенератором. Одновременно удалось расширить полосу пропускания следящей системы с 14 до 19 Гц, что составляет 0,89 частоты механического резонанса.

В следящей системе второго канала зазор не выбран, а трение на валу механизма мало, в результате чего электромеханическая система по своим свойствам приближается к системе с так называемым люфтом без потерь, или инерционным люфтом. В такой системе при определенных уровнях добротности начинают возникать автоколебания, наиболее явно проявляющиеся в появлении пульсаций сигнала ошибки по положению (рис. 8.14 и 8.15). Применение АМР в этом канале приводит к уменьшению амплитуды пульсаций (при воспроизведении гармонического и треугольного воздействий) по сравнению с системой с тахогенератором в 1,5—2 раза при одинаковых значениях добротности в сравниваемых системах или, при намеренном снижении добротности следящей системы, к их полному устранению. При этом размах колебаний вала механизма в системе с АМР меньше ширины зазора. Применение регулятора позволило также обеспечить более высокое качество переходных процессов (при одинаковой добротности) по сравнению с исходной системой (рис. 8.15).

Обобщая результаты экспериментальных исследований адаптивно-модального регулятора пониженного порядка в составе различных следящих систем с бесконтактным моментным приводом, заключаем, что применение этого регулятора позволяет, обходясь без использования тахогенератора, обеспечить высокие характеристики функционирования следящих систем с упругими связями, а именно: обеспечить требуемый характер переходных процессов в следящей системе при отработке типовых входных воздействий за счет устранения возникающих в системе упругих электромеханических колебаний; существенно повысить быстродействие следящей системы и расширить ее полосу пропускания до значений, вплотную приближающихся к низшей частоте механического резонанса; обеспечить уменьшение амплитуды или полное устранение нелинейных колебаний, обусловленных наличием зазора в кинематической передаче, а также повысить точность слежения такой системы.

Одновременно, благодаря наличию у системы с АМР адаптивных свойств, обеспечивается стабильность динамических характеристик следящей системы при изменении ее параметров.

Все это наиболее полно соответствует требованиям, предъявляемым к современным следящим системам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Авиационные моментные двигатели**/Л. Н. Столов, Б. Н. Зыков, А. Ю. Афанасьев, Ш. С. Галеев.— М.: Машиностроение, 1979.

2. **Андреев Ю. Н.** Управление конечномерными линейными объектами.— М.: Наука, 1976.

3. **А. с. 798712 (СССР),** МКИ G05 B17/02. Система управления/Ю. А. Борцов, Н. Д. Поляхов, И. А. Приходько, В. В. Путов//Открытия. Изобретения. 1981. № 3.

4. **А. с. 941923 (СССР),** МКИ G05 B11/01. Система управления/Ю. А. Борцов, Н. Д. Поляхов, В. В. Путов и др.//Открытия. Изобретения. 1982. № 25.

5. **А. с. 1275728, МКИ H02P5/16.** Устройство для определения частоты вращения электродвигателя постоянного тока/Д. Б. Изосимов, Н. Е. Костылева, В. И. Уткин, А. Б. Шустов и др.//Открытия. Изобретения. 1986, № 45.

6. **А. с. № 1510060, МКИ H02P6/02.** Вентильный электропривод/Н. С. Благодарный, Ю. А. Борцов, В. Б. Второв и др.//Открытия. Изобретения. 1989. № 35.

7. **Башарин А. В., Новиков В. А., Соколовский Г. Г.** Управление электроприводами.— Л.: Энергоиздат, 1982.

8. **Беленький Ю. М., Зеленков Г. С., Микеров А. Г.** Опыт разработки и применения бесконтактных моментных приводов.— Л.: ЛДНТП, 1987.

9. **Беленький Ю. М., Микеров А. Г.** Выбор и программирование параметров бесконтактного моментного привода.— Л.: ЛДНТП, 1990.

10. **Бесекерский В. А., Попов Е. П.** Теория систем автоматического регулирования.— М.: Наука, 1972.

11. **Благодарный Н. С., Второв В. Б., Скибицкий И. Н.** Система автоматического управления бесконтактным моментным приводом//Известия ЛЭТИ: Сборник. Вып. 404.— Л., 1988.

12. **Благодарный Н. С., Поляхов Н. Д., Томчина О. П.** Адаптивное управление прецизионными следящими системами с бесконтактным моментным двигателем постоянного тока//Известия ЛЭТИ: Сборник. Вып. 384.— Л.: 1987.

13. **Бленд Д.** Нелинейная динамическая теория упругости. — М.: Мир, 1972.

14. **Борцов Ю. А.** Адаптивные электроприводы и следящие системы//Приводы.— Л.: Машиностроение, 1990.

15. **Борцов Ю. А.** Математические модели автоматических систем.— Л.: ЛЭТИ, 1981.

16. **Борцов Ю. А., Бычков А. И.** Обобщенные оценки влияния упругих звеньев на динамику электроприводов и настройку регуляторов унифицированных систем//Электропромышленность. Сер. Электропривод. — 1973, № 7 (2 4).

17. **Борцов Ю. А., Второв В. Б., Голик С. Е.** Адаптивные алгоритмы для микропроцессорных систем управления электромеханическими объектами//Электромашиностроение и электрооборудование. — Киев, 1982. Вып. 35.

18. **Борцов Ю. А., Поляхов Н. Д.** Применение стационарных динамических наблюдателей в адаптивных электромеханических системах с эталонной моделью//Автоматизация производства. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1987. Вып. 3.

19. **Борцов Ю. А., Поляхов Н. Д., Путов В. В.** Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением.— Л.: Энергоатомиздат, 1984.

20. **Борцов Ю. А., Путов В. В.** Исследование автоколебаний нелинейной унифицированной САРС с упругой механической связью//Известия ЛЭТИ.— 1974.— Вып. 151.

21. **Борцов Ю. А.** Совершенствование систем электропривода на основе микроэлектронной техники//Электротехника.— 1984.— № 7.

22. **Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г.** Тиристорные системы электропривода с упругими связями.— Л.: Энергия, 1979.

23. **Борцов Ю. А., Суворов Г. В.** Методы исследования динамики сложных систем электропривода.— М.; Л.: Энергия, 1966.

24. **Борцов Ю. А., Суворов Г. В., Шестаков Ю. С.** Экспериментальное определение параметров и частотных характеристик автоматизированных электроприводов.— Л.: Энергия, 1969.

25. **Борцов Ю. А., Шестаков В. М.** Исследование динамики систем подчиненного регулирования с упругими механическими передачами//Электропромышленность. Сер. Электропривод.— 1972.— № 5 (14).

26. **Борцов Ю. А., Юнгер И. Б.** Автоматические системы с разрывным управлением.— Л.: Энергоатомиздат, 1986.

27. **Бродовский В. Н., Каршаков Б. Н., Рыбкин Ю. П.** Бесколлекторные тахогенераторы постоянного тока/Под ред. В. Н. Бродовского.— М.: Энергоиздат, 1982.

28. **Бургин Б. Ш., Фоттлер Ф. К.** Исследование необходимости учета упругих связей в системах подчиненного регулирования//Электропромышленность. Сер. Электропривод.— 1972.— № 2 (11).

29. **Вейц В. Л., Кочура А. Е., Мартыненко А. М.** Динамические расчеты приводов машин.— Л.: Машиностроение, 1971.

30. **Влияние упругости и зазоров** в механических передачах на динамику секционного электропривода быстроходной бумагоделательной машины/В. Д. Барышников, Ю. А. Борцов, В. М. Шестаков и др.//Электропромышленность. Сер. Электропривод.— 1971.— № 9.

31. **Воронов А. А.** Устойчивость, управляемость, наблюдаемость.— М.: Наука, 1979.

32. **Времяимпульсные вычислительные устройства**/Под ред. В. Б. Смолова, Е. А. Угрюмова.— М.: Радио и связь, 1983.

33. **Второв В. Б.** Применение метода инверсии для построения матема-

тической модели бесконтактного моментного двигателя постоянного тока//Известия ЛЭТИ [Сборник. Вып. 369]. — Л.: 1986.

34. **Вукобратович М., Стокич Д.** Управление манипуляционными роботами: Теория и приложения. — М.: Наука, 1985.

35. **Гайдай Г. И., Гориловский А. А., Ходько С. Т.** Математическая модель моментного привода//Разработка и создание автоматизированных систем управления электромеханическими наполнительными устройствами роботов и манипуляторов. — Л.: ЛДНТП, 1986.

36. **Гарнов В. К., Рабинович В. Б., Вишневецкий Л. М.** Унифицированные системы автоуправления в металлургии. — М.: Металлургия, 1971.

37. **Гроп Д.** Методы идентификации систем. — М.: Мир, 1979.

38. **Дейч А. М.** Методы идентификации динамических объектов. — М.: Энергия, 1973.

39. **Демпфирование механических колебаний** в электроприводах постоянного тока с использованием магнитоупругих измерителей момента/А. М. Борисов, Г. К. Толмачев, С. Д. Левинтов, Н. С. Маткин//Электротехническая промышленность. Сер. Электропривод. — 1977. Вып. 3 (56).

40. **Дженинс Г., Ваттс Д.** Спектральный анализ и его приложения. — М.: Мир, 1972, вып. 2.

41. **Динамика** электромашинных следящих систем/Е. С. Блейз, Ю. Н. Семенов, Б. К. Чемоданов, Н. М. Якименко. — М.: Энергия, 1967.

42. **Дружинин Н. Н.** Непрерывные станы как объект автоматизации. — М.: Металлургия, 1967.

43. **Егоров В. Н., Шестаков В. М.** Динамика систем электропривода. — Л.: Энергоатомиздат, 1983.

44. **Задорожный Н. А., Земляков В. Д.** Оценка демпфирующей способности электропривода с упругими механическим звеном и вязким трением на валу движения//Электричество. — 1989. — № 4.

45. **Земляков В. Д., Задорожный Н. А.** Исследование динамики электропривода прокатных станов с учетом упругостей и нелинейности элементов//Электротехника. — 1982. — № 10.

46. **Земляков В. Д., Фисенко С. А.** Динамические нагрузки в электромеханической системе блюминга в режиме буксования//Электротехника. — 1989. — № 5.

47. **Иванов Г. М., Левин Г. М., Хуторецкий В. М.** Автоматизированный многодвигательный электропривод постоянного тока. — М.: Энергия, 1978.

48. **Иванов Г. М., Новиков В. И.** Системы управления электромеханических испытательных стендов с упругими связями//Электротехника. — 1989. — № 10.

49. **Изерман Р.** Цифровые системы управления. — М.: Мир, 1984.

50. **Исследование** и опыт наладки современных силовых следящих электроприводов/Ю. В. Постников и др.//Автоматизация производства: Системы автоматизации промышленных комплексов. — Л.: Изд-во Ленингр. гос. ун-та, 1986.

51. **Квакернаак Х., Сиван Р.** Линейные оптимальные системы управления/Пер. с англ. — М.: Мир. 1977.

52. **Квартальнов Б. В.** Динамика электроприводов с упругими связями. — М.; Л.: Энергия, 1965.

53. **Киселев Н. В., Мядзель В. Н., Рассудов Л. Н.** Электроприводы с распределенными параметрами. — Л.: Судостроение, 1985.

54. **Клепиков В. Б., Осичев А. В.** Определение границ устойчивости электроприводов с вязким трением с учетом упругости кинематической цепи//Электричество. — 1989 — № 1.

55. **Ключев В. И.** Ограничение динамических нагрузок электропривода. — М.: Энергия, 1971.

56. **Коррекция систем** подчиненного регулирования с упругими механическими передачами с помощью активных фильтров/Ю. А. Борцов,

В. М. Шестаков, А. В. Бондаренко, Ю. М. Иншаков//Известия вузов. Сер. Энергетика.— 1972.— № 8.

57. **Крутильные колебания** насосных агрегатов с электроприводом по схеме асинхронно-вентильного каскада/С. В. Кватов и др.//Электричество.— 1987.— № 2.

58. **Кузовков Н. Т.** Модальное управление и наблюдающие устройства.— М.: Машиностроение, 1976.

59. **Куо Б.** Теория и проектирование цифровых систем управления/Пер. с англ.— М.: Машиностроение, 1986.

60. **Медведев Б. С., Лесков А. Г., Ющенко А. С.** Системы управления манипуляционных роботов.— М.: Наука, 1978.

61. **Морозовский В. Т.** Многосвязные системы автоматического регулирования.— М.: Энергия, 1970.

62. **Основы автоматизированного электропривода**/М. Г. Чиликин, М. М. Соколов, В. М. Терехов, А. В. Шинянский. — М.: Энергия, 1974.

63. **Основы автоматического регулирования**. Теория/Под ред. В. В. Солодовникова. — М.: Машгиз, 1954.

64. **Отнес Р., Эноксон Л.** Прикладной анализ временных рядов.— М.: Мир, 1982.

65. **Пановко Я. Г.** Введение в теорию механических колебаний.— М.: Наука, 1980.

66. **Писаренко Г. С.** Рассеяние энергии при механических колебаниях.— Киев, Изд-во АН УССР, 1962.

67. **Планирование** эксперимента при поиске оптимальных условий Ю. П. Адлер, Е. В. Марков, Ю. М. Грановский. — М.: Наука, 1976.

68. **Полунатурное моделирование** систем управления электроприводами с упругостью/Г. Г. Соколовский и др.//Электротехника.— 1988.— № 1.

69. **Попов Е. П.** Теория линейных систем автоматического регулирования и управления.— М.: Наука, 1978.

70. **Пятницкий Е. С.** Синтез управления манипуляционными роботами на принципе декомпозиции//Известия АН СССР. Техн. кибернетика.— 1987.— № 3.

71. **Сиротин А. А., Федоров В. П.** О нелинейных упругостях в электромеханических системах автоматического управления//Труды МЭИ. Электрооборудование пром. предприятий.— 1974.— № 949.

72. **Соболев О. С.** Однотипные связанные системы регулирования.— М.: Энергия, 1973.

73. **Соколовский Г. Г., Постников Ю. В.** Управление электроприводами упругого механизма при использовании расширенной информации об объекте//Автоматизированный электропривод/Под. ред. Н. Ф. Ильинского, М. Г. Юнькова.— М.: Энергоатомиздат, 1990.

74. **Соколовский Г. Г., Постников Ю. В.** Особенности использования бесконтактных моментных электроприводов в системах управления скоростью//Электротехника.— 1990.— № 4.

75. **Стасовский В. М., Трофимук Н. И.** Идентификация динамических характеристик электромеханической системы с использованием ЭВМ//Известия ЛЭТИ [Сборник. Вып. 331]. — Л.: 1983.

76. **Стеклов В. К.** Компенсация нелинейностей типа зоны нечувствительности нелинейными обратными связями//Известия вузов. Сер. Электромеханика.— 1976.— № 4.

77. **Суворов Г. В.** Структурный метод анализа и синтеза многодвигательных электроприводов//Электричество.— 1971.— № 11.

78. **Схемотехника** цифровых преобразователей перемещений: справочное пособие/В. Г. Домрачев, В. Р. Матвеевский, Ю. С. Смирнов.— М.: Энергоатомиздат, 1987.

79. **Сю Д., Мейер А.** Современная теория автоматического управления и ее применение/Пер. с англ.— М.: Машиностроение, 1972.

80. **Теория автоматического управления**/Под ред. А. С. Шаталова.— М.: Высшая школа, 1977.
81. **Удерман Э. Г.** Метод корневого годографа в теории автоматических систем.— М.: Наука, 1972.
82. **Управление вентильными электроприводами** постоянного тока/Е. Д. Лебедев, В. Е. Неймарк, М. Я. Пистрак, О. В. Слежановский.— М.: Энергия, 1970.
83. **Управляемый выпрямитель** в системах автоматического управления/Н. В. Донской, А. Г. Иванов, В. М. Никитин, А. Д. Поздеев.— М.: Энергоатомиздат, 1984.
84. **Филатов А. С.** Анализ системы электропривода опорных валков станов холодной прокатки//Электропромышленность. Сер. Электропривод.— 1972.— № 5 — 6 (14—15).
85. **Химмельблау Д.** Прикладное нелинейное программирование.— М.: Мир, 1975.
86. **Хрущев В. В.** Электрические микромашины автоматических устройств.— Л.: Энергия, 1976.
87. **Шаталов А. С.** Структурные методы в теории управления и электроавтоматике.— М.; Л.: Госэнергоиздат, 1962.
88. **Шейфельд Р., Хабигер Э.** Автоматизированные электроприводы/Пер. с нем.; Под ред. Ю. А. Борцова.— Л.: Энергоатомиздат, 1985.
89. **Шипилло В. П.** Автоматизированный вентильный электропривод.— М.: Энергия, 1969.
90. **Шустов А. Д.** Процессы деформации бумажного полотна.— М.: Лесная промышленность, 1969.
91. **Åström K. J., Wittenmark B.** Adaptive control (Lund Institute of Thechnology) Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
92. **Buxbaum A.** Umschaltautomatik für Stromrichterantriebe in kreisstromfreier Gegenparallelschaltung//Techn. Mitt. AEG — Telefunken. 1973.— № 1.
93. **Davison E. J.** The Decentralised Stabilisation and Control of Unknown Nonlinear Time — Varying Systems//Automatica. — 1974.— Vol. 10.— № 3.
94. **Hachenberg O., Bernd H., Wielebinski R.** The 100-meter radio telescope at Effelsberg//Proc. of the IEEE.— 1973.— Vol. 10.— № 9.
95. **Kennedy J. C., Gook G. J.** Identification and simulation of antenna dynamic//Simulation.— 1973.— Vol. 21.— № 2.
96. **Kessler G.** Das simmetrische Optimum//Regelungstechnik. — 1958.— № 11, 12.
97. **Kessler G.** Über die Vorausberechnung optimal abgestimmter Regelkreise. Teil 1—3//Regelungstechnik.— 1954.— № 12, 1955.— № 1, 2.
98. **Raatz E.** Der Einfluß von elastischen Übertragungselementen auf die Dynamik geregelter Antriebe//Techn. Mitt. AEG-Telefunken. 63 (1973).— H. 6.
99. **Schönfeld R., Habiger E.** Automatisierte Elektroantriebe. VEB Verlag Technik. Berlin. (2 durchgesehene Auflage).— 1981.
100. **Speth W.** Drehzahclregelkreise mit periodischen Laständerungen oder mit elastisch gekuppelter Arbeitsmaschine//Siemens—Zeitschrift.— 1968.
101. **Stankevič S., Šiliak D. D.** Segnetial LOG Optimization of Hierarchically Structured Systems/IFAC Simposium 27.06. 1988. Varna.
102. **Survey** of Decentralised Control Methods for Langeseal Systems/N. R. Sandell, P. Variija, M. Athans, M. G. Sofonaur//IEEE Trans. on Automatic Control.— 1978.— Vol. AC—23.
103. **Unbehauen H.** Entwurf und Realisierung neuer adaptiver Regler nach dem Modell vergleichverfahren//Automatiesierungstechnik at 37. — 1987.— № 7.